UNIVERSITETI I PRISHTINËS
FAKULTETI I EDUKIMIT

BEDRI JAKA, prof.

METODIKA E MËSIMIT ELEMENTAR TË MATEMATIKËS

PËR STUDENTËT E FAKULTETIT TË EDUKIMIT – DEGA E MËSIMIT KLASOR, TË FAKULTETIT FILOZOFIK – DEGA E PEDAGOGJISË

BOTIM I DYTË I PLOTËSUAR DHE I PËRMIRËSUAR

Prishtinë, 2003

Recensentë:
Akad. dr. sc. **Muharrem Berisha**, prof. ord. **FSHMN** – të Prishtinës
Dr.sc. **Islam Krasniqi**, prof.ord.i **Fakultetit Filozofik** të Prishtinës

Kryetar i Këshillit botues
Dr. sc. **Arsim Bajrami**, prof.inord.

Botues
UNIVERSITETI I PRISHTINËS

Këshilli Botues i Universitetit të Prishtinës lejoi botimin dhe përdorimin e këtij TEKSTI BAZË me vendimin nr. 117/147a të datës 12.06.1997.

PASQYRA E LËNDËS

PARATHËNIE

"Puna e mësuesit është si puna e një qiriu, i cili veten e djeg për t'iu bërë dritë të tjerëve".

Anonime

Lexues të nderuar,

Sot puna edukativo-arsimore e mësuesve në shkollat tona fillore është mjaft komplekse - e ndërlikuar dhe me përgjegjësi si kurrë më parë deri më tash. Intelekti i fëmijëve tanë sa vjen e zhvillohet, e me bashkë me të edhe kërkesat edukativo-arsimore vijnë duke u shtuar përherë.

Prandaj, mësimi elementar i matematikës është një preokupim serioz jo vetëm për nxënësit, studentët, mësuesit, por edhe për prindërit e të tjerët. Tash në plan të parë kemi gjeneratën e mësuesve të rinj, të cilët sapo kanë zëvendësuar një pjesë të konsiderueshme të veteranëve të arsimit, të cilët dolën në pension të merituar.

Dihet se që moti ndër ne ndihej mungesa e një teksti bazë në gjuhën shqipe nga lëmi i metodikës së mësimit elementar të matematikës. Duke vërejtur zbrazësitë që krijon mungesa e kësaj literature si një nga faktorët qenësorë, që shkon në dëm të bashkëkohësisë dhe cilësisë së këtij procesi mësimor, gati rastësisht, madje duke mos u shkruar do të thosha, asnjë rresht tash disa vjet nga ky lëmë në gjuhën shqipe, mora guximin të shfaq "belbëzimet e para" metodike qysh para 10 vjetësh në revistën arsimore - pedagogjike dhe shoqërore "Shkëndija", së cilës i mbetem borxhli i madh. Për këtë arsye, duke dashur të vihem në shërbimin tuaj dhe të shkollës shqipe, angazhimi im në fushën e MMEM përfaqëson punë pionieri dhe synon që të plotësojë pikërisht këtë mungesë.

Kam bërë përpjekje që në këtë tekst universitar të trajtoj në mënyrë origjinale e bashkëkohore pikësynimet e objektivit, që i studion MMEM, në pajtim të plotë me plan-programin mësimor ekzistues, dedikuar studentëve të SHLP-së - Dega e mësimit klasor.

Teksti në fjalë paraqet një sintezë të trajtimeve teorike më bashkëkohore në fushën e teorisë së mësimit elementar të matematikës, në bashkëveprim me përvojën e përparuar, e cila është arritur në disa mjedise shkollore si dhe nën ndikimin e kohëpaskohshëm të ca mësimdhënësve të mi të çmuar dhe të respektuar.

Autori u bën thirrje të gjithë metodistëve të matematikës, pedagogëve, psikologëve, mësuesve me përvojë të përparuar, prindërve dhe dashamirëve të tjerë të arsimit për bashkëpunim, dhe pret me kënaqësi vërejtjet, sugjerimet, përvojat dhe propozimet qëllimmira të tyre, të cilat do të ndikonin në përmirësimin e cilësisë së këtij teksti në një ribotim të mundshëm eventual në të ardhshmen, për çka i falënderon qysh më parë.

Gjakovë, më 15 shtator 1992

A U T O R I

RECENSION

Dorëshkrimi "METODIKA E MËSIMIT ELEMENTAR TË MATEMATIKËS iu është dedikuar nevojave mësimore të studentëve të Fakultetit të Edukimit – Dega e Mësimit Klasor dhe të studentëve në Degën e Pedagogjisë, si edhe mësuesve të arsimit fillor. Është ribotim i tekstit po me këtë titull, i botuar në vitin 1993, por tashti i plotësuar e i përsosur thelbësisht, në frymën e ndryshimeve të kohës më të re, si në përmbajtjet programore të mësimit të matematikës në arsimin fillor, dhe në frymën e rekomandimeve të metodikës bashkëkohëse të mësimit të matematikës.

Përmbajtja e këtij dorëshkrimi, të menduar për TEKST UNIVERSITAR, u përgjigjet të thuash plotësisht përmbajtjeve programore të Metodikës së mësimit të matematikës si disiplinë mësimore e shkencore e paraparë me Planin e studimeve në Fakultetin e Edukimit – Dega e Mësimit Klasor dhe të Degës së Pedagogjisë në Fakultetin Filozofik të Prishtinës.

Ky dorëshkrim, ndryshe nga botimi i tij i parë, është plotësuar edhe me kapituj të rinj përmbajtësorë që i kushtohen trajtimit metodik të çështjeve nga përpunimi efektiv i përmbajtjeve të reja matematikore të përfaqësuara në programet mësimore të matematikës për arsimin fillor. Me ndryshimet dhe plotësimet e sipërpërmendura, mendojmë se RIBOTIMI i këtij teksti do të plotësojë mungesën tepër të madhe që ndihet sot te ne për këtë lloj të literaturës didaktiko-metodike në gjuhën shqipe dhe, sidomos, nga autorë shqiptarë. Do të jetë një ndihmesë shumë e vlefshme metodike për përgatitjen e studentëve-mësues të ardhshëm për mësimin e matematikës në arsimin fillor. Do të ndihmojë shumë edhe mësuesit e tashëm të matematikës nga praktika e drejtpërdrejtë shkollore për plotësimin dhe ngritjen e arsimit metodik të tyre nga fusha e çështje të metodikës bashkëkohore të matematikës, të cilat nuk ishin trajtuar në kohën e përgatitjes e të kualifikimit të tyre.

Gjuha e përdorur në këtë dorëshkrim është edhe një komponentë, e një pikë tjetër e ndritshme dhe me peshë të veçantë, në vlerën përfundimtare të tij. Është kjo një gjuhë profesionale, e pastër, e pasur dhe e përshtatur mirë.

....

....

....

Sugjerimet e sipërshënuara janë të natyrës së tillë që nuk kërkojnë shumë kohë e përpjekje të re nga autori. Për këtë arsye, kujtojmë se dorëshkimi i paraqitur për botim, i autorit prof. Bedri Jaka, përmban vlera të larta e rëndësi të veçantë dhe ai meriton të botohet si tekst bazë për Metodikën e mësimit elementar të matematikës*. Do të plotësojë një zbrazësi të kahershme në fushën e metodikës së kësaj lënde mësimore. Jemi shumë të sigurt se botimi i këtij teksti do të mirëpritet e do të shfrytëzohet madje jo vetëm nga studentët të cilëve iu kushtohet, por edhe nga mësuesit e shkollës sonë fillore (I-V).*

Nga sa u tha, propozojmë që dorëshkrimi i menduar për tekst universitar me titull: "METODIKA E MËSIMIT ELEMENTAR TË MATEMATIKËS", i prof. BEDRI JAKA, pas rishqyrtimit të vërejtjeve të bëra, eliminimit të lëshimeve dhe rifreskimit të përmbajtjes së disa njësive mësimore që i theksuam më përpara, të PRANOHET PËR RIBOTIM.

Prishtinë, më 5.12.2000

Anëtarët e Komisionit recensues:
1. Akad. dr. sc. **MUHARREM BERISHA**, prof. ord. FSHMN i Prishtinës
2. Dr. sc. **ISLAM KRASNIQI**, prof. ord. i Fakultetit Filozofik, Prishtinë

ME RASTIN E BOTIMIT TË DYTË

Metodika e mësimit elementar të matematikës si disiplinë shkencore, te ne deri vonë ishte "një oazë pak e shkelur" nga matematikanët shqiptarë. Duke shfrytëzuar këtë "favor" ndeza pasionin tim për atë, përkushtimi ndaj së cilës ishte rezultativ.

Botimi i parë i këtij libri (1993) ishte refleksion dhe rrjedhojë e shqetësimit të madh të autorit, lidhur me fatin e shkollës shqipe këtu në Kosovë.

Doracakët, në veçanti ata të metodikës, po themi që po i fitojnë "rrudhat e para", po qe se ndërkohë futen në përdorim plane dhe programe të reja mësimore, që pëmbajnë edhe risi të tjera në procesin e mësimit.

Me futjen në përdorim të librave të rinj shkollorë, të matematikës dhe materialeve të shkruara, përcjellëse të tyre, me përfshirje gjithëkombëtare, disa përmbajtje programore dhe interpretime të tyre, të botimit të parë të këtij libri, "u plakën", veçanërisht kapitulli i 11-të.

Por, jo vetëm ky kapitull pësoi ndryshime të dukshme. Leksionet e këtij libri të cilët nuk iu nënshtruan këtyre ndryshimeve, mbetën të pakët.

Është paksa jo e zakonshme, librit, edhe pasi iu dha "drita jeshile" për t'u botuar, (dhjetor 2000), ai, "për të mos u plakur para se të botohet", iu nënshtrua "rrymës së dytë të ndryshimeve substanciale të kohës", nën dritën e ***zhvillimit të Mendimit kritik*** *lidhur me:*

- ***Sistemin e ri arsimor dhe kurrikulin e ri të Kosovës;***
- ***Përpunimin e teknikave dhe metodave të mësimdhënies;***
- ***Orën e mësimit dhe strukturën e saj*** *dhe*
- ***Zbatimin e metodologjisë së programit "hap pas hapi"*** *së bashku me refleksionet dhe rrjedhojat e tjera që i ndoqën këto ndryshime dhe plotësime.*

Ky libër është krijuar me shumë ***përpjekje***, ***sakrifica*** *dhe* ***mund***, *por njëherit edhe me shumë* ***kënaqësi***, ***optimizëm*** *dhe* ***besim*** *në vlerat e përdorimit të tij.*

Botimi i dytë përfaqëson sintezën e shtatë dorëshkrimeve të njëpasnjëshme, brenda harkut kohor 20-vjeçar (1980-2000). Si gjithnjë MMM dhe MMEM i bëjnë *mirë njëra-tjetrës. Kështu, në këtë dorëshkrim ushtroi ndikimin e vet pozitiv edhe simotra më e madhe MMM - për SHLP – FSHMN - Dega e matematikës (1998).*

*Duke shkruar faqe të reja dhe duke fshirë faqe të vjetra kam bërë përpjekje që libri vazhdimisht **të plotësohet**, **të përtërihet** dhe **të rinohet** me dituritë më të reja të kohës.*

*Ndryshe nga shumica e teksteve të kësaj natyre, kam bërë përpjekje që, duke mjeshtëruar me një gamë të gjerë të arsenalit shprehës, përmbajtja e tekstit (krahas plotësimit të kërkesave të saktësisë shkencore) të jetë **praktike**, **joshëse** dhe **çlodhëse** për lexuesin.*

Autori shpreh kënaqësinë që ky tekst merr interes më të madh sot për faktin që do të gjejë vend si TEKST BAZË për MMEM për studentët e Fakultetit të Edukimit – Dega e Mësimit Klasor dhe të Degës së Pedagogjisë të Fakultetit Filozofik të Prishtinës.

*Po qe se ky ribotim është **shkruar**, **plotësuar** dhe **korrigjuar** në bazë të interesave të nxënësve dhe kërkesave të mësuesve, atëherë autori shfaq kënaqësinë që është plotësuar dëshira e plotë e tij për ta mbuluar me **"dy çarçafë nga dy herë të hekurosur"** mësimdhënien e matematikës (I-IX).*

Me këtë rast falënderoj përzemërsisht stafin e recensentëve të nderuar Akademik Dr. sc. Muharrem Berisha, prof. ord. i FSHMN-së të Prishtinës, Dr. sc. Islam Krasniqi, prof. ord.i Fakultetit Filozofik të Prishtinës, të cilët dhanë, propozime dhe vërejtje, duke ngritur kështu vlerën e përgjithshme të këtij libri.

Gjithashtu, për punën e përkushtuar, në cilësinë e redaktorit gjuhësor, dëshiroj t'ia shpreh falënderimet më të sinqerta, Prof. Dr. Gani Luboteni.

Për punën e zellshme në rradhitjen e tekstit të këtij libri, falënderoj ngrohtësisht z. Nehat Spahiu.

*Kam mendimin se, figurat në cilësinë e mjeteve shprehëse janë **interesante**, **funksionale** dhe me **vlera formuese**. Për punimin e tyre me përkushtim dhe përpikëri të veçantë dëshiroj t'ia shpreh mirënjohjen time z. Fitim I. Halili.*

Së fundi, për realizimin kompjuterik përfundimtar, dëshiroj t'ia shpreh falënderimet e mia mikut të nderuar, z. Refik Bekteshi, duart e shkathëta të të cilit e bënë autorin fatmir, në përgatitjen e këtij libri deri në paus.

Në asnjë mënyrë nuk nxitova ta nxjerr këtë libër nga dora me mendimin se kam kohë të marr në dorë edhe një herë në një ribotim të mundshëm. U përpoqa që ky libër për mua të jetë nga çdo pikëpamje i përfunduar.

Lexues të dashur, libri tashmë është para Jush. Ai tashmë flet me gjuhën e tij. Këtu unë e shpreha jetën time, në kohën time. Vlerat e tij do t'i gjykoni Ju dhe koha. Atje, Juve iu është thënë "e tëra"!

Gjakovë, më 14 shkurt 2003

A U T O R I

1. OBJEKTI DHE DETYRAT E METODIKËS SË MËSIMIT ELEMENTAR TË MATEMATIKËS

Metodika e mësimit të matematikës, në një numër të konsiderueshëm vendesh të botës, quhet edhe pedagogjia e matematikës.

Fjala metodikë rrjedh nga greqishtja "methodike", që do të thotë rrugë, mënyrë, mjet. Metodika në gjirin e vet përfshin shumë teori, për secilën lëndë mësimore veç e veç. Pra, marrëdhënia e didaktikës me metodikën është marrëdhënia e të përgjithshmes me të veçantën. Prandaj, themi që didaktika paraqet "embrionin" e të gjitha metodikave, pra, edhe të asaj të mësimit elementar të matematikës.

Mësimi i matematikës (I-IX) veçohet me dy tërësi mësimore, atë të arsimit fillor (I-V) dhe atë të arsimit të mesëm të ulët (VI-IX). Një ndarje e tillë është pasojë e kushteve dhe e rrethanave objektive në të cilat punohet:

- mosha e frekuentuesve
- përgatitja profesionale e mësuesit për mësimdhënien e matematikës.

Prandaj, çdo tendencë që ka të bëjë me njësimin e tërë mësimit të matematikës në shkallët e reja të arsimimit formal, të cilat prezantohen me strukturën e re 5+4+3 të arsimit, me një metodikë të vetme të lëndës, është e papranueshme. Në këtë drejtim, tendenca më të theksuara shfaqen për të njësuar mësimin e matematikës në arsimin e mesëm të ulët (VI-IX) me mësimin e matematikës në arsimin e mesëm të lartë (X-XII), me po këtë metodikë. Tendenca e njësimit të tillë është gjithashtu e papranueshme, sepse edhe për të vlen po ai arsyetim.

"Metodika e mësimit elementar të matematikës (MMEM) është disiplinë shkencore, e cila studion teorinë dhe praktikën e mësimit elementar të matematikës".[1] Pra, ajo shpjegon dhe intepreton teorinë dhe praktikën e mësimdhënies së matematikës për nxënësit e moshës 6-11 vjeç. Shumë vlerësime dhe përfundime të saj janë empirike dhe shpeshherë bazohen në një numër të fundëm vrojtimesh. Nga kjo del se në çdo tekst të kësaj metodike (ngjashëm edhe me metodikat e lëndëve të tjera mësimore) gjejmë edhe pikëpamje, mendime, vlerësime dhe interpretime të autorit, të cilat mund të mos pranohen nga autorët e tjerë. Kuptohet, gjatë periudhës së zhvillimit të saj, kanë ekzistuar e edhe sot e gjithë ditën ekzistojnë mendime, vlerësime, klasifikime dhe emërtime të llojeve ndër më të ndryshmet për përmbajtjet, detyrat, mjetet, format dhe metodat e mësimit elementar të matematikës.

---

[1] Radojeviq, P. Radojeviq: "Metodika nastave matematike" za IV godinu pedagoške akademije, Beograd, 1984. fq. 5

Metodika e mësimit elementar të matematikës si disiplinë shkencore është e pavarur, simotër me atë të mësimit lëndor të matematikës (VI-IX), ka objekt të veçantë studimi, metoda vetanake të hulumtimit shkencor me ndihmën e të cilave arrin të nxjerrë ligjësoritë e caktuara në fushëveprimtarinë e vet.

Metodika e mësimit elementar të matematikës, ka për objekt studimi përpunimin dhe përparimin e metodave, teknikave dhe të formave të mësimdhënies së matematikës në shkollë si dhe problematikën e gjerë organizative që paraqitet në aplikimin e parimeve, formave e metodave mësimore në praktikë. Pra, ajo merret me tërë problematikën, që shpie nga zhvillimi dhe përparimi i mësimit elementar të matematikës, përkatësisht nga rezultatet optimale në mësimin e saj. Ajo studion, vlerëson, sistemon dhe përhap përvojën e mësuesve më të mirë në mësimdhënien e matematikës, duke iu ndihmuar në këtë mënyrë mësuesve, të evitojnë shumë gabime të natyrës profesionale - metodike, të cilat dëmtojnë rëndë punën mësimore. Ajo orvatet që të udhëzojë: sa, kur, çfarë dhe në cilën mënyrë mund të përvetësohen njohuritë matematike nga nxënësit, duke depërtuar thellë në psikologjinë e tyre, me qëllim që të sigurohet suksesi në përmbushjen e qëllimit edukativo-arsimor që ka mësimi elementar i matematikës.

Duke marrë parasysh problematikën e gjithëmbarshme konkrete të strukturës së mësimit të matematikës, që shtrohet para mësuesit me nxënës të një paraleleje të vetme, përafërsisht të së njëjtës moshë, por me dallime të theksuara intelektuale, emocionale, sociale, morale, me një plan dhe program të caktuar të mësimit elementar të matematikës, me një numër të caktuar të orëve të mësimit dhe me një tekst shkollor të caktuar, metodika e mësimit elementar të matematikës, përcakton dhe riorienton kahet e shfrytëzimit sa më optimal të të gjitha kushteve dhe ecurive konkrete.

Detyrat e metodikës së mësimit elementar të matematikës janë të shumta. Nga autorët e ndryshëm ato parashtrohen në mënyra të ndryshme. Ne, në kursin tonë, ato do t'i klasifikojmë në dy grupe: Detyrat e metodikës së mësimit elementar të matematikës, si:

I **disiplinë shkencore** dhe

II **lëndë mësimore**

Në bashkësinë e parë të detyrave bëjnë pjesë:

1^o Rishqyrtimi i ndërlidhjeve me disiplinat e tjera shkencore të kohës, të arriturat e të cilave i shfrytëzon metodika e mësimit elementar të matematikës.

2^o T'i ndjekë "me syçelësi" të arriturat e disiplinave të tjera matematike dhe, në bashkëveprim me to, t'i përcaktojë përmbajtjet, detyrat dhe obligimet e ndërsjella.

3^o Nga disiplinat me të cilat kufizohet (psikologji e fëmijëve, psikologji pedagogjike, didaktikë, pedagogji familjare, logjikë...), me kohë të zgjedhë, të sistemojë dhe të shfrytëzojë përmbajtjet e caktuara shkencore.

4^o Të arriturat e hulumtimeve vetanake, praktike, i analizon, i sistemon, i përvetëson dhe i aplikon.

5^o Përdorimi i gjuhës së simboleve, ecurive dhe rrjedhave bashkëkohëse shkencore.

6^o Mbështetja dhe përvetësimi i risive tekniko-teknologjike të kohës.

7^o Të ndjekurit dhe të mbështeturit e rolit dhe rëndësisë interdisiplinare të matematikës në sistemin e shkencave tekniko-natyrore dhe shoqërore-humanitare.

Në bashkësinë e dytë të detyrave bëjnë pjesë:

1^o Të inicuarit dhe të ndihmuarit e zhvillimit të drejtë mendor të nxënësve në zbulimin dhe gjetjen e elementeve sasiore dhe hapësinore në natyrë dhe në shoqëri.

2^o Zhvillimi dhe përparimi i aftësive intelektuale të nxënësve, të nevojshme për zgjidhjen dhe përshtatjen me rrethanat dhe situatat problemore, me të cilat ndeshen në punë dhe në jetë.

3^o Kultivimi dhe admirimi i shprehive punuese, i qartësisë dhe i saktësisë, në të menduar dhe në të shprehur, duke shfaqur në punë durim e qëndrueshmëri, sakrificë e këmbëngulësi.

4^o Të mësuarit elementar të matematikës, me synim që nxënësit të aftësohen për mendim kritik dhe gjykim logjik, në nivele gjithnjë më të larta të abstraktimit.

5^o Të futurit e nxënësve në punën krijuese-hulumtuese e zbuluese dhe zënia fill e kënaqësisë që ka për t'iu sjellë kjo punë.

6^o Zënia fill për t'i njohur dhe për t'i futur nxënësit në ecuritë dhe rrjedhat ekonomike dhe shoqërore që ka për të sjellë jeta e përditshme.

7^o Përpunimi i përhershëm i specifikave matematike dhe i metodave mësimore dhe në mbështetje të rezultateve të tyre të vyera, të begatojë teorinë dhe praktikën e mësimdhënies.

Pra, para metodikës së mësimit elementar të matematikës shtrohen detyra mjaft të rëndësishme dhe me përgjegjësi. Si sintezë e tyre mund të themi: **Sa është me rëndësi çfarë të mësohet në mësimin elementar të matematikës, e një rëndësie akoma më të madhe është si të mësohet dhe të aftësohet nxënësi, që nxënia e matematikës të mos mbetet "privilegj" vetëm e "nxënësve jashtëserikë".**

Ekzistojnë mendime dhe vlerësime që theksojnë se: mjafton të njohësh lëndën e matematikës në mënyrë shkencore, kurse njohuritë didaktiko-metodike nuk janë aq të rëndësishme, ato gjatë praktikës shkollore "arrihen vetiu". Mirëpo, duhet ditur që mësuesi i ditëve tona duhet të jetë jo vetëm njohës i mirë i matematikës elementare, por ai lypset të disponojë edhe njohuri të thella teorike e praktike, pedagogjike, didaktiko-metodike, psikologjike e të tjera dhe të gjitha këto të jenë në funksion të bashkëkohësisë dhe ngritjes së cilësisë të procesit mësimor.

Metodikës së mësimit elementar të matematikës mund t'i kontribuojnë shumë mësuesit me përvojë, të aftë, ambiciozë, progresivë dhe inventivë, veçmas nëse ata punojnë sipas udhëzimeve bashkëkohëse, për vetarsimim gjatë tërë jetës dhe ky nëpërmjet **Mendimit kritik**.

1.1. BASHKËVEPRIMI I METODIKËS SË MËSIMIT ELEMENTAR TË MATEMATIKËS ME SHKENCAT E TJERA

MMEM si disiplinë mësimore-shkencore bashkëvepron në mënyrë të ndërsjellë edhe me shkencat e tjera, përkatësisht me disa nga disiplinat e tyre, në radhë të parë me matematikën si shkencë interdisiplinare, didaktikën, pedagogjinë, pedagogjinë e përgjithshme; shkollore dhe familjare, logjikën, psikologjinë e fëmijëve, psikologjinë, psikologjinë zhvillimore, psikologjinë pedagogjike, sociologjinë, teorinë e informatikës, kibernetikën etj. Ky bashkëpunim është i kushtëzuar nga pozicioni, roli dhe rëndësia që zë matematika në sistemin e shkencave dhe nga detyrat, të cilat orvatet t'i realizojë në arsim dhe edukim. Ajo shfrytëzon metodat e tyre të punës dhe disa prej rezultateve të hulumtimit shkencor të tyre.

Siç është e ditur, në çdo tekst të metodikës gjejmë edhe pikëpamje, mendime, vlerësime dhe interpretime të autorit, të cilat mund të mos pranohen nga autorët e tjerë. Kështu në pyetjen: Ç'është MMEM? Cilit grup të disiplinave shkencore do të duhej t'i përkasë; disiplinave pedagogjike apo atyre matematike, autori mbështet të drejtën të elaborojë kështu:

Në njërën anë do të thoshim ajo bën pjesë në sistemin e disiplinave matematike, e ndihmuar nga didaktika vihet në shërbim të mësimit elementar të matematikës, gërshetohet me përmbajtje të shumta matematike, veçmas nga lëmi i aritmetikës, gjeometrisë dhe me fillet e algjebrës.

Nga ana tjetër, bazojmë vlerësimin që MMEM nuk ka arritur ndonjë shkallë të lartë zhvillimi dhe përkryerjeje, siç kanë arritur disiplinat e tjera matematike. Kështu, sot shumë institute dhe katedra të matematikës, MMEM, por edhe MMM, nuk i pranojnë për bija të tyre!!!

Kështu, para çdo klasifikimi të mundshëm të disiplinave shkencore, MMEM nuk mund t'i përkasë as disiplinave pedagogjike, por as disiplinave matematike! Ajo do të thoshim gjendet në relacion të njëjtë me disiplinat pedagogjike dhe ato matematike.

Megjithatë, le të mendojmë dhe vlerësojmë edhe paksa ndryshe. Le të heqim këto paralele:

- DISIPLINAT SHKENCORE TEKNIKE kërkojnë dhe marrin ndihmë nga MATEMATIKA dhe ajo shërben si udhërrëfyese duke ushtruar edhe kontrollë në DISIPLINAT TEKNIKE si i shfrytëzon ajo ligjësoritë matematike. Megjithatë, asnjë disiplinë shkencore teknike, edhe pse të gërshetuara dhe të udhëhequra me njohuri të thella të arsimit matematik, nuk konsiderohet disiplinë matematike.

Po ashtu do të thoshim:

- MMEM kërkon dhe merr ndihmë nga DIDAKTIKA dhe ajo shërben si udhërrëfyese, duke ushtruar edhe kontrollë në MMEM si i shfrytëzon ajo ligjësoritë e procesit të mësimdhënies. Kështu MMEM, edhe pse gërshetohet dhe udhëheqet me njohuri të ngjeshura DIDAKTIKE, do të ishte logjike të mos konsiderohet disiplinë pedagogjike! Didaktika nuk do të duhej të mbajë peng metodikat e lëndëve mësimore, në veçanti ato të matematikës, së paku tash në shekullin e 21-të.

Koha që do të vijë, kur do të organizohet edhe ndonjë Kongres i matematikanëve, fizikanëve dhe astronomëve, do të duhej ta mbyllë përfundimisht këtë çështje!

Mësimi i matematikës "gjithnjë po ecën përpara", ai po modernizohet me përmbajtje të reja dhe aktuale, të cilat i përkasin gjeneratës së caktuar të shkollarëve. Prandaj, metodika e mësimit elementar të matematikës mund "të plaket" shumë shpejt, po qe se nuk i ndjek "hap pas hapi" ndërrimet strukturale dhe përmbajtësore të mësimit elementar të matematikës, të cilat përherë bartin me vete vulën e bashkëkohësisë. Metodika e mësimit elementar të matematikës është "pararojë" dhe "praparojë" e tërë aktivitetit elementar matematik të kohës. Ajo propozon, sugjeron, pranon dhe mbron risitë e lëmenjve të ndryshëm të matematikës, dedikuar nxënësve të arsimit fillor (I-V). Metodika e mësimit elementar të matematikës ndërlidhet me metodologjinë matematike. Ajo pranon dhe huazon për shfrytëzim ecuritë dhe rrjedhat e formimit të nocioneve, sistemin e pohimeve, rregullave, përkufizimeve, gjuhën dhe emërtimin e simboleve, me një fjalë, kuantumin e gjithmbarshëm bashkëkohës të mësimit elementar të matematikës.

Ashtu sikurse shumë disiplina të tjera shkencore, të cilat kërkojnë dhe marrin ndihmë nga matematika, po ashtu të gjitha metodikat e lëndëve mësimore, pra edhe ajo e mësimit elementar të matematikës, kërkon dhe merr ndihmë nga didaktika. Didaktika shërben si udhërrëfyese, por duke ushtruar edhe kontrollin e metodikës: si i shfrytëzon ajo ligjësoritë e procesit të mësimdhënies, si pranohen, zgjedhen, klasifikohen dhe aplikohen teknikat, metodat, parimet, format dhe mjetet mësimore. Metodika këto i riformulon, ripërshtat, duke i begatuar përherë me përmbajtje matematike.

Nëpërmjet didaktikës, metodika e mësimit elementar të matematikës vë "urë miqësie" edhe me **psikologjinë**, **psikologjinë e fëmijëve**, **psikologjinë zhvillimore**, e më tepër me **psikologjinë pedagogjike**. Shfrytëzimi i njohurive nga *psikologjia pedagogjike dhe zhvillimore* ka rëndësi të veçantë. Ato, para së gjithash, ndjekin rritjen dhe zgjojnë zhvillimin e aftësive psikike të nxënësve, por edhe i zbardhin specifikat dhe ligjësoritë e të mësuarit nëpërmjet zgjidhjes së problemeve si forma më e përkryer e të mësuarit. Ato i ofrojnë të dhëna të konsiderueshme për botën emocionale të fëmijëve; çfarë po ndodh në të dhe me qenien e nxënësit, si mund të nxitet zhvillimi i aftësisë për të mësuar, si mësohet me ndihmën e zgjidhjes së problemeve, ç'është "zbulimi" në mësim, cilat janë parakushtet për punë të suksesshme të nxënësve në hulumtimet e tyre miniaturale e një varg çështjesh të tjera, të cilat, metodika e mësimit elementar të matematikës, i pranon, i riorienton dhe ua përshtat specifikave të mësimit të saj.

MMEM nga **Psikologjia e fëmijëve** merr për analizë dhe shfrytëzim:

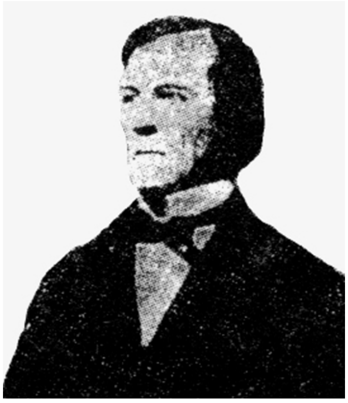
- periudhat e zhvillimit fizik dhe psikik të fëmijës,
- faktorët e zhvillimit: trashëgimi dhe rrethi shoqëror,
- rëndësinë dhe rolin e lojës në formimin dhe zhvillimin e personalitetit të fëmijës,
- pjekurinë e fëmijëve dhe nisjen e tyre në shkollë,
- zënien fill, zhvillimin dhe matjen e aftësive dhe shkathtësive,
- interesimin dhe dëshirat fëmijërore,
- ndikimin e bashkëmoshatarëve në formimin dhe krijimin e personalitetit të fëmijës,
- karakteristikat, zhvillimin dhe ndikimin e emocioneve fëmijërore në mësim,
- interesimet e hershme për profesionin e jetës, etj.

MMEM nga **Psikologjia pedagogjike** merr për analizë dhe shfrytëzim:

- motivet dhe ndikimin e tyre gjatë të mësuarit, frustracionet,
- metodologjinë e të mësuarit,
- faktorët e të mësuarit të suksesshëm
- aftësinë dhe shkathtësinë për të mësuar,
- përparimin gjatë të mësuarit,
- format e ndërlikuara të të mësuarit (të mësuarit nëpërmjet zgjidhjes së problemeve),
- kujtesën, kujtesën logjike, kujtesën mekanike dhe harresën, etj.

MMEM kërkon dhe gjen gjithnjë mbështetje nga **Pedagogjia e përgjithshme,** por edhe nga **Pedagogjia shkollore** dhe **Pedagogjia familjare**, thesari edukativo-arsimor i të cilave është i pashterrshëm dhe tepër i vyer.

Logjika para mësimdhënies elementare të matematikës shtron kërkesa obliguese, të caktuara: brendapërbrenda në mësimin e saj nuk bën të ekzistojnë dy ecuri, dy rregulla, dy zgjidhje... të kundërthënshme. Për përkufizimet gjenetike të nocioneve matematike, por edhe për gjykimet dhe përfundimet matematike, përkujdeset **logjika**. Nga vëllamëria e matematikës, dhe e logjikës, është konstituar edhe **Logjika matematike**.



Xhorxh Buli

Xhorxh Buli (1815-1864), matematikan anglez, themelues i Logjikës matematike moderne. Për nder të tij, njëra nga teoritë algjebrike, quhet “Algjebra e Bulit”. Algjebra e Bulit si konstruksion logjik gjen aplikim të gjerë në elektronikë dhe në automatikë.

MMEM bashkëvepron edhe me **sociologji**, mësimi elementar i matematikës për momentin e caktuar, do të duhej të përshtatej me nevojat, kërkesat dhe aspiratat e rretheve të ngushta apo të gjera shoqërore. Tregues për këtë është konstituimi i të ashtuquajturës **Sociologji e arsimit**, ku bëhet fjalë edhe për problematikën matematike.

Në këtë rrafsh, sot janë aktuale:

- trajtimi shoqëror i matematikës si lëndë mësimore dhe si disiplinë shkencore,
- trajtimi shoqëror dhe material i mësuesve të dalluar që kanë prirje të veçantë për mësimin elementar të matematikës,
- trajtimi shoqëror i nxënësve që kanë prirje për mësimin elementar të matematikës,
- trajtimi i faktorit socialo-emocional në mësimin elementar të matematikës,
- trajtimi shoqëror i mosshtrëngimit të notave nga mësimi elementar i matematikës,
- trajtimi shoqëror i nxënësve që ikin nga mësimi elementar i matematikës, etj.

Meqë mësimi është një proces i udhëhequr dhe i orientuar, sot MMEM nëpërmjet shkencës së matematikës, tashmë ka filluar të vjelë frytet e para nga **Teoria e informatikës, Teoria e programimit** dhe **Kibernetika** (kibernetika është disiplinë shkencore që studion ligjësoritë e përgjithshme të drejtimit në organizmat e gjallë e të "makinave të memories", të cilat lehtësojnë punën e njeriut, duke zëvendësuar disa nga veprimet e tij mendore e praktike me aparate dhe pajisje të ndërlikuara automatike). Kibernetika ka pasur ndikim të madh në zhvillimin e teorisë dhe praktikës së mësimit elementar të matematikës, duke vënë **Psikologjinë pedagogjike** (veçmas gamën e të mësuarit) para detyrimeve dhe sprovave të reja.

Meqë mësimi elementar i matematikës është proces informacioni, në të cilin hyjnë **pranimi, përpunimi** dhe **përcjellja e informacioneve**, atëherë nuk ka si të jetë ndryshe, veçse **Teoria e informatikës** sot gjithnjë e më fuqishëm është duke ushtruar ndikimin e vet pozitiv edhe në MMEM.

Të mësuarit për të jetuar së bashku me të tjerët mbështetur në teknologjinë e informimit dhe të komunikimit shpaloset nëpërmjet:

- identifikimit të “vendndodhjes” së informacioneve të kërkuara;
- “huazimit” të informacioneve dhe përpunimit të tyre dhe

- qëndrimit kërkimor dhe krijues ndaj informacioneve dhe komunikimit me të tjerët.

Në fund po shtojmë se, si çdo shkencë dhe disiplinë tjetër shkencore, edhe Metodika e mësimit elementar të matematikës nuk mund të ekzistojë si e izoluar nga shkencat e tjera. Në të ushtron ndikim edhe simotra e saj më e madhe, Metodika e mësimit të matematikës (VI-IX), por edhe të arriturat e metodikave të lëndëve të tjera mësimore.

2. SPECIFIKAT E MATEMATIKËS SI DISIPLINË

SHKENCORE DHE SI LËNDË MËSIMORE

2.1. OBJEKTI DHE SPECIFIKAT E MATEMATIKËS SI DISIPLINË SHKENCORE

Gjatë tërë historisë së zhvillimit të matematikës, në vazhdimësi janë bërë zbulime të reja, janë pranuar dhe përvetësuar përmbajtje të reja, duke i ndryshuar dhe plotësuar pikëpamjet lidhur me nocionet dhe rregullat e interpretimet matematike. Mirëpo, në këto raste, asnjëherë nuk janë mohuar arritjet e mëparshme matematike. Ato, ashtu të transformuara, bartën "vulën" e epokave të caktuara kohore. Këtë vlerësim po e theksojmë që ta kemi parasysh faktin se në çdo epokë shkenca e matematikës i ka korrigjuar dhe i korrigjon deri diku edhe sot arritjet dhe rezultatet e epokave të mëparshme.

Matematika lindi dhe u zhvillua nga kërkesat praktike, materiale, sociale, por edhe shpirtërore të njeriut. Që në lashtësi, problematika e përditshme jetësore, e cila kërkonte zgjidhje, e detyroi njeriun të persiasë, për të zhvilluar mendimin matematik. Kështu, nëpërmjet relacioneve të botës reale, filloi të ushtrojë, të hulumtojë dhe të studiojë **raporte sasiore** dhe **trajta hapësinore** të objekteve të caktuara.

Epoka e krijimit të matematikës përfshin periudhën kohore nga formimi i përfytyrimeve dhe nocioneve të para matematike deri te koha e **Euklidit.**

Euklidi (330-275 p.e.s.), matematikan helen. Themelues i gjeometrisë si shkencë. Shkroi kryeveprën "Elementet" në 13 libra, e cila ishte model i papërsëritshëm që e ruajti aktualitetin për afro 20 shekuj. Në kohën e Euklidit shkenca e matematikës filloi të paraqitet me fytyrën e saj autentike, duke iu përmbajtur një standardi të lartë kërkesash logjike. Euklidi me "Elementet" ndryshoi mendësinë nga "Si zgjidhet ky ose ai problem?" në "Pse zgjidhet ashtu?" e që ngulmonte në argumentimin e zgjidhjes. Euklidi, ky mësues i mbarë matematikanëve antikë dhe modernë që erdhën pas tij, hapi një horizont të ndritur të matematikës.

Euklidi

Ndërkaq, fillimi i epokës së matematikës bashkëkohëse përfshin periudhën kohore pas vitit 1794 (shek. XIX). Këtë vit **Lezhandri** botoi "**Një përpunim që mund të përvetësohet më lehtë"**, i cili "lëkundi" **"Elementet"** e Euklidit, të cilët 20 shekuj kanë qenë burim i vetëm për mësimin e gjeometrisë. Që prej atij viti, **"Elementet"** e Euklidit humbën rolin që e kishin dikur si tekst mësimor i mirëfilltë. Këtu filloi koha e **"Gjeometrisë joeuklidiane"** ose e **"Gjeometrisë së Lobaçevskit".**

Nikolaj I. Lobaçevski

Nikolaj I. Lobaçevski (1792-1856), matematikan rus. Ai është themelues i sistemit të parë gjeometrik, i cili dallon nga Gjeometria euklidiane.

Në këtë kohë lindën edhe dy disiplina matematike, tejet të rëndësishme: **Logjika matematike** dhe **Teoria e bashkësive.** Epoka e matematikës bashkëkohëse vazhdon ende. Shkenca e matematikës do të ekzistojë deri atëherë sa do të ekzistojë **madhësia** dhe në të ka se çka **të matet** dhe **të numërohet!**

Çdo shkencë e ka objektin e saj të studimit. **"Objekt i studimit të matematikës janë nocionet matematike"**.[2] (Në kuptimin e gjerë të fjalës, objekte të ngërthyera me operacione dhe relacione,ndërkaq, në kuptimin e ngushtë të fjalës, nocione konkrete: kubi, kuboidi, drejtëza, numërori, trekëndëshi, thyesa, pabarazimi, mbledhja, etj.). Matematika është shkencë, e cila "merr frymë", ajo vazhdimisht kërkon dhe gjen "korridore të lira" për pasurimin dhe zhvillimin e saj, duke iu përgjigjur gjithnjë rrjedhave tekniko-teknologjike të kohës. Nën çatinë e saj sot për sot strehohen jo më pak se **50 disiplina matematike**, kurse nesër e pasnesër numri i tyre do të shtohet edhe më shumë. Prandaj, një matematikan e ka vështirë, të mos themi që

---

[2] Petrović S.; Martić J.; Petković M.: "Didaktički-metodički priručnik za nastavu matematike (V-VIII), Beograd, 1983. f. 6.

nuk mund t'i ndjekë, të gjitha arritjet e sotme të shkencës së matematikës, por kjo nuk e përjashton mundësinë që në disa disiplina të caktuara matematike, ai t'i kapë pikat më të përparuara të atyre arritjeve.

Matematika është e implikuar në të gjitha hulumtimet shkencore. Kështu, prania e matematikës në të gjitha disiplinat e tjera shkencore, është një **specifikë madhore** e saj dhe mbështetja në këtë **"fortesë madhështore"** është domosdoshmëri. Në këtë kuptim është indikativ aforizmi i Leonardo da Vinçit (1452-1519): "**Nuk ka të vërtetë shkencore, në të cilën matematika nuk aplikohet"** [3]

Specifikat e matematikës janë të shumta dhe është vështirë të përkufizohen dhe të klasifikohen ato. Puna e frekuentuesit, cilësohet si punë hulumtuese. Pra, kërkohen përfundime vetanake të frekuentuesit, kurse studimi i saj është i veshur me petkun abstrakt. Ajo është mjaft aplikative dhe shumëdimensionale, prandaj kërkon punë shkallë-shkallë dhe qëndrueshmëri të pashoqe në punë. Ajo nuk mund të studiohet dhe të mësohet për "një ditë", por as nuk harrohet për "një ditë". **Matematika është shërbëtorja e të gjitha shkencave të tjera, por njëkohësisht edhe mbretëreshë e tyre"** (Gaus).

Ne, në kursin tonë, do t'i trajtojmë këto specifika:

1. **Abstraksionin matematik,**
2. **Saktësinë matematike** dhe
3. **Aplikimin e matematikës në sistemin e shkencave.**

2.1.1. ABSTRAKSIONI MATEMATIK

Matematika bën pjesë në togun e shkencave abstrakte më të vjetra. Për dallim nga **kimia, biologjia, fizika...,** të cilat hulumtojnë **veti të zgjedhura konkrete**, të objektit, dukurisë apo procesit, **matematika** hulumton **veti të zgjedhura abstrakte,** të objektit, dukurisë apo procesit.

"Vetë nocioni "abstrakt" përkufizon konceptin e një gjëje që nuk kapet dot me anë të shqisave dhe që rrjedh nga përgjithësimi mendor, diçka që është shkëputur nga realiteti, diçka si tepër teorike dhe e papërcaktuar dhe e vështirë për ta kuptuar". [4]

Ndërkaq, **"mënjanimi me anë të të menduarit, nga trajtat, vetitë e lidhjet e caktuara të objekteve e të dukurive konkrete dhe dallimi, veçimi e përgjithësimi i tipareve të tyre më thelbësore në një qasje të caktuar, quhet abstraksion".** [5]

Abstraksioni, si njëra ndër format themelore të të menduarit logjik, nuk është vetëm veçori e matematikës. Në jetën e përditshme ndeshemi shpesh me shprehje, ide, zgjidhje dhe punë abstrakte,

---

[3] Da Vinçi L. sipas Mijatović K. "Priručnik za nastavnike" uz udžbenik matematike za III razred osnovne škole, Sarajevë, 1979.f. 7.

[4] Jaka Prof. Bedri: Metodika e mësimdhënies së matematikës" për studentët e SHLP-së - Dega e Matematikës, FSHMN - Dega e Matematikës, Fakultetit Filozofik - Dega e Pedagogjisë, Prishtinë 1998, fq. 28

[5] Po aty, f. 68.

vargje abstrakte, pikturë e skulpturë abstrakte, oratori abstrakte... shkalla e abstraktimit të të cilave është e ndryshme.

Abstraksioni është njëra ndër specifikat e rëndësishme të shkencave matematike, prandaj nuk është e rastësishme që atë e konsiderojnë abstrakte.

Shpeshherë, kur themi se matematika është shkencë abstrakte, lindin paqartësi. Në shikim të parë, do të përfundonim se matematika bashkëkohëse operon dhe vë në relacion objekte, të cilat nuk kanë lidhje me realitetin objektiv - material. Në të vërtetë, të gjitha objektet materiale kanë prejardhje prej realitetit objektiv që na rrethon. Prej objekteve materiale pranohen një, dy, ose më tepër veti të tij dhe këto veti të tij përfaqësojnë objektin matematik. P.sh.: Vështrojmë një bashkësi me gjësende materiale dhe reale, me atë rast, po e zëmë abstraktojmë (eliminojmë) një varg të vetive të asaj bashkësie (formën, ngjyrën, radhitjen etj.) dhe marrim për shqyrtim një ose disa veti të tjera (pozitën, masën, numrin matës...). Në këtë vazhdë të shqyrtimit të këtyre objekteve matematike mund të abstraktohet edhe ndonjë veti ose mund të përgjithësohet ndonjëra prej tyre, duke formuar një objekt të ri matematik. Pra, realiteti paraqet nismën e objektit material. Po qe se ato janë konstruktuar me saktësi, do të gjejnë interpretim konkret në praktikë.

P.sh.: Janë dhënë tri objekte **a, b, c**, ekzistenca e të cilave saktësohet me relacionin a—ɜb (a përpara b) dhe b—ɜc (b përpara c). Sipas rregullave logjike rrjedh a—ɜc (a përpara c) apo cɛ—a (c pas a). Për këtë konstruksion abstrakt mund të merren një varg interpretimesh konkrete; a, b, c, po i zëvendësojmë me tre numra natyrorë të njëpasnjëshëm apo me tri ditë të njëpasnjëshme në javë, apo me tri "gjenerata": gjyshja, nëna, vajza, etj. dhe përfundojmë që konstruksioni i mësipërm ka kuptim.

Nocionet matematike, edhe pse të përcaktuara në një shkallë të lartë abstraksioni, megjithatë përmbajnë në vete dukuri të botës reale. **Nocionet reale** nëpërmjet një evoluimi të gjatë e të mundimshëm (në mbështetje të operacioneve mendore të abstraktimit dhe gjeneralizimit) janë transformuar në **nocione abstrakte.**

Shkenca e matematikës i mënjanon të gjitha veçoritë e objekteve që i studion ajo, përveç **raporteve sasiore** dhe **trajtave hapësinore.** Nga objekti matematik me anë të të menduarit vilen të gjitha tiparet konkrete, duke e përfytyruar dhe shndërruar atë në një objekt abstrakt.

Në shkencën e matematikës gjithnjë është i pranishëm **abstraksioni**, madje edhe në zgjidhjen e problemeve elementare, p.sh.:

Është dhënë grupi $G = C_5 = \{ a, a^2, a^3, a^4, a^5 = e\}$.

Formo grupin e endomorfizmave E(G) dhe grupin e automorfizmave A(G)! Elementet e grupit të sipërpërmendur përfaqësojnë një abstraksion në vete, meqë nuk dimë se çfarë madhësie i përkasin. Këtë grup abstrakt e "qëndisin" edhe dy nocione, po ashtu, abstrakte **- endomorfizmi** dhe **automorfizmi**.

Lidhur me abstraksionin janë të njohura shumë aforizma, nga të cilët po veçojmë: **"Matematika krijon një vegël, e cila është e përshtatshme për t'i trajtuar kuptimet abstrakte të çdo natyre dhe në këtë kuptim fuqia e saj është e pakufishme"** .[6]

Shkalla e lartë e abstraksionit në teoritë bashkëkohëse matematike nuk do të thotë edhe ndarjen e matematikës nga realiteti objektiv - material. Mundësia e madhe e abstraksionit matematik siguron të menduarit shkencor në shkallë

---

[6] Dyrak, P.M.A. sipas Stipaniq, E. "Matematika për kl. III e IV gjimnaz, Prishtinë, 1963, f. 4.

kulminante. **Përmbajtja shkencore abstrakte do të duhej të kapet, po qe se personi ka shprehi për punë, forcë përfytyruese, mendje të zhdërvjellët dhe thellësi mendimi.**

2.1.2. SAKTËSIA MATEMATIKE

Me shprehjen "Saktësi matematike" kuptojmë tërësinë e përfundimeve të përpikëta, te të cilat arrihet. (Ndërkaq, "Mendimi dhe vlerësimi përgjithësues, që nxirret për një çështje të shqyrtuar e të studiuar deri në fund, quhet përfundim". [7]

Përpikëria e saj mbështetet në faktin që për çdo rregull, përkufizim, formulë, ecuri, gjykim dhe përfundim matematik ekziston përdëftimi i njëkuptimtë i tyre. **Bazamenti i konstituimit të shkencës së matematikës është caktueshmëria e objekteve të saj jo me dy kuptime.** Është domosdoshmëri të dimë se çfarë nënkuptojmë me një objekt të caktuar matematik, çfarë përfaqëson një **nocion**, një **relacion,** një **operacion,** një **shenjë**... e caktuar. P.sh.: Me nocionin **shumëzim** kuptojmë vetëm një **operacion aritmetik** dhe ky zakonisht shënohet me shenjën **"."** dhe po qe se me atë shenjë dëshirojmë të shënojmë diçka tjetër, atëherë ajo duhet të theksohet dhe të përcaktohet në mënyrë të veçantë.

Në matematikë nuk pranohet asnjë përfundim, sado që të jetë evident, po qe se nuk vërtetohet logjikisht, por që edhe praktikisht të jetë i justifikueshëm. Kështu, gjatë historikut të saj ka pasur shembuj që disa teori kanë qenë konstruktuar sipas rregullave të një logjike të caktuar, por gjatë orvatjes së interpretimit të tyre janë shfaqur gabime. Mbi këtë bazë dhe për këtë arsye **praktika** (në kuptimin e gjerë të fjalës) **konsiderohet kriteri më i mirë i saktësisë matematike.**

Matematikanët përdorin një gjuhë, nëpërmjet të së cilës ecuria matematike, por edhe ëmërtimi i nocioneve, nuk bën të ketë dykuptimësi, paqartësi dhe papërpikmëri, lidhur me atë që është thënë dhe përvetësuar njëherë dhe asaj që presim të thuhet.

Emërtimi dhe përdorimi i shumë nocioneve dhe simboleve matematike bëhet me marrëveshje, konvencion dhe atë duhet ta përfillin të gjithë matematikanët. E keqja është që këto marrëveshje nuk përfillen gjithmonë dhe në çdo rast. - Terminologjia e matematikës (veçmas në gjeometri) ka raste që nuk është e njësuar, por ndryshon nga një matematikan (specialist) te matematikani (specia-

---

[7] Jaka, prof. B.: "Metodika e mësimdhënies së matematikës për studentët e SHLP - Dega e matematikës FSHMN - Dega e matematikës, Fak. Fil. - Dega e pedagogjisë, Prishtinë,1998, f..45.

listi) tjetër, nga një libër në librin tjetër, nga një vend (qendër) në vendin (qendrën) tjetër.

Kështu, ndodh që, disa matematikanë aty-këtu përdorin emërtime të nocioneve me dykuptimësi, si të ishin sinonime, po e zëmë:

- kënd, vijë këndi, konturë këndi, këndore, sipërfaqe këndore,
- vijë shumëkëndëshe, shumëkëndësh
- rreth, qark, rrethore, sipërfaqe rrethore,
- sferë, sipërfaqe sferike, top, rruzull,
- syprinë, sipërfaqe, syprinë e sipërfaqes,
- kuadër, kuboid, paralelopiped, kënddrejt, etj.

Në matematikë insistohet të dihet se çfarë nënkupton autori me një nocion të caktuar dhe çfarë përfaqëson një shenjë në njerën ose në teorinë tjetër.

Mosnjësimi dhe jokonsekuenca në emërtime (trekëndëshin kënddrejt ta quajmë skuadër!) dhe problemet e dala nga këto shtrojnë nevojën e Tubimeve periodike të njerëzve të shkencës (matematikanëve, gjuhëtarëve e të tjerëve) me qëllim të njësimit të terminologjisë.

Në të vërtetë, kjo specifikë e matematikës si shkencë shkakton shumë vështirësi, të cilat shfaqen në studimin dhe mësimin e saj. Në matematikë nuk kanë vend interpretimet arbitrare dhe subjektive. Përpikëria matematike sigurohet me aplikimin parimor dhe rigoroz të ligjeve të të menduarit si dhe formave të përfundimeve logjike.

Njëra prej specifikave të matematikës si shkencë është edhe **përgjithësimi**, i cili pason si rezultat i tendencës së përgjithësimit të rregullave, pohimeve, përfundimeve dhe ecurive të tjera matematike. "Përgjithësimi mund të konsiderohet edhe si specifikë e veçantë e matematikës, por edhe si e veçanta e saktësisë matematike". [8] Ai krijon dhe riprodhon algoritme të përgjithshme, për t'i aplikuar ato në situata dhe rrethana të ndryshme konkrete. Pra, po të mos ekzistonte saktësia matematike, nuk do të ekzistonte as përgjithësimi matematik. Si pasojë e tërë kësaj, do të mungonte edhe aplikimi i gjerë dhe i thellë i matematikës në sistemin e shkencave të tjera, për të nuk do të shfaqej farë interesimi dhe, si e tillë, nuk do të vendosej në vendin parësor të sistemit të shkencave.

Në mbështetje të saktësisë tepër të madhe të saj, po ajo shkencë e matematikës, me disiplinat e saj, me kuantumin e ngjashëm ose identik të njohurive, me ecuri të njëjta ose të ngjashme të studimit, mundëson që matematikanët e të gjitha meridianeve të planetit tonë, pa ia ditur gjuhën njëri-tjetrit, por nëpërmjet gjuhës matematike, ta kuptojnë njëri-tjetrin për bukuri.

2.1.3. APLIKIMI I MATEMATIKËS NË SISTEMIN E SHKENCAVE TË TJERA

[8] M. Nikoliq: "Vaspitanje u nastavi matematike u osnovnoj skoli", Beograd, 1969, f. 20.

Historia nuk ka ruajtur dokumente për hapat e parë të të matematikës*, por një gjë dihet me siguri: ajo lindi, u zhvillua dhe u rrit prej nevojave të përditshme të punës dhe të jetës së njeriut. Pra, ajo ka pasur, e edhe sot ka, aplikim në jetën dhe punën e çdo njeriu. Për këtë si rrallë ndonjë aforizëm tjetër bën fjalë ai i M.I. Kalinjinit: "Cilëndo shkencë që dëshironi ta studioni, cilëndo shkollë që ta regjistroni, cilëndo punë që do ta kryeni, nëse doni që atje të lini ndonjë gjurmë, është e domosdoshme ta dini matematikën".[9]

Shumë disiplina shkencore - natyrore, duke qenë nën ndikimin e kërkesave praktike të kohës, për zgjidhjen e problematikës ekzistuese, kanë qenë të shtrënguara të kërkojnë "ndihmë matematike". Nën ndikimin e kërkesave të disiplinave shkencore-natyrore (astronomisë, gjeodezisë, statikës, mekanikës, optikës...) është zhvilluar dhe kompletuar edhe vetë matematika. pra, gjatë tërë historisë së njerëzimit, shkenca e matematikës punoi si bleta, ajo e ushqeu veten, por më tepër i ushqeu të tjerët.

Më vonë, matematika filloi të aplikohet në kimi, biologji, mjekësi, gjuhësi, ekonomi, pedagogji, sociologji, psikologji etj. Kjo nuk nënkupton që ajo i është shmangur aplikimit tradicional, në shkencat e tjera ekzakte. **Aplikimi i matematikës në shkencat natyrore dhe në shkencat teknike, është i gjerë.** Zhvillimi i arritur në këtë gamë të veprimtarisë njerëzore nuk ka qenë i mundur pa aplikimin intensiv shumëdimensional të matematikës. Përpikëria e fluturimeve kozmike, eksperimentet me energji atomike, transmetimet satelitore, zbulimi dhe përdorimi i makinave llogaritëse për të zgjidhur operacione tejet të ndërlikuara..., dëshmojnë shkallën marramendëse aplikative të matematikës.

Elektronika, automatika dhe kozmonautika janë tri fushëveprimtari njerëzore të shekullit 20 dhe 21, të cilat, në mënyrë revolucionare, e kanë ndryshuar dhe ende do ta ndryshojnë botën. Nën ndikimin e kërkesave të atomistikës dhe kozmonautikës, lindën disiplina dhe teori të reja matematike. Elektronika shtroi para matematikës detyra të ndërlikuara, duke filluar nga konstruksioni i makinave për llogaritje dhe automateve të tjera deri te përpunimi i materialeve (programeve) për punë të atyre makinave. Ta zëmë, për prognozën meteorologjike të një dite duhet të përpunohen "disa mijëra të dhëna", nëpërmjet disa mijëra veprimeve llogaritare. Makina llogaritare këto i kryen "për disa minuta!" Ose, në anijën kozmike nëpër Gjithësi, brenda një sekonde duhet të kryhen veprime llogaritare tejet të ndërlikuara. Ose, gjatë fluturimit të avionit për të verifikuar shtypjen e ajrit në krahët e tij, është e nevojshme zgjidhja e sistemit të ekuacioneve jo me më pak se 40 të panjohura, përkatësisht futja në veprim e 50 mijë operacioneve llogaritare. Këto llogaritje, makina elektronike i kryen për 10-15 sekonda (ndërkaq, sikur kjo llogaritje të bëhej "me dorë", do të nevojitej kohë jo më pak se dy muaj, me kusht që askund të mos gabohet!). Në çdo ent statistikor, urbanistik, gjeodezik..., maki-

---

* VËREJTJE: Dokumenti më i vjetër i ruajtur merret "Papirusi i Moskës", i shkruar rreth 2000 vjet para erës sonë, (saktësisht rreth vitit 1850 p.e.s.).

[9] Kalinjin M. I., sipas Mijatović K.: "Priručnik za nastavnike" uz udžbenik matematike za III razred osnovne škole, , Sarajevë, 1979 fq. 7.

nat llogaritare u bënë domosdoshmëri e punës së përditshme, normale. Të arriturat bashkëkohëse elektronike janë inkurajuese, duke u krijuar kështu **Teoria e automatizmit, Teoria e informatikës, Teoria e lojërave, Sistemet operacionale bankare.... Kibernetika...** Ideja e shfrytëzimit të automateve për përkthim nga njëra gjuhë në tjetrën, ka zgjeruar gamën e interesimit për aplikimin e matematikës në gjuhësi, edhe pse tash për tash ky problem nuk është zgjidhur deri në fund. Aplikimi i matematikës është futur thellë edhe në shkencat e biologjisë dhe të mjekësisë, në diagnostifikimin e sëmundjeve të ndryshme etj.

Në këtë pikëpamje, fusha e aplikimit matematik është në zgjerim e sipër te shumë disiplina shkencore, natyrore-teknike e shoqërore-humanitare.

Roli dhe rëndësia e matematikës, implikimi i saj në shkencat e tjera dhe në veprimtaritë e ndryshme njerëzore, është përfaqësuar shumë bukur në **"Drurin e diturisë"**, ekspozuar në pavijonin e **"Diturisë"** të ekspozitës **"Shekulli i progresit"** në Çikago, në vitin 1933, ku shkenca e matematikës përfaqëson **rrënjën e një druri të madh**, trungu, degët, gjethet, lulet e fryti i së cilës janë i tërë lëmi i shkencave natyrore, teknike, ekonomike, bujqësore, ushtarake dhe shoqërore -humanitare.

Duhet të kihet parasysh, se aty ku përparon prodhimtaria e punohet me ekonomizim, aty ku racionalizohet procesi i prodhimit dhe zvogëlohen havaritë, aty ku ka risi teknike-teknologjike, aty, me sigurinë më të madhe, përfaqësohen dhe zbatohen përmbajtje matematike.

Po të na mungonte thesari i pafund i diturive dhe i njohjeve matematike, sot njerëzimi do të ishte më i varfër për shumë çelësa të jetës. Bota do të ishte krejt tjetër, pa shfrytëzim të energjisë atomike, makinave llogaritëse, pa lidhje telekomunikative, pa fluturime kozmike, pa shkelje të këmbës së njeriut në Hënë, pa prognozë afatgjate meteorologjike, shkurt pa standardin jetësor, të cilin e gëzon bota sot.

Specifikat e përmendura, matematikës ia caktojnë një vend të rëndësishëm (ndoshta më të rëndësishmin) në sistemin e shkencave dhe të disiplinave shkencore, duke e konsideruar si njërën ndër shkencat më të ndërlikuara dhe më aplikative.

2.2. SPECIFIKAT E MATEMATIKËS SI LËNDË MËSIMORE

Specifikat e matematikës si lëndë mësimore janë rrjedhim i specifikave të matematikës si shkencë, të cilat pasqyrohen në **abstraksionin matematik**, në **saktësinë matematike** dhe në **aplikimin e gjerë të matematikës.** Por, e veçanta është: Mësimi elementar i matematikës si lëndë mësimore është "**shkencë e didaktizuar"** dhe ndryshon nga **matematika si shkencë** për nga përzgjedhja e materies e vëllimi i saj, "thellësia e ndriçimit" e në shumë raste edhe nga "përpikëria e interpretimit".

Specifikat e përmendura MEM ia përcaktojnë njërin ndër vendet me përparësi në sistemin e lëndëve mësimore, duke e konsideruar si njërën ndër lëndët mësimore më të ndërlikuara, e cila gjithnjë kërkon trajtim të veçantë.

Abstraksioni i objekteve matematike para nxënësve paraqet vështirësi të posaçme. Vështirësitë e caktuara mund të përballohen, duke përdorur me kujdes materialin didaktik dhe mjetet mësimore, në mënyrë që po ato mjete (modele, skema, figura...) të mos identifikohen me objektet matematike. Nga objekti matematik me anë të të menduarit vilen të gjitha tiparet konkrete, duke e përfytyruar dhe shndërruar atë në një objekt abstrakt. Kështu, ta zëmë: "Për t'i prekur me dorë" numrat deri 1000, të ndihmuar nga ilustrimi me diagrame (Fig. 82) këtu abstraktojmë **masën, pozitën, ngjyrën, temperaturën, materialin ndërtimor...** të objekteve dhe marrim për shqyrtim **formën** (e kubeve)**, madhësinë** (kub i madh dhe kube të vogla dhe **sasinë** (1 kub i madh = 10 pllaka, 1 pllakë = 10 shufra, 1 shufër = 10 kube të vogla). Zhvillimi i aftësisë për abstraksion te nxënësit, është detyrë me përgjegjësi për mësuesin. Kur nxënësve u shpjegohet dallimi midis **trupit gjeometrik** dhe **trupit fizik** dhe u themi që trupi gjeometrik nuk ka masë, temperaturë, ngjyrë, erë, etj., nxënësit ndodhen në dilemë: A thua ekziston një trup i tillë?!

Abstraksioni matematik i shoqëron nxënësit që nga mësimet e para në kl. I fillore, po e zëmë: 1^o Shëno X numërorët {6, 7, 8, 9}, për të cilin është i vërtetë mosbarazimi 9 + أ>17 ose, 2^o Emërto dhe plotëso (7,5) →أ - Δ=∇; أ- ∇=Δ; Prandaj, ka rëndësi parësore mënyra e implikimit dhe e interpretimit të tij. Ndodh që mësuesi ca ecuri dhe përmbajtje abstrakte nuk mund t'i kapë dot as vetë ose t'i kapë pjesërisht dhe "mekanikisht". Në mbështetje të këtij vlerësimi parapëlqehet aforizmi i A. Revuz: "**Nuk është e drejtë që ta urrejmë matematikën pse është abstrakte, më e arsyeshme është që ta urrejmë mësuesin, i cili nuk e shoqëron nxënësin nëpër rrugë abstrakte"** .[10]

Saktësia (përpikëria) matematike dhe **përgjithësimi,** specifika këto të matematikës si shkencë, gjerësisht shpalosen edhe në mësimin elementar të matematikës. Nga nxënësit kërkohet vjelja me përpikëri e përfundimeve logjike (në mbështetje të ligjeve të të menduarit dhe operacioneve mendore). Për zgjidhjen e një detyre të caktuar mund të zbatohen një, dy ose më shumë ecuri të zgjidhjes, por nuk mund të pranohen dy rezultate të ndryshme përfundimtare.

Saktësia matematike mbështet aplikimin e një gjuhe të saktë, të njësuar, të pastër dhe të pasur matematike. Kështu, në praktikën shkollore është evidencuar përdorimi i këtyre fjalëve: shkon (te pjesëtimi), gjatësia e lartësisë (a mos ekziston edhe gjerësia e lartësisë?!), gjatë pjesëtimit nuk kemi teprica e të tjera të ngjashme me to në vend që të përdoren fjalët, si: përmbahet, tehu i lartësisë, mbetje e pjesëtimit etj. Një gjë dihet me siguri, po të mungonte përpikëria matematike, do të mungonte edhe vetarsimimi matematik.

---

[10] Revuz A. Sipas Mijatoviq, K. "Priruçnik za nastavnike" uz udzbenik matematike za I razred osnovne škole, Sarajevë, 1979, f. 6.

Pohimet, ecuritë dhe detyrat matematike gjithnjë kanë tendencë **përgjithësimi. Përgjithësimi mund të trajtohet si specifikë e veçantë e mësimit elementar të matematikës, por ajo njëherazi është edhe e veçanta e saktësisë matematike.** Ai krijon dhe riprodhon vizatime, rregulla, algoritme, zgjidhje të përgjithshme për t'i aplikuar po ato në situata dhe rrethana të tjera konkrete.

Njëra nga specifikat e rralla që ka mësimi elementar i matematikës është se: **Puna e nxënësit gjatë të mësuarit dhe të ushtruarit të saj, kualifikohet si punë hulumtuese në miniaturë.** Për ta përvetësuar mësimin mirë dhe drejt, jo vetëm që ai lypset të (ri)lexohet, por edhe të ushtrohet si dhe të përvetësohen mirë e mirë edhe shumë mësime të tjera para tij. Nxënësit në MEM gjithnjë ndeshin situata të reja, të papara dhe të paqena deri atëherë në punën e tyre hulumtuese. Ata vazhdimisht ndodhen në sprovë lidhur me atë si dhe nëpërmjet çfarë ecurish mund të bëhet zgjidhja e detyrës problemore, a ka zgjidhje, përse nuk ka zgjidhje, ku qëndron gabimi, cila zgjidhje duhet të pranohet etj.

Në mësimin elementar të matematikës, për informim komplet, nuk mjafton vetëm interpretimi i të dhënave të ofruara nga mësuesi, por edhe vetëvjelja e të dhënave të reja si dhe komponimi i tyre në tërësi logjike. Kështu, ta zëmë, në dituri natyre merret që afro 80% e mësimit të shpjeguar reprodukohet, ndërkaq, në mësimin elementar të matematikës vetëm 10%, ndërsa pjesën tjetër prej 90% nxënësit do të duhej që ta përvetësojnë nëpërmjet vetëhulumtimit në miniaturë. Këtë duhet ta **vështrojmë** si **specifikë tepër të veçantë** të mësimit elementar të matematikës. Në thelb, ky mësim dallueka nga mësimi i dituri natyrës dhe i dituri shoqërisë, gjuhës shqipe... dhe se ai "**nuk lexohet"** si të tjerët, por **"ushtrohet"**. Nga kjo **ekstra specifikë** zë fill **"situata problemore"** e ngërthyer me **"situatë të vështirësive"**, që e përcjellin mësimin e saj. Në MEM, nuk do të kishin pasur vështirësi sikur të mungonte puna hulumtuese për nxënien dhe ushtrimin e mësimeve të saj, por atëherë MEM nuk do të kishte trajtim të posaçëm as vend e rol parësor në sistemin e lëndëve të tjera mësimore.

Aplikimi i gjerë dhe i thellë i matematikës dhe ndihma që ajo u ofron lëndëve të tjera mësimore, para nxënësve paraqet po ashtu vështirësi të konsiderueshme, meqë prej tyre kërkohet jo vetëm njohja e përmbajtjeve matematike, por edhe njohja e atyre përmbajtjeve lëndore (shkencat e natyrës, teknologji, punëdore…), ku përmbajtjet matematike gjejnë aplikim. P.sh.:

Dituri natyre: Temperatura maksimale mesatare vjetore, thellësia mesatare e shpurjeve të një miniere, kushtet atmosferike, të cilat ndikojnë në krijimin e reshjeve, shpejtësia e dritës, matja e kohës, sistemi i koordinatave gjeogrfike, gjatësia e Ekuatorit, shkallët e termometrit ose të zëmë detyra problemore të thurura nga jetëgjatësia e kafshëve të egra. p.sh. Luani jeton më se 35 vjet që do të thotë $\frac{7}{10}$ e jetës së ariut ose $\frac{5}{40}$ e jetës së elefantit. Sa është jetëgjatësia e ariut dhe e elefantit, etj.

Edukatë fizike: Madhësia e fushave të futbollit dhe "të futbollit të vogël", të basketbollit, hendbollit, volejbollit, ringut të boksit, kategoria e boksierëve, matja e kohës në vrapimet 100 m për fatosa, në 200 m me pengesa për femra, garat në not...

Arsim teknik: Madhësia e formatit të letrës A_0, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 dhe A_6; dy trekëndëshat, të cilët do t'i përdorim, do të duhej t'i kenë këndet e ngushta ($45^o + 45^o$) dhe ($60^o + 30^o$), të hequrit e drejtëzave pingule dhe paralele, llojet e vijave dhe trashësia e tyre (0,1 - 1,2 mm), vija e plotë e hollë ka shigjeta në dy skaje (vija për kuotim), vija e ndërprerë ka trashësinë e gjysmës së vijës së trashë, mesi i figurës së vizatuar, i paraqitur me vijën vizë-pikë-vizë, (vijë boshtore), temperatura e përpunimit dhe e prodhimit të materialeve plastike, punimi i kapelës nga letra, punimi i zarfit për letra, punimi i maketit të qoshkut, punimi i modelit të fluturakeve, punimi i maketit të kauçit, maketi i shtëpizës, punimi i raketës etj.

Aplikimi i ngjeshur praktik i diturive matematike tregon madhështinë e vërtetë që ka mësimi elementar i matematikës dhe me arsye të plotë, i shoqëron të gjithë shkollarët, pa përjashtim, si hija e tyre.

Për nxënësit disa përmbajtje programore nuk kanë aplikim praktik të drejtpërdrejtë. Duke qenë të detyruar të mësojnë edhe "atë që nuk është aq interesante" për ta, ndonjë "tog" nxënësish mund ta braktisë përkohësisht mësimin elementar të matematikës! Në këtë drejtim, "të mësuarit për së dyti" (I-V) në shtëpinë e nxënësit, i udhëhequr dhe i mbikëqyrur nga njëri prind apo një person i tretë, është domosdoshmëri. Edhe kjo paraqet një specifikë në vete.

Njohja e këtyre specifikave dhe e veçorive të tjera të mësimit elementar të matematikës ka rëndësi të madhe për mësuesin, për të ofruar ndihmë e për të dhënë këshilla përkatëse, lidhur me përballimin e vështirësive të caktuara.

3. ARSIMI DHE EDUKATA NË MËSIMIN

ELEMENTAR TË MATEMATIKËS

Derisa leximi, shkrimi dhe llogaritja në mënyrë tradicionale konsideroheshin si elemente kryesore të shkollimit, në kohën më të re, **shkollimi informativ** (kompjuterik) po bëhet dita-ditës më i rëndësishëm në përkufizimin e **diturisë** dhe të **shkathtësive themelore të arsimit**.

Ç'është edukimi dhe ç'është arsimi në mësim? Arsimi dhe edukimi (në kuptimin e ngushtë të fjalës) vetëm teoritikisht mund të ndahen. Në praktikën shkollore ato janë të pandashme. Nocioni arsim në tërësi është i përfshirë në nocionin edukim.

"Edukata është bashkësi e ndikimeve të planifikuara të të rriturve në zhvillimin e fëmijëve dhe të të rinjve, por edhe mundësi e nevojë e bartjes së ndikimeve edukative midis brezave të njëjtë dhe, më në fund, edhe si bartje e ndikimeve edukative prej më të rinjve në më të vjetrit".[11] Në mësimin elementar të matematikës disa nga këto ndikime pasqyrohen nëpërmjet:

1. Përvetësimit të diturive, shkathtësive dhe shprehive të caktuara (zhvillimi dhe përparimi i njohurive, përpikërisë, qartësisë dhe shpejtësisë me rastin e llogaritjes, matjes, formulimit e përshkrimit, zhvillimit të aftësisë për vëmendje të përqendruar duke insistuar prodhimin e zgjidhjeve të modeleve, skicave, grafikoneve, vizatimeve... të reja, të "papara" deri atëherë).

2. Zhvillimit të aftësive psikiko-fizike të nxënësve (zhvillimi dhe përparimi i operacioneve mendore, i ligjeve të të menduarit logjik, kultivimi i aftësisë psiko - fizike për punë sistematike dhe këmbëngulëse për tejkalimin e vështirësive të caktuara problemore. Pikërisht kapja e fillit të të menduarit logjik formal dhe abstrakt është gurthemel për qëndrueshmërinë e diturive të fituara dhe absorbimin me sukses të programit të mësimit të matematikës në shkallën më të lartë të shkollimit).

Detyrat edukativo-arsimore në mësimin elementar të matematikës janë të shumta, realizimi i të cilave shtrihet sa në fushën edukative, po aq edhe në atë arsimore. Ne do të përmendim bashkësinë e disa prej detyrave thelbësore:

- aftësimi për punë sistematike, të pavarur dhe të organizuar
- të kultivuarit e vetiniciativës dhe shprehisë së punës,
- aftësimi për shprehje të qartë, logjike dhe të saktë, shprehia për përgjegjësi, saktësi e rregull në kryerjen e detyrave shkollore,
- zhvillimi dhe përparimi për të qenë parimor, objektiv, kurreshtar, i zellshëm dhe i përpiktë në caqet punonjëse dhe të tjera jetësore,
- duke konsistuar në simetri, rregull, përpikëri, qartësi... bën që vlerat estetike të identifikohen, vlerësohen e në fund edhe të krijohen nga nxënësit vetë,

[11] Jaka, prof. Bedri: "Metodika e mësimdhënies së matematikës për studentët e SHLP-së - Dega e matematikës, FSHMN - Dega e matematikës, Prishtinë, 1998, f. 73.

- aftësimi i nxënësve për llogaritje me shkrim dhe me gojë, për modelim të formave gjeometrike, për matje të ndryshme dhe zgjidhje të detyrave problemore nga praktika e përditshme jetësore,

- të përparuarit e aftësive intelektuale, të cilat janë të nevojshme për gjeturi në situata të ndërlikuara, me të cilat mund të ballafaqohet nxënësi në jetën dhe punën e përditshme,

- aftësimi i nxënësve që dituritë e fituara më parë t'i kenë pronë të tyre të përhershme si gurthemel për ta mësuar matematikën në shkallë më të lartë shkollimi.

Realizimi i detyrave edukativo-arsimore duhet kuptuar si mundësi, e cila duhet t'u përshtatet rrethanave dhe situatave konkrete që lindin gjatë procesit të mësimdhënies.

Në vazhdim do të bëjmë një pyetje qenësore: Mësimi elementar i matematikës a i përmbush dhe a i realizon në tërësi detyrat e përgjithshme të saj edukativo-arsimore? Praktika shkollore, fatkeqësisht nuk na ofron përgjigje të verifikuar, meqë një numër relativisht i madh i nxënësve të shkollës fillore (I-V) dhe të arsimit të mesëm të ulët (VI - IX), me sukses jo të plotë "absorbojnë" programin e mësimit të matematikës. Matematika është lëndë mësimore, e cila i preokupon nxënësit më së tepërmi, sepse ajo është njëra ndër lëndët mësimore me më së shumti “nota negative”! Prandaj, ndaj mësimit të matematikës, jo rrallëherë merret një qëndrim aspak i favorshëm, si: **Matematikën rrallëkush e di dhe rrallëkush mund ta mësojë**! Po aq i gabueshëm është edhe qëndrimi tjetër: **Plotësisht është e natyrshme që një pjesë e nxënësve nuk arrin sukses në mësimin e matematikës**. Të mos harrojmë: "Mësuesi, shkakun e mossuksesit të nxënësve të vet në mësimin e matematikës, para së gjithash, duhet ta kërkojë në vetvete".

Nuk bën të mos përmendet që: "Lartësia e kulturës së një populli, në cilëndo bashkësi shoqërore, matet me lartësinë e kulturës së saj matematike.[12]

Rëndësia, detyrat dhe fuqia e madhe edukativo-arsimore e mësimit elementar të matematikës, do të viheshin në spikamë më mirë, po qe se do të shqyrtoheshin veç e veç funksioni arsimor dhe ai edukativ i mësimit të matematikës.

3.1. FUNKSIONI ARSIMOR I MËSIMIT ELEMENTAR TË MATEMATIKËS

Dikur shumë mësues matematike e kanë mbrojtur mendimin dhe vlerësimin: **Po qe se nxënësit dijnë të llogarisin, kjo është gjithçka në matematikë!** Ky vlerësim tashmë ka filluar të evoluojë. Sot, duke pasur parasysh funksionin e diturisë themi: **Të bësh llogaritje është sikur të dish të lexosh, pra vetëm filli i (vetë)nxënies matematike.**

Nëpërmjet mësimit elementar të matematikës përvetësohen dituri, shprehi dhe shkathtësi të caktuara, të cilat më vonë do të jenë gurthemel që mbi te të ngri-

[12] Mijatović, K. "Priručnik za nastavnike" uz udžbenik matematike za III razred osnovne škole, Sarajevë, 1979.f. 3

tet "kalaja matematike" me labirinthin e saj tejet të larmishëm. Fakti se me të vërtetë duhet të vihet një gurthemel i tillë, tejet i rëndësishëm qysh në pesë klasat e para të shkollës fillore, më së miri e dëshmon e dhëna praktike, që shumica e prindërve, për fëmijën e vet në kl. I, "orientohen për ta gjetur" mësuesin, i cili është "i verifikuar" se di dhe mund t'i arsimojë si duhet nxënësit në mësimin e matematikës.

Funksioni arsimor i mësimit elementar të matematikës ka dimension të gjerë e të thellë, varësisht nga fakti se a bëhet fjalë për dituri matematike, të cilat i nevojiten çdo njeriu (edhe fëmijëve) në jetën e përditshme, për dituritë matematike, të cilat janë të nevojshme për t'i kuptuar nocionet, rregullat, ecuritë dhe ligjet e caktuara, të cilat mësohen në lëndët e tjera mësimore, për dituritë matematike, të cilat janë të nevojshme për të kryer një punë të caktuar, profesionale ose gjysmëprofesionale etj. Para së gjithash, dituritë elementare matematike (në veçanti 4 veprimet elementare aritmetike) për një numër të konsiderueshëm njerëzish paraqesin bazën direkte për veprimtarinë e tyre profesionale në vendin ku punojnë.

Dituritë që i përvetësojnë nxënësit në arsimin elementar të matematikës, në radhë të parë janë të nevojshme e të domosdoshme për ta zgjeruar e thelluar arsimin e mëvonshëm matematik (kl. VI-IX) si dhe për aplikimin e atyre diturive në jetën e përditshme të fëmijëve.

Dituritë që i nevojiten njeriut gjatë jetës së përditshme sajojnë bazën e arsimit elementar të matematikës. Ato njohuri përherë ngelin "aktuale" dhe si të tilla "e shoqërojnë njeriun" gjatë tërë jetës. Në mesin e tyre bëjnë pjesë: Kuptimi i nocioneve bashkësi, bashkësi e numrave natyralë dhe operacionet aritmetike në atë bashkësi, kuptimi i nocioneve madhësi dhe masë, njohja dhe operimi me masa themelore, njohja e formave themelore gjeometrike, njehësimi i gjatësisë, vëllimit e syprinës, kuptimi i varësisë funksionale dhe format elementare të kësaj varësie, zgjidhja e barazimeve dhe pabarazimeve, zgjidhja e detyrave problemore nga jeta e përditshme etj. Këto dituri pjesërisht arrihen në mësimin elementar të matematikës (I-V), të cilat zgjerohen, thellohen dhe përparojnë në arsimin e mesëm të ulët (VI-IX).

Cilët janë **objektivat e përgjithshëm** të MEM?

Mësimi elementar i matematikës përmban në vete dhe zhvillon shprehi dhe shkathtësi të shumta pozitive, të cilat lypset të identifikohen, orientohen dhe kultivohen. Ai nxit formon dhe kultivon këto shprehi dhe shkathtësi pozitive:

- kultivimi i shprehisë për vetarsimim,
- zhvillimi i shkathtësive të gjykimit logjik-matematik,
- zhvillimi i mendimit kritik,
- zgjidhja "azhure" dhe vetanake e detyrave problemore dhe të atyre që ndeshin nxënësit në jetën e përditshme,
- zhvillimi i shkathtësisë së llogaritjes pa përdorur kompjuterin dhe duke përdorur kompjuterin,
- kalitja e mendjemprehtësisë për të reaguar shpejt dhe me efikasitet në situata punonjëse e situata të tjera jetësore,
- aftësimi i nxënësve për të përdorur lehtë, shpejt dhe me përpikëri veglat e punës për të vizatuar, konstruktuar dhe modeluar trajtat gjeometrike,
- përdorimi i shpejtë, i shkathët dhe i përpiktë i instrumenteve për matje të peshave, gjatësisë, sipërfaqeve, makinave llogaritëse...

- automatizimi i operacioneve aritmetike,
- formimi i bindjes “që cilëndo punë që do ta kryeni” dhe cilindo profesion jetësor që do ta ushtroni, nëse doni “mirëqenie” është e domosdoshme që ta dini matematikën, etj.

Në vazhdim do të sjellim një shembull nga jeta e përditshme, që ka të bëjë, ta zëmë, vetëm me shkathtësinë e automatizimit të pamjaftueshëm të operacioneve aritmetike. Në praktikën jetësore janë regjistruar mjaft raste, kur shitësit e pandërgjegjshëm i mashtrojnë shumë qytetarë, madje edhe intelektualë, me rastin e shitjes së mallit, i cili matet me gram! Kështu, për shkak të kualitetit të dobët të automatizimit, "llogaritja e gabuar" mund të mos zbulohet fare ose ajo mund të ketë "reagim të vonuar", pasi që blerësi e ka marrë "kusurin" dhe të dalë nga shitorja!

Sot ka shumë pak profesione në të cilat, në një mënyrë ose në një tjetër, nuk aplikohet arsimi i mesëm matematik, ndërsa arsimi i lartë matematik sot i nevojitet edhe mësuesit, fizikanit, meteorologut, kimistit, astronomit, ekonomistit etj. Sot përherë e më tepër kërkohet arsimi i lartë matematik edhe për një varg shkencash, si: biologji, mjekësi, psikologji, pedagogji, sociologji, linguistikë etj.

Dihet se funksioni arsimor i mësimit të matematikës është i gjerë, i thellë dhe i larmishëm. Ritmi i zhvillimit dhe i përparimit të shoqërisë varet edhe nga kuantumi i diturive të nxënësve pikërisht nga kjo fushëveprimtari arsimore.

3.2. FUNKSIONI EDUKATIV I MËSIMIT ELEMENTAR TË MATEMATIKËS

Në edukimin e nxënësve marrin pjesë faktorë të shumtë subjektivë dhe objektivë. Në mesin e tyre spikatet rrethi shoqëror ku jeton dhe mëson nxënësi, prindërit e nxënësit, shokët e tij etj. Megjithatë, mësuesi është personalitet, i cili ndikon plotfuqishëm në edukimin e gjithmbarshëm të nxënësve. Ekskluzivisht nxënësit e moshës së re kanë besim përrallor në aftësitë e mësuesit, për të cilin pohojnë se çdo fshehtësi dhe të panjohur e di dhe mbrojnë me kryeneqësi çdo operim, këshillë, sugjerim, qofshin ato edhe të gabuara! Pra, nxënësi mbron tezën se mësuesi ashtu ka thënë, prandaj ashtu edhe duhet të mbetet.

Mësuesi që me përgjegjësi dhe vetëdije të lartë i kryen obligimet që ka në punën e tij edukativo-arsimore dhe që është entuziast në punën e vet të përditshme, nxënësve mund t'iu përcjellë shprehi të rregullta të qëndrimit, lëvizjes, pedanterisë, saktësisë, qëndrueshmërisë në punë, vetiniciativës, vetëkontrollit, të botëkuptimeve etj., dhe të gjitha këto në suazat e mësimit elementar të matematikës.

Funksioni edukativ i mësimit elementar të matematikës është i madh, i fuqishëm dhe shtrihet në këto katër fusha edukative:
- **intelektuale**,
- **morale**,

- **estetike** dhe
- **të punës**.

3.2.1. EDUKIMI INTELEKTUAL

Përvetësimi i përmbajtjeve matematike shoqërohet gjithnjë me përparim të vrullshëm në ngritjen e aftësisë së përgjithshme intelektuale të nxënësve, në formimin e shprehive dhe të shkathtësive, në formimin e bazave të botëkuptimit shkencor dhe në formimin e kulturës intelektuale. Të mësuarit e matematikës në mënyrë të gjithanshme ndikon në zgjimin dhe zhvillimin e të gjitha operacioneve mendore: **krahasimit, analizës, sintezës, identifikimit, diferencimit, abstraktimit dhe përgjithësimit**. Në këtë drejtim, nxënësit aftësohen edhe për nxjerrjen e përfundimeve të drejta logjike, për kombinim, hetojnë varësitë funksionale dhe orientimin hapësinor.

Ndër aftësitë më të rëndësishme intelektuale janë: **imagjinata, vëmendja, të vërejturit, kujtesa dhe intuita**, për të cilat do të bëhet fjalë nëpërmjet shembujve nga lëmi i gjeometrisë.

IMAGJINATA është aftësi intelektuale e personit për të farkuar, krijuar, shpikur dhe ndërtuar në vetëdijen e vet "diçka të re", gjësend, ide apo zgjidhje, mbështetur në bagazhin e diturive tashmë të vjela dhe përvojën e fituar.

Në mësimin elementar të matematikës, nëpërmjet imagjinatës, nxënësi ka për të farkuar, krijuar dhe prodhuar vizatime, skica, konstruksione, modele, rrugëzgjidhje, zgjidhje, matje... të reja. P.sh.: Gjatë matjes së segmentit me vizore, nxënësit "zbulojnë" që matja në fjalë kryhet jo vetëm "duke vënë" në fillim të segmentit që matet numrin zero (0), por që gjatësia e segmentit mund të llogaritet edhe kur prej numrit të fundit, që matjes i shoqërohet (në vizore), zbresim numrin, i cili shënon fillimin e segmentit, kështu me imagjinatë nxënësit "prodhojnë" shumë matje, ta zëmë 8-3=5, 12-7=5, 14-9=5 etj. (Shih fig. 1)

VËMENDJA paraqet të orientuarit psikik dhe fizik të personit në bashkësinë e objekteve, subjekteve, dukurive dhe shfaqjeve. Në mbështetje të

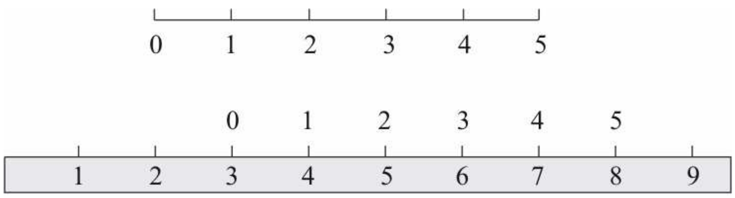


Fig. 1

kujdesit dhe interesimit që tregojmë "për dikë", apo "për diçka", ndeshemi me "**vëmendje të madhe", "përqëndrim të vëmendjes", "ndjek me vëmendje", "tërheq vëmendjen", "meriton vëmendje", "kërkon vëmendje","e largon vëmendjen",** etj.

Në MEM orientimi dhe të përqëndruarit e vëmendjes në bashkësinë e numërorëve, nocioneve, relacioneve, zgjidhjeve, modeleve, figurave, trupave, algoritmeve, rregullave... bëhet në mënyrë të shkallëzuar dhe të seleksionuar. Kështu, në bashkësinë e disa vijave të drejta, të thyera, bëjmë orientim psikik të qëllimtë në vijën e thyer të mbyllur, të përbërë prej tri segmenteve, të njohur me nocionin TREKËNDËSH. Për të kuptuar "Teorinë e trekëndëshave" në suazat e mësimit elementar të matematikës, do të duhej që te nxënësit edhe në vazhdim të kultivojmë vëmendje të përqëndruar. (Shih fig. 2)

TË VËREJTURIT paraqet orientimin e vëmendjes te një bashkësi të dhënash e faktesh ndaj një dukurie, ecurie, gjësendi apo një ngjarjeje. Varësisht nga "lloji" i të vërejturit, ai mund të jetë: **"i mprehtë", "kritik", "kureshtar", "i ngjeshur", "i shkurtër", "i parë", "i përgjithshëm", "i ri", "sistematik", "i kohëpaskohshëm",** etj. Të vërejturit varet nga cilësia dhe kohëzgjatja e vëmendjes. Në shembullin e lartpërmendur, të vërejturit nuk duhet të konsiderohet vetëm si "vështrim vizuel" i trekëndëshave, por ai duhet të depërtojë edhe në "të prekurit" e trekëndëshave të ndryshëm, me dorën e vetë nxënësve, madje jo vetëm një herë, por deri sa "të ngopen" me prekje! (Shih fig. 3)

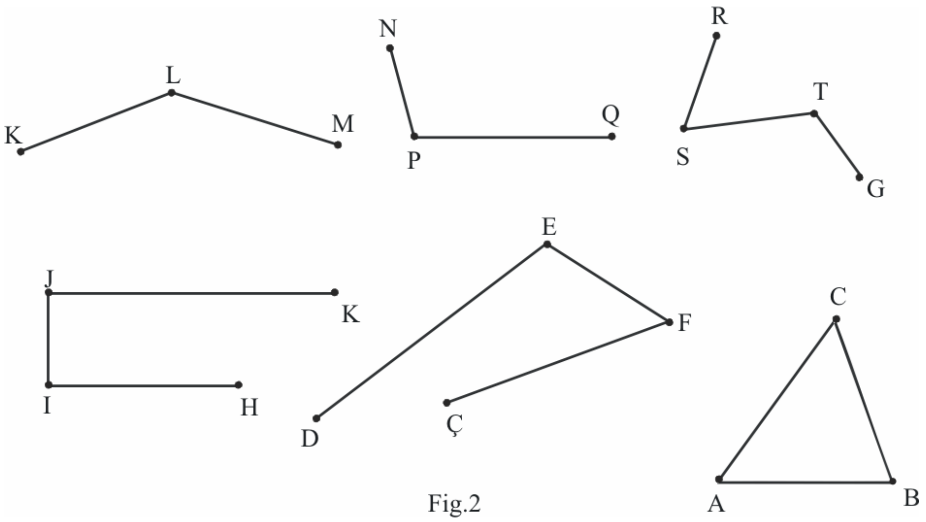


Fig.2

KUJTESA është aftësi intelektuale, e cila mban dhe ruan në vetëdije tërësinë e informacioneve të caktuara ose një pjesë të tyre që ka vjelë personi nëpërmjet të shikuarit, të dëgjuarit dhe të mësuarit në të kaluarën e afërt apo të largët. Ato, "në origjinale" ose "të modifikuara" kanë për t'u rishfaqur, gjithnjë kur i duhen atij. Zgjatja e mbajtjes mend e gjithë asaj çka punohet nga "Teoria e trekëndëshave" (I-V), varet nga cilësia e mësimdhënies dhe nga individualiteti i nxënësve. Po qe se këta dy faktorë "nuk çalojnë", atëherë nga nocionet një herë të mësuara, si: kulmet, brinjët, këndet e trekëndëshit, sipërfaqja trekëndëshe, trekëndëshi këndngushtë, kënddrejtë, këndgjerë, brinjëndryshëm, barakrahës dhe barabrinjës (nocione këto që e shoqërojnë nxënësin gjatë tërë shkollimit fillor e të mesëm), edhe po qe se ndërkohë diçka harrohet - kujtesa logjike sjell "kthjelltësi".

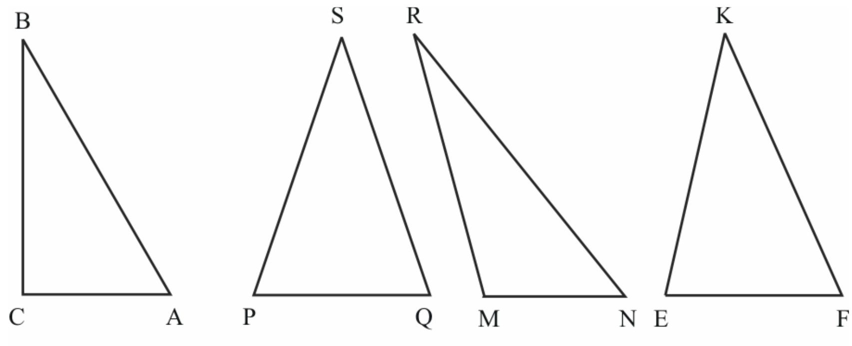


Fig. 3

Kujtesa në MEM si edhe në çdo punë tjetër vlerësohet shumë, por gjithnjë duke pasur parasysh kultivimin sistematik të saj. Ndërkaq, **nëpërmjet "kujtesës mekanike" riprodhohen informacione, për pa e kuptuar përmbajtjen logjike të tyre.** Suksesi në mësimin e matematikës më së paku gjen mbështetje në të mësuarit dhe të riprodukuarit mekanik të nocioneve, relacioneve, algoritmeve... rregullave... dhe aplikimi "eventual" në MEM është kontraproduktiv, tepër i dëmshëm dhe me pasoja.

INTUITA është aftësi e veçantë intelektuale, të cilën personi e vë në "vetëshërbim", menjëherë dhe drejtpërdrejt **për ta kuptuar, njohur dhe kapur realitetin, mbështetur në përvojën personale dhe dituri paraprake, por pa ndërmjetësimin e arsyetimit.**

Intuita mund të jetë **"e mprehtë", "e hollë", "e thellë", "politike", "prindore", "mjekësore", "artistike", "shkencore"...**

Në MEM, **intuita i ndihmon kujtesës** për zgjidhjen e problemit dhe ia tregon rrugën që shpie drejt zgjidhjes. P.sh.: Në trekëndëshin kënddrejtë ABC të vizatuar (Shih fig. 4.) $CN \perp AB$, $NM \perp BC$

a) Sa trekëndësha janë fituar gjithsej?

b) Emërtoni cilët janë!

c) Sipas madhësisë së këndeve, çfarë trekëndësha keni fituar?

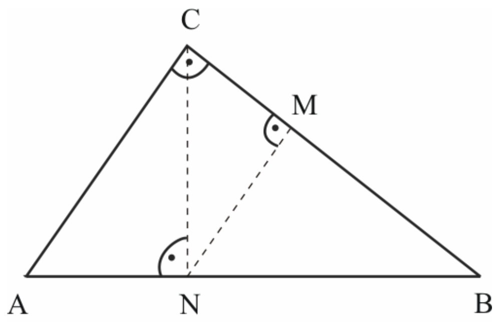


Fig. 4

Zgjidhja:

a) Gjithsej janë fituar 5 trekëndësha

b) Ata janë ΔABC, ΔANC, ΔBNC, ΔBMN, ΔCMN.

c) Që të gjithë janë kënddrejtë.

Të hedhurit e hapave të parë për të farkuar shumë nocione (ekuacion, inekuacion, ndryshore, funksion...) dhe ligjësori aritmetike, bëhet duke mjeshtëruar dhe duke dhënë **kuptimin intuitiv të tyre** (për momentin, duke mos iu përmendur emërtimet, që do të thotë "në formë të hapur" kanë për t'u dhënë "më vonë")

Mënyra dhe efektet e të mësuarit të mësimit elementar të matematikës (ngelja, të thuash përherë pas në të mësuar), shpesh identifikohet me shkallën e pamjaftueshme të zhvillimit të aftësive intelektuale, duke mos harruar që mësimi i matematikës bart "vulën" edhe të punës krijuese - hulumtuese.

Në përmbyllje, veçojmë ndihmesën e mësimit elementar të matematikës për zhvillimin e kulturës së të folurit dhe kulturës tjetër gjuhësore të nxënësve.

MEM zhvillon **AFTËSITË E TË SHPREHURIT** nëpërmjet:

- gjuhës matematike (e komponuar me shenja matematike, nëpërmjet të së cilave do të duhej t'i kuptojmë nocionet, operacionet, pasqyrimet, funksionet dhe relacionet, gjuhë kjo me të cilën komunikohet "pa përkthyes") dhe

- gjuhës amtare (për të folur, për të lexuar, për të shkruar, për të vizatuar, për të përshkruar... për të argumentuar dhe mbrojtur zgjidhjen, konstruksionin...).

Mësuesi, duke qenë "model" për nxënësit, edhe në orët e mësimit elementar të matematikës, do të duhej të jetë "i fortë nga goja dhe lapsi", në mënyrë që këto aftësi të gjejnë terren dhe shprehje te nxënësit.

3.2.2. EDUKIMI MORAL

Edukimi moral përfaqëson tërësinë e ndikimeve, pikëpamjeve, bindjeve dhe vetëdijes morale, të botëkuptimit, të shprehive kulturore, të vullnetit dhe të karakterit të personit, të cilat marrin rolin rregullator të sjelljeve të tij në shoqëri. Edukimi moral ka të bëjë edhe me përvetësimin e diturive për moralin, me formimin e bindjeve e të qëndrimeve morale dhe me formimin e gatishmërisë së personit për sjellje dhe veprime të caktuara morale.

Fjala **moral** rrjedh nga latinishtja **moralis**, që do të thotë **u përket zakoneve, dokeve** dhe **shprehive**, të cilat "më vonë", u transformuan në "**tërësi të rregullave, të parimeve dhe të normave"**, farkimi, krijimi,modifikimi dhe ndryshimi i të cilave gjithnjë bart "vulën" e periudhave të caktuara kohore, në një hapësirë të caktuar.

Nocioni **moral** përmban në vete **figurën** morale, **pastërtinë** morale, **stimulin** moral (që përdoret si mjet i fuqishëm nxitës në punë dhe në jetë), **ndihmën** morale, **forcën** morale, **kënaqësinë** morale, **ndershmërinë** morale, **rënien** dhe **ngritjen** morale, **shthurjen** morale (qëndrime dhe veprime të udhëhequra nga një moral i **keq**), etj.

Formimi, zhvillimi dhe përparimi i cilësive morale të personalitetit të nxënësit, siç janë: Qëndrimi ndaj vetvetes, të tjerëve dhe rrethit shoqëror, qëndrimi ndaj pasurisë individuale, e të përbashkët, bindjet dhe qëndrimet për sjellje të caktuara morale (ngulmimi për të mësuar, vullneti, disiplina e vetëdijshme, vetiniciativa, vetëkontrolli, zhdërvjelltësia,...) nuk janë detyra të veçanta të mësimit elementar të matematikës, por që në sendërtimin dhe realizimin e tyre merr pjesë edhe mësimi i saj.

Funksioni edukativ i MEM mbështet të zënit fill të një vargu veçorish pozitive **të vullnetit** e **të karakterit** të nxënësve.

Vullneti ngërthen në vete synimet e personit për të kapërcyer "një mal pengesash dhe vështirësish", me përpjekje të vetëdijshme vetiake, për të arritur "diku" dhe për të bërë "diçka". Përkatësisht, **me fjalën vullnet kuptojmë procesin psikik të mbështetur në shtytje racionale** ose **emotive të shpalosur dhe të udhëhequr me vendosmërinë e personit për të zënë fill ose për të vazhduar ndonjë aktivitet (punë), në përputhje me synimet dhe dëshirat e tij.**

Dikur **karakteri** është përkufizuar si"tërësi e të gjitha veçorive psikike të ndonjë personi". Nocionet **karakter** dhe **personalitet** konsideroheshin **sinonime.** Sot, zakonisht, me fjalën **karakter** kuptojmë **tërësinë e veçorive kryesore, psi-**

kike e morale që shfaqen në veprimtarinë e në sjelljen e një personi, në shoqëri e që e shquajnë personalitetin e tij. Personi me tipare të një karakteri të fortë (ku mund të ketë zënë fill edhe nëpërmjet mësimit elementar të matematikës) shquhet me ngulmim, vendosmëri për t'ia arritur një qëllimi të paramenduar, në mbështetje të vullnetit, po ashtu, të fortë e të palëkundur.

Vullneti dhe karakteri, edhe pse kanë pika takimi, nuk janë po ajo gjë. Nocioni **vullnet** është lloj i nocionit **karakter**, që do të thotë **karakteri përmban në vete edhe disa veti të vullnetit.** Çdo veti e vullnetit dhe e karakterit përfaqëson palë dypolare (veti pozitive dhe veti negative). Veti pozitive janë: humaniteti, besnikëria, përkushtimi, sakrifica, drejtësia, kreativiteti, modestia, principieliteti, vetëkritika, konsekuenca, papërkulshmëria, durimi, pavarësia, vetiniciativa, vetëkontrolli, këmbëngulësia, qëndrueshmëria, sistematizimi, saktësia, përpikëria, zhdërvjelltësia, nderi, altruizmi, guximi, vetëvendosja etj. Secilës nga këto veti i përgjigjet vetia e kuptimit të kundërt me të **(antonimi)**, e cila konsiderohet veti negative, si të zëmë: qëndrueshmëria - ligështia; guximi - frika; besnikëria – pabesia; modestia - mendjemadhësia; altruizmi - egoizmi; pavarësia - vetënënshtrimi, etj. Po ajo veti, në një situatë dhe rrethanë të caktuar, mund të konsiderohet pozitive, ndërkaq në një situatë dhe rrethanë tjetër, po ajo bëhet negative. Kështu, **këmbëngulësia** në një rrethanë dhe situatë të caktuar quhet edhe **kokëfortësi.**

Mësimi elementar i matematikës mund të ndikojë fuqishëm në zënien fill dhe forcimin e vetive pozitive të vullnetit dhe të karakterit të nxënësve, meqë tek ata kultivon iniciativën, vetëkontrollin, përpikërinë, durimin, këmbëngulësinë... "Situatat" dhe "gjendjet" e panumërta jetësore "qëndisin" shembuj, detyra dhe probleme po ashtu të panumërta. Mësuesi mban përgjegjësi të madhe morale dhe shoqërore në zgjedhjen dhe zgjidhjen e detyrave tekstuale nga lëmenj të ndryshëm të jetës dhe të punës që kanë refleksione me rrezatim moral, duke pasqyruar thellë dhe gjithanshëm "rritën tonë të dikurshme" dhe shkatërrimin tonë të madh ekonomik dhe njerëzor. Meqë, fëmijët shumë lehtë u nënshtrohen ndikimeve, nëpërmjet shembujve të përshtatshëm, atyre duhet t'u bëjnë të njohur se çfarë ndodhi në të vërtetë në fund të shekullit të 20-të, këtu te ne në Kosovë! – Kështu, të zëmë, kur shpjegohen **bashkësitë** mund të merren shembuj solidariteti, duke kultivuar humanizmin (bamirësinë) ndërmjet njerëzve, në uzinë, në katund, në qytet... për të mbijetuar...ndërmjet nxënësve në shkollë dhe jashtë saj; aktivitetet e bashkësisë së klasës, bashkësisë familjare, afërsia shoqërore familjare dhe shkollore, ndihma vëllazërore që duhet dhënë shokëve të klasës që kanë mbetur prapa në mësimin e matematikës, duke kultivuar **altruizmin** (gatishmëria e personit për të flijuar të mirën vetjake për të mirën e të tjerëve).

Operacionet matematike paraqesin "terrenin ideal" për të zënë fill sjelljet, qëndrimet dhe bindjet për veprime të caktuara morale: llogaritja e shpejtë dhe e përpiktë, zënia fill për të fituar durim, nder, për të vetëvendosur, për të marrë vetiniciativë. Elementet e bashkësisë së numrave natyrorë kanë për të "qëndisur" detyrat tekstuale nga fushëveprimtaritë e ndryshme: arsim, shëndetësi, ekonomi, industri, bujqësi...

Madhësitë dhe matja e madhësisë ngërthen matjen e përpikët dhe korrekte me kultivimin e bamirësisë ndërmjet njerëzve, kultivimin e punës manuele dhe prodhuese, zënë fill vetëkontrolli, zhdërvjelltësia,aftësia dhe shkathtësia për të **kursyer**, atë dhe atëherë, kur një gjë e tillë është e mundshme.

Thyesat mund të merren shembuj (për fatin tonë të keq):

- të vrasjeve, burgosjeve, plaçkitjeve, rrënimeve, djegieve... të spastrimeve etnike, të ndodhura para syve të botës, këtu te ne në Kosovën martire, në prag të mijëvjeçarit të tretë...!
- të mbijetesës dhe vetëflijimit të personelit arsimor, por edhe të shkatërrimit të bazës materiale të shkollës shqipe në Kosovë,
- të shkollimit dhe të emancipimit të femrave,
- të arteve të bukura, figurativ, muzikor, skenik të komponuar me "një shije të hollë", për t'i nxitur dhe inspiruar nxënësit që secili nga ata ta dijë që e ka "hisen e vet" në shkollë dhe shkollim, duke mos e anashkaluar punën zejtare, prodhuese dhe shërbyese. Shembujt që merren nga tërësitë programore (I-V) të lartpë-rmendura dhe të tjerat, duhet të jenë funksionalë, të zgjedhur e të zgjidhur mirë, duke e ruajtur deri në fund aktualitetin e funksionit arsimor të njësisë mësimore.

Shtrohet pyetja, në Kosovë në MEM a është kultivuar dhe zhvilluar gjithnjë në mënyrë të drejtë **Edukimi moral?**

Është vështirë të jepet një përgjigje e argumentuar dhe meritore. Megjithatë, në bazë të disa ecurive dhe rrjedhave praktike të vjela ndaj qasjes, si vetinteresimi i përgjithshëm i nxënësve në mësimin e matematikës (I-IX), shfaqim mendimin se: Vetitë pozitive të vullnetit dhe të karakterit, në arsimin fillor (I-V) janë më pikante (për shkak të kërkesave, kushteve dhe rrethanave të tjera, ndoshta më të favorshme për nxënësit!).

3.2.3. EDUKIMI ESTETIK

"Edukimi estetik përfaqëson tërësinë e ndikimeve,ndjenjave, aftësive dhe shprehive për të vështruar, përjetuar, veçuar, vlerësuar dhe krijuar të bukurën në natyrë e shoqëri".[13]

---

[13] Jaka, prof. Bedri: "Metodika e mësimdhënies së matematikës për studentët e SHLP - Dega e matematikës, FSHMN - Dega e matematikës, Fakultetit Filozofik - Dega e Pedagogjisë, Prishtinë, 1998. f. 81.

Fjala **estetik** rrjedh nga fjala greke **aistetikos** që do të thotë **ndijor, shqisor, shkencë mbi të bukurën.** Nocioni **estetik** ngërthen në vete: **estetikën objektive** (natyra dhe gjësendi nga jeta e përditshme e njeriut) **estetikën subjektive** (vetëdija estetike, shija, ndjenjat, idetë, idealet) dhe **estetikën artistike** (letrare, muzikore, figurative, skenike...). Parapëlqehet emërtimi që **Estetika është shkenca për të bukurën.** Duhet ditur që **e bukura** është njëra nga kategoritë estetike, por jo e vetmja. Këtu zënë vend edhe **e shëmtuara, e larta, e ulëta, tragjikja dhe komikja.**

Detyra të edukimit estetik janë:

1^o aftësimi për **të kuptuar, veçuar dhe vlerësuar** kategoritë estetike,

2^o aftësimi për të **përfytyruar, përjetuar dhe shijuar** vlerat e kërkuara estetike,

3^o aftësimi për të **farkuar, krijuar dhe ripërsëritur** vepra "të veshura me petkun estetik".

Kuptimi për të **bukurën**, aftësitë për ta pranuar dhe për të krijuar të bukurën nuk zhvillohet vetvetiu. Të gjithë njerëzit kanë mundësi që të zhvillojnë aftësitë e tyre në fushën estetike. Mirëpo, për të arritur shkallën e caktuar të pjekurisë së shijes estetike, gjithnjë kërkohet kujdes dhe përkujdesje që sukseset e arritura të ripozicionohen në një pikë më të përparuar arritjesh. Nevoja për të bukurën në jetë është gjithsesi njëra nga nevojat më elementare të njeriut.

Njeriu gjithmonë është i prirur për të pranuar dhe përvetësuar të bukurën në natyrë dhe shoqëri. Motivimi dhe zgjimi i interesit për të, gati është i pashtershëm. Disa nga pikëpamjet, kërkesat,shijet, prirjet, ndjenjat, bindjet, gjykimet, qëndrimet, kënaqësitë... estetike të personit, varësisht nga mosha dhe kushtet e rrethanat ekonomiko-shoqërore që i imponohen atij, mund të ndryshojnë pak, por edhe "të modifikuara" gjithnjë bartin "vulën" e personalitetit të tij.

Ekziston **edukimi estetik në letërsi, art dhe shkencë.** Kështu, ekziston **e bukura** për **formën, përmbajtjen, rolin, dirigjimin, rimën, ngjyrën, ndërtimin, fjalën, trupin, zërin, lëvizjen, qëndrimin, zgjidhjen (arkitektonike)...** etj. Qasje estetike shpalosen dhe shfaqen në të gjitha fushat e veprimtarisë njerëzore. Kështu, mund të bëhet fjalë për **estetikën bujqësore, arsimore, mjekësore, tregtare, estetikën e vallëzimit, modelimit, udhëheqjes artistike**, etj.

Mësimi elementar i matematikës, në mënyrë të caktuar dhe sistematike, merr pjesë në realizimin e **detyrave të edukimit estetik të nxënësve**, meqë konsiston në **sistemim, saktësi, rregull, qartësi, përpikëri...** e që janë karakteristika të së bukurës. Ajo farkon, kultivon dhe mbështet **kuptimin për radhitje, puthitje, përparësi dhe simetri,** si veti pozitive të formës së bukur. Edukimi estetik te nxënësit ushtron ndikimin e vet që nga klasat e para të shkollës fillore, duke u ripozicionuar e pasuruar në arsimin e mesëm të ulët (VI-IX). Ka afri dhe bashkëvepron me edukimin intelektual e moral (rregulli, përpikëria, puthitja, simetria, radhitja, interpretimi...)

Mësimi elementar i matematikës gjithnjë ka për të zgjuar **kënaqësi intelektuale "të ngjyrosur" me tone e nuanca emocionale dhe estetike** (në momentet kur nxënësit "ushqehen me orekse të krenarisë"). Ka rëndësi që vlerat estetike t'i identifikojnë, t'i vështrojnë, t'i vlerësojnë e më së fundi edhe t'i krijojnë edhe ata vetë.

Shprehia e nxënësve për sistemim, radhitje, përpikëri dhe "zbukurim artistik me ngjyra" do të duhej të zënë fill që nga orët e para të MEM. Mësimdhënia elementare e matematikës realizohet e tëra nëpërmjet "qëndisjes" së saj në librin shkollor, dërrasën e zezë, në fletët e punës dhe në fletoret e nxënësve. Përderisa të krijojmë **shprehi të caktuara** (jo të tepruara!) që materialet e mësipërme të shkruara "ta kenë veshur petkun estetik", udhëzimet, vërejtjet dhe propozimet e mësueses janë më se të nevojshme.

Drejtshkrimi dhe **bukurshkrimi** janë "vepra të së bukurës", të cilat (me gjasë) përfaqësojnë **"letërnjoftimin"** e personit. Mësimi elementar i matematikës bashkëjeton jo vetëm me gjuhën unike të shenjave matematike, por edhe me gjuhën amtare. Shi, në plan të parë mësueses së zellshme i imponohet **dre-jtshkrimi i gjuhës**. Nuk duhet lejuar, por kjo megjithatë ndodh, që **Mësuesja (e diplomuar dje!) nuk di të shkruajë në gjuhën amtare!** (Vështrim nga praktika shkollore). Gabimet drejtshkrimore (autor i të cilave është mësuesja), të cilat "re-gjistrohen" në dërrasën e zezë janë "**bukuri që vrasin".** Po qe se nuk veprohet ndryshe, atëherë nëpërmjet një angazhimi më serioz të mësueses, duke u ve-tarsimuar, lajthitjet e tilla do të eliminoheshin me kohë.

Shkathtësia e **bukurshkrimit** zë fill kur fëmija nis t'i ndjekë mësimet në shkollë e ndodh edhe më herët. Bukurshkrimi kjo "dhunti" me vlera të mëdha estetike personale (e cila do lërim të hershëm), për fidanishte "e ka gjuhën amtare dhe mësimin elementar të matematikës". Shi, mbi këtë bazë e për këtë arsye, mësuesja (I-V) ka obligim dhe përgjegjësi të madhe morale, sa, si dhe në ç'masë, brenda pesë vjetësh, është angazhuar, që nxënësit e saj, përveç të tjerash, të shkruajnë rrjedhshëm e bukur; numërorët, shenjat dhe shkronjat.

Në përmbyllje spikasim nocione, leksione, vizatime e konstruksione, të cilat më tepër se të tjerat, nxisin, "ushqejnë", thellojnë dhe zgjerojnë **kuptimin për të bukurën** (e cila gjithnjë "derdh sheqer"):

- kuptimi i nocionit të bashkësisë dhe nënbashkësisë,
- relacionet që përcaktojnë pozitën ndërmjet gjësendeve,
- formimi i nocioneve për numrat e dhjetëshes së parë,
- mbledhje dhe zbritje deri në 10,
- vetitë e operacioneve aritmetike,
- operacionet me bashkësi,
- matja e kohës,
- "loja me kompas e vizore" për të konstruktuar ato forma të cilat janë joshëse për vetë nxënësit (Shih fig. 155),
- trupa dhe figura gjeometrike,
- të hequrit e drejtëzave të ndërsjella pingule dhe paralele,
- thyesat dhe krahasimi i tyre,
- garat matematike dhe kuizi i mendjemprehtësisë, etj.

Krejt në fund, lidhur me **të bukurën**, po veçojmë këto aforizma:

- Çdo kopsht ka lule e ferra, në atë që kultivohet edhe ferrat çelin "lule të bukura",

- "E bukura i ka zbuluar artistët, ndërsa këta atë e kanë pasuruar",

- "**Ata të cilët nuk kanë guxim të qëndrojnë para bukurisë, shpirtin e kanë të ndrydhur".** (Z. Bejtullahu)

3.2.4. EDUKIMI PËR PUNË

Shprehia për punë është po aq e vjetër sa edhe vetë njeriu. Me punë dhe nëpërmjet punës njeriu mbijetoi dhe "puna e bëri njeriun njeri". Puna konsiderohet si veprimtaria më e vjetër njerëzore.

"Edukimi për punë përfaqëson tërësinë e normave, detyrimeve, ndikimeve, aftësive, shprehive e shkathtësive në bashkëveprim me gatishmërinë e personit për të zhvilluar një aktivitet të caktuar intelektual apo fizik".[14] Edukimi intelektual, moral dhe estetik realizohen nëpërmjet edukimit për punë.

Nocioni **punë** ngërthen në vete veprimtarinë e paramenduar dhe të planifikuar dobiprurëse, që kryen personi, duke përdorur forcën vetiake "të mendjes" a "të krahut" me vegla e mjete të ndryshme:

- për të prodhuar të mira materiale,
- për të krijuar vlera shpirtërore ose
- për qëllime të tjera jetësore.

Le të përmendim disa nga punët e "adresuara" për fushëveprimtari të ndryshme: **edukative, arsimore, shkencore, bujqësore, teknike, fizike, intelektuale, laboratorike, komerciale, zejtare, hulumtuese, përshkruese, mekanike, elektrike, bletare, postare, muzeale, hoteliere, artistike, sigurie, minierash...**

Emri **punë** ngërthen në vete shumë atribute: vlerësimin për cilësinë e "diçkajës" që është bërë, që duhet bërë, me një "çështje" që duhet sqaruar dhe vlerësuar: **punë e kotë, punë kalamajsh, i ka punët në vijë, është punë kohe, është punë për mua, i hapi punë vetes, e peshoi mirë punën, ua prishi punët, punë e mirë, ai ka bërë punën, punë pa hile, punë e zvarrur, punë pasionante, punë iluzore, punë e zgjedhur, punë madhështore...**

Me punë dhe nëpërmjet punës lidhet: **kualifikimi, ndarja, stili, vrulli, norma, shprehia, shkathtësia, ndjenja, disiplina, frytet, analiza, mjetet, përgjegjësia, vendi, paaftësia, shpërblimi...**

Familja dhe **shkolla** kanë rol parësor në **edukimin për punë të fëmijëve.** Detyra e familjes nuk është vetëm të përkujdeset për zhvillimin dhe rritjen normale dhe të pabrengë të fëmijëve, duke u siguruar mirëqenie, por edhe t'i parapërgatisë për jetë **duke admiruar punën** dhe vetëm punën **fizike** apo **intelektuale.** Shkolla, po aq sa edhe familja ka ndikim të drejtpërdrejtë në edukimin për punë të nxënësve. Mësimi elementar i matematikës e nxit, e kultivon dhe e mbështet **shprehinë e punës** si rrallë ndonjë fushëveprimtari tjetër intelektuale. Këtu do të duhej të

---

[14] Po aty, f. 83.

zërë fill **kulti i punës**, i cili përfaqëson aktivitet të pandërprerë intelektual apo fizik të personit, kur ai të thuash gjithnjë është "i pangopur" me punë dhe rezultatet që ia ka sjellë puna.

Mësimi elementar i matematikës bashkëjeton me **"kulturën punuese" të nxënësve.** Puna sistematike (e jo sezonale) është çelës i suksesit në mësimin e saj. Por, ai ka mundësi dhe shtigje të shumta për të kultivuar dhe zhvilluar te nxënësit edhe **interesimin dhe respektin për punën prodhuese**, "xhevahir" ky në jetën e çdo personi. Kuptohet vetiu se të tëra këto arrihen nëpërmjet shembujve të përshtatshëm nga problematika tekniko-teknologjike, ekonomiko-shoqërore e tregtare-shërbyese dhe në momente të përshtatshme për ndikim. Për fat te keq, **puna fizike** (zejtare-shërbyese, bujqësore...) te ne në Kosovë, gati një gjysmë shekulli nuk ka pasur trajtim të duhur. Synimi që çdo i ri, në vendin e tij të punës, ka për ta gjetur dhe mbajtur "lapsin në dorë", për shoqëritë civile, duket qesharake dhe absurde!

Edukimi për punë, i arritur nëpërmjet mësimit elementar të matematikës, mbështetet në durim e qëndrueshmëri, sakrificë e këmbëngulësi, vullnet të fortë dhe karakter të palëkundur. Puna gjithnjë është prijatare e rezultateve të punës dhe e kënaqësisë që ka për të sjellë ajo.

Të mësuarit e matematikës me zell nuk njeh dhe nuk shënon ndonjë hark fiks kohor. Të mësuarit, e më vonë edhe të studiuarit e saj, kërkon punë të ndejshme (ngadalë e pa u nxituar), të palodhshme dhe të pallogaritshme. Edukimi për punë, i cili kultivohet nëpërmjet mësimit elementar të matematikës, do t'i mbetet personit si trashëgim edhe pas kryerjes së mësimeve të saj.

Si përmbyllje, lidhur me punën dhe energjinë për të punuar, po i veçojmë këto aforizma:

- "**Pa punuar tokën, vetëm therra mund të korrim"** (anonime),
- **"Njeriu sikur të mos punonte, nuk do të ishte bërë njeri"** (fjalë e urtë latine),
- **"Çdo njeri disponon përplot energji. Njeriu i përparuar dallon nga i prapambeturi për faktin që energjinë e shpenzon ndryshe"** (Z. Bejtullahu),
- **"Me punë dhe nëpërmjet punës bën që të "neutralizohet" edhe ankthi"** (autori).

4. ZHVILLIMI I TË MENDUARIT LOGJIK TË NXËNËSVE NË MËSIMIN ELEMENTAR TË MATEMATIKËS

4.1. AFTËSIMI I NXËNËSVE PËR OPERACIONE MENDORE

“Të menduarit është shprehje e aftësisë së njeriut për t'i kuptuar ligjet e zhvillimit të natyrës e të shoqërisë si dhe për ta njohur dhe pasqyruar botën që na rrethon".[15] **Ndërkaq, të menduarit matematik është shprehje e relacioneve dhe e varshmërisë ndërmjet objekteve dhe dukurive.**

Përmbajtjet dhe format edukative të mësimit të matematikës në arsimin fillor, janë të shumta. Kujdes i veçantë i kushtohet aftësimit të nxënësve për të aplikuar operacionet mendore. Procesi i të menduarit është i sajuar nga kompleksi i operacioneve mendore, të cilat nuk mund të vështrohen të izoluara.

Operacionet mendore, si: **krahasimi, analiza, sinteza, identifikimi, diferencimi, abstraktimi** e **përgjithësimi**, nuk përkufizohen për nxënësit e kësaj moshe, por që në përmbajtjet dhe shembujt e përshtatshëm do të duhej "të zbulohen".

Kështu, po qe se merret për shqyrtim "fjalia problemore": Prej babait ka marrë 14 €, ndërsa prej nënës 11 €, sa euro ka gjithsej? Në pikëpamje "vizuele" ka shumë pak ngjashmëri me shprehjen 14+11=? Dhe, që nxënësi ta zgjidhë detyrën, ai duhet të kryejë **analizën** për zgjidhje, por në fund edhe të verifikojë që detyra me të vërtetë është zgjidhur saktë! Nxënësi **identifikon** dhënien e eurove nga ana e babait dhe nënës me mbledhje. Ai njëherit **abstrakton** monedhat në euro, a janë dhënë: 10+2+2, 5+5+2+2, 1+1+1+1+1+5+2+2, ..., 10+1, 5+5+1, 2+2+2+2+2+1, ... etj.

Nxënësi, duke mbërthyer pjesët përbërëse “të dhuratave” të zëmë, 5+5+2+2 dhe 10+1 nëpërmjet **sintezës**, nga monedhat e njohura, “zbulon” shumat e panjohura.

Operacion tjetër mendor i shfaqur në këtë "detyrë problemore" është **krahasimi**. Pra, nxënësi me këtë rast krahason këta mbledhorë, "verifikon" cili prej

---

[15] JAKA, prof. BEDRI "Metodika e mësimdhënies së matematikës" për studentët e SHLP-së - Dega e matematikës, Prishtinë, 1998, f. 26.

tyre është më i madh (më i vogël), përkatësisht, a më shumë euro i ka dhënë e ëma apo babai, ose edhe sa euro i nevojiten që të ketë 40 €.

Më pastaj, nëpërmjet **diferencimit**, verifikojmë vetitë e ndryshme të këtyre shumave, ku “fuqia blerëse” e shumës së parë 5+5+2+2 është më e madhe se “fuqia blerëse” e shumës së dytë, 10+1.

Përgjithësimi (gjeneralizimi) i kësaj mbledhjeje aplikohet në kl. II të shkollës fillore.

Caktoje vlerën e shprehjes a+11, nëse është:

a=10 vlera është 10+11= ...
a=11 vlera është 11+11= ...
a=12 vlera është 12+11= ...
a=13 vlera është 13+11= ...
a=14 vlera është 14+11= ... etj.

Mësuesi nuk duhet të insistojë që nxënësit vetëm të aftësohen, p.sh. të mbledhin 14+11; ai para së gjithash duhet t'i aftësojë nxënësit për t'i aplikuar operacionet mendore. Kjo, në të vërtetë "merr kohë", por më vonë kompensohet. Kërkohet mjaft durim nga ana e mësuesit për aftësimin e nxënësve për ta kuptuar "thelboren" e detyrave problemore. Duhet të fillojmë prej detyrave "të lehta", në mënyrë që pjesa më e madhe e nxënësve të aftësohen "për të menduar" me rastin e zgjidhjes së tyre, e pastaj shkallë shkallë të kalohet në detyra "të vështira".

Praktika shkollore identifikon punën e disa mësuesve, të cilët me vetëdije "u largohen" detyrave problemore nga matematika, të ndjekura me tekst. Mësuesit me atë rast gabojnë, "duke mbjellë" në atë mënyrë "farën e paaftësisë" së nxënësve në mësimin elementar të matematikës. Shpjegimi formal dhe rutinor si dhe zgjidhja e detyrave problemore me këto ecuri, bën që mësimi të mbahet mend për një kohë të shkurtër dhe në "situatat e reja", me vështirësi aplikohet.

4.2. AFTËSIMI I NXËNËSVE PËR T'I KUPTUAR LIGJET E TË MENDUARIT

Aftësimi i nxënësve për t'i kuptuar ligjet e të menduarit bëhet në mënyrë diskrete, nëpërmjet realizimit të detyrave të tjera mësimore. Mësimi elementar i matematikës nuk mund të mendohet pa zbatimin e këtyre ligjeve të të menduarit logjik:

1) **Ligji i identitetit**
2) **Ligji i jokundërthënies** dhe
3) **Ligji i përjashtimit të së tretës**.

"Ligji i parë i të menduarit të vërtetë është qartësia e mirëfilltë dhe kuptueshmëria".[16]

Kuptohet, në këtë ligj, nxënësit nuk duhet të inkorporohen në mënyrë të veçantë, por në "momentet e përshtatshme" duhet theksuar se **çdo send (matje, llogaritje, objekt...) është i barabartë me vetveten**. Pra, me këtë rast kryejmë identifikimin e gjësendit. P.sh. 5+6=6+5; 0,5= $\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$; a=4, 4=a; 8m=80dm= 800cm; $1dm^2=100cm^2$, etj.

Edhe pse këto objekte (shuma, numërorë, llogaritje, matje...) janë shënuar me simbolikë të ndryshme, ato veç e veç konsiderohen identike, d.m.th. **një i njëjti objekt**.

Ligjin e dytë të të menduarit, nxënësit po ashtu lehtë e kuptojnë. Kur ndonjë nxënës gabon dhe në të njëjtën kohë dy pohime të "kundërthënshme" i konsideron si të vërteta, lypset t'i themi: Për dy thënie (pohime), ku në njërën diçka pohojmë, ndërsa në tjetrën, të njëjtën e mohojmë, të dyja nuk mund të jenë të vërteta, në të njëjtën kohë. Kjo lypset të përsëritet në situata të përshtatshme, derisa **Ligji jo i kundërthënies**, të bëhet pjesë përbërëse e "mekanizmit" të të menduarit të nxënësve, p.sh.: Praktika shkollore evidenton, "bashkësi të caktuara" nxënësish, të cilët, për një ose një arsye tjetër, "gabojnë shpesh" (të mos themi nuk dinë, por ndodh edhe në kl. V fillore) në disa "detaje" të "tabelës së shumëzimit". Veçanërisht "pikë e zezë" është „, · „, = 56 dhe ... · „, = 54. Kështu, disa nxënës shpesh llogarisin $6 \cdot 9=54$, por edhe $6 \cdot 9=56$ ose $7 \cdot 8=54$ dhe $7 \cdot 8=56$. Mësuesi duhet t'i bindë këta nxënës, që llogaritja e tyre është e kundërthënshme, meqenëse $54 \neq 56$, prandaj $6 \cdot 9$ nuk mund të na japë një herë 54, ndërsa herën e dytë 56.

Sikurse për Ligjin jo të kundërthënies, vërejtje të ngjashme mund të ofrojmë edhe për Ligjin **e përjashtimit të së tretës**, do të thotë, nxënësit "duhet të kuptojnë"; Prej dy pohimeve, ku për njërin prej tyre pohohet, ndërsa për pohimin e dytë mohohet e njëjta, atëherë vetëm njëri prej tyre është i vërtetë (të tretë nuk ka!). Ligji i përjashtimit të së tretës ka fushë të kufizuar aplikimi. Ai përherë është i vërtetë kur aplikohet me korrektësi. Kështu p.sh., Me rastin e zgjidhjes së një detyre, 600ml +900ml; disa nxënës fitojnë si rezultat shumën R=1.5 l, ndërsa disa të tjerë fitojnë $R \neq 1.5$ l, atëherë rezultati mund të jetë 1.5 l ose $\neq 1.5$ l.

Merret vesh që për nxënësit e kësaj moshe (6-11 vjeç), këto ligje nuk duhet të shpjegohen në mënyrë të veçantë, përkatësisht nuk duhet t'i përkufizojmë, por në situatat e përshtatshme të orientohemi drejt tyre.

4.3. AFTËSIMI I NXËNËSVE PËR APLIKIMIN E FORMAVE LOGJIKE TË PËRFUNDIMEVE

[16] Nikolić, M. "Vaspitanje u nastavi matematike u osnovnoj školi", Beograd, 1969,f. 33.

Duke filluar që nga hapat e parë të mësimit elementar të matematikës, nxënësit mund dhe duhet të inkorporohen në përfundimet me **analogji, induksion, traduksion** dhe **deduksion.**

Analogjia paraqet njërën prej formave më të shpeshta të përfundimeve, e cila shfrytëzohet më "me kënaqësi" nga ana e nxënësve. Kjo formë e përfundimit bazohet në **ngjashmëri**. Ajo konsiston në atë, që prej një pohimi, rregulle, zgjidhje, ecurie..., duke u bazuar në ngjashmëri, sajojmë pohimin, rregullën, zgjidhjen, ecurinë... e re, e cila me të parën ka një numër të konsiderueshëm cilësish të përbashkëta (jo të gjitha).

Kur nxënësi merr përsipër për ta zgjidhur një problem, ta zëmë: "Gjeni numrin, i cili është për 7 më i vogël se 30". Ai së pari kërkon të gjejë një problem të ngjashëm, (20-6 = 14), zgjidhjen e të cilit tashmë e ka të njohur.

Me analogji mund të arrihen përfundime "të shpejta" dhe "bindëse" p.sh.:

1. Nëse 3+4=7, atëherë lehtë bindemi se 13+4=17, 23+4=27, 33+4=37, ...

2. Vetia komutative 4+5=5+4 dhe $4 \cdot 5 = 5 \cdot 4$;

3. Vetia asociative 4+(5+6)=(4+5)+6 dhe $4 \cdot (5 \cdot 6)=(4 \cdot 5) \cdot 6$

4. Nëse prej një pike jashtë një drejtëze do të dimë të heqim (me vizore ose me kompas) pingulen në atë drejtëz, atëherë me analogji do të dimë të vizatojmë (konstruktojmë) katrorin...

5. Po qe se dimë se $3 \cdot 4=12$ dhe që 12 : 3=4, atëherë me analogji do të dimë të zgjidhim barazimin:

$3x = 12$
$x = 12:3$
$x = 4$

duke provuar që $3 \cdot 4=12$

Mësuesi në këtë mënyrë mund t'u ndihmojë nxënësve që t'i zgjedhin dhe t'i zgjidhin problemet e ngjashme.

Përfundimi sipas analogjisë mund të na çojë edhe në përfundime të gabuara, do të thotë, përfundimet me analogji nuk janë përherë të sakta. P.sh.: Nxënësi, i cili në mënyrë të theksuar mëson "mekanikisht", shpesh nga konstatimi që "shuma rritet, po qe se rritet së paku njëri prej mbledhorëve", me analogji përfundon që edhe ndryshimi rritet, po qe se rriten i zbritëshmi apo zbritësi! Ose, meqë $a \cdot b = b \cdot a$, atëherë duhet të vlejë a:b = b:a!

Induksioni është lloj i përfundimit matematik, me anën e të cilit nga një pohim, fakt, të konstatuar në disa shembuj ose në disa vrojtime, nxjerrim një përfundim të përgjithshëm.

Pohimet nga të cilat nxirret përfundimi, quhen **premisa**. Nëse me premisa janë përfshirë të gjitha rastet e mundshme, induksioni i tillë quhet **i plotë**, ndërsa nëse në shqyrtim janë përfshirë vetëm një pjesë e rasteve të mundshme, induksioni quhet **jo i plotë**.

a) **Përfundime me induksion të plotë**

1. Me pjesëtim është konstatuar se me numrin 2 është i plotpjesëtueshëm çdo numër më i vogël se 800, shifra e njësheve të të cilit është 0 ose 2 ose 4 ose 6 ose 8.

Në bazë të këtyre pesë premisave, pason përfundimi i përgjithshëm: Çdo numër, shifra e njësheve të të cilit është çift ose zero, plotpjesëtohet me 2.

2. Duke i krahasuar dy thyesa me emërues të njëjtë:

$\frac{5}{5} > \frac{4}{5} \quad \frac{4}{5} > \frac{3}{5} \quad \frac{3}{5} > \frac{2}{5} \quad \frac{2}{5} > \frac{1}{5}$

$\frac{4}{4} > \frac{3}{4} \quad \frac{3}{4} > \frac{2}{4} \quad \frac{2}{4} > \frac{1}{4}$

$\frac{3}{3} > \frac{2}{3} \quad \frac{2}{3} > \frac{1}{3}$

$\frac{2}{2} > \frac{1}{2}$

Nëpërmjet këtyre 10 premisave është konstatuar se prej dy thyesave me emërues të njëjtë, më e madhe është ajo thyesë, që e ka numëruesin më të madh.

Vërejtje: Shembujt e dhënë në kuptimin rigoroz matematik nuk janë përfundime me induksion të plotë.

b) **Përfundime me induksion jo të plotë**

1. Duke llogaritur perimetrin e disa trekëndëshave: këndngushtë, këndgjerë, kënddrejtë, brinjëndryshëm, barakrahës e barabrinjës, "të mëdhenj" e "të vegjël" përfundojmë: Perimetri i trekëndëshit është baras me shumën e gjatësive të të tri brinjëve të tij: $P=a+b+c$.

2. Duke zgjidhur një "numër të pafund" të detyrave:

$2\cdot6=12 \quad 3\cdot7=21 \quad 4\cdot8=32 \quad 20\cdot30=600$

$6\cdot2=12 \quad 7\cdot3=21 \quad 8\cdot4=32 \quad 30\cdot20=600$

është konstatuar se prodhimi nuk ndryshon, po qe se faktorëve ua ndërrojmë vendet.

Sa është me rëndësi të kuptuarit e ecurisë dhe vlerës së induksionit jo të plotë (nga ana e nxënësve), po me aq rëndësi është të kuptuarit se përfundimet me induksion jo të plotë, mund të na çojnë edhe në përfundime jo të sakta. P.sh.: po qe se në disa shembuj provohet që prodhimi i dy numrave është më i madh se çdo faktor i tij:

a) $2\cdot3 = 6 \quad 6>2$ dhe $6>3$

b) $4\cdot5 = 20 \quad 20>4$ dhe $20>5$

c) $6\cdot7 = 42 \quad 42>6$ dhe $42>7$

d) $8\cdot9 = 72 \quad 72>8$ dhe $72>9$

(duke u përqendruar vetëm në bashkësinë e numrave natyralë), nxënësve mund t'u tregohet që përfundimi i tillë nuk është i saktë. P.sh., po qe se njëri faktor është 1, atëherë prodhimi është baras me faktorin tjetër, do të thotë nuk është më i madh se faktori tjetër. Ose, po qe se njëri faktor është zero, prodhimi është baras me zero, që do të thotë nuk është më i madh se çdo faktor i tij.

Ky shembull u mor në shqyrtim që të vihet në spikamë "pasiguria" e përfundimit me induksion jo të plotë. Kështu, sikur të pranohej përgjithësimi (me gabimin e shkaktuar), atëherë nxënësit, më vonë, me vështirësi mund ta pranonin që: Shumëzimi i dy thyesave të thjeshta ka për rezultat numrin, i cili është më i vogël se faktori tjetër.

Përfundimi me induksion jo të plotë është mjaft atraktiv dhe tërheqës për shkak të begatisë që përmban. Pra, me ndihmën e tij, mund t'i zgjerojmë njohuritë dhe "t'i zbulojmë" fshehtësitë e mësimit elementar të matematikës.

Në këtë drejtim duhet gjithnjë të bëjmë përpjekje për t'i aftësuar nxënësit për të përfunduar me induksion jo të plotë, por duke theksuar në mënyrë të veçantë, që çdo përfundim me induksion jo të plotë (përfundim në të cilin përfshihet vetëm një pjesë e rasteve të mundshme), para se të përvetësohet, lypset të verifikohet, përndryshe, përfundimet, me gjasë, mund të jenë të pasakta.

Traduksioni është formë e përfundimit matematik, i cili në mësimin elementar të matematikës mund të aplikohet në relacionet e caktuara: baras (=) më i madh (>), më i vogël (<), nënbashkësi ($\subseteq$) paralelshmëri (//) .

1. Nëse a=b dhe b=c, atëherë do të jetë a=c
2. Nëse a=b dhe b>c, " " " " a>c
3. Nëse a<b dhe b<c " " " " a<c
4. Nëse A $\subseteq$ B B $\subseteq$ C " A $\subseteq$C
5. Nëse a//b dhe b//c " " " " a//c

Përfundimi traduktiv është lloj i përfundimit, i cili i lidh tri objekte të ngjashme (a, b, c) me relacione të njëjta ose të kundërta dhe me përcjellje të lidhjeve të njëjta ose të kundërta.

Përfundimi traduktiv, ku përcillet lidhja e njëjtë, gjithnjë është i vërtetë (1^o-5^o), por kur përcillët lidhja e kundërt, mund të vijë në shprehje pohimi jo i vërtetë dhe i pacaktuar, p.sh.:

6. Nëse a = b dhe b $\neq$ c, atëherë do të jetë a $\neq$ c (lidhja e kundërt; = dhe $\neq$, megjithatë fitohet pohimi i vërtetë a $\neq$ c), por

7. Nëse a>b dhe b<c, atëherë nuk pason a>c (p.sh.: 10>6 dhe 6<12, atëherë 10 >12), lidhje e kundërt > dhe <, ndërsa fitohet pohimi jo i vërtetë.

Për këtë arsye, gjatë përfundimit traduktiv, duhet pasur kujdes lidhja që paraqitet. Përfundimi traduktiv është gjithmonë i saktë, nëse ka të bëjë me relacionin transitiv.

Lexuesit i mbetet për detyrë të interpretojë:

Nëse a $\perp$ b dhe b $\perp$ c, çfarë pason (Përse?)

Deduksioni është formë e përfundimit, që në mësimin elementar të matematikës (I-V) ka aplikim të kufizuar. Ai na çon prej pohimeve të përgjithshme në ato të veçanta. Përfundimet deduktive përfshijnë të gjitha rastet e mundshme dhe si të tilla bëjnë pjesë në grupin e përfundimeve të sakta, por, në krahasim me përfundimet induktive, kuptohen më me vështirësi.

Përfundimin deduktiv mund ta aplikojmë që nga klasat e ulëta të shkollës fillore.

Pohim: Të gjithë katrorët janë drejtkëndësha me brinjë të barabarta.

Përfundim: Të gjithë drejtkëndëshat me brinjë të barabarta janë katrorë.

Nxënësit, për të llogaritur perimetrin e ΔABC me brinjë $a = 6$ cm, $b = 4$ cm, $c = 8$ cm, shfrytëzojnë pohimin e përgjithshëm: Perimetër të trekëndëshit quajmë shumën e gjatësive të tri brinjëve të trekëndëshit $P = a + b + c$.

Më vonë, kur të shpjegohen disa nga plotpjesëtueshmëritë e numrave (me 2, 5, 10), mund të spikaten disa nga përfundimet deduktive.

Pohimi i parë: Numri natyral, shifra e njësheve e të cilit është zero (0), është i plotpjesëtueshëm me 10.

Pohimi i dytë: Shifra e njësheve të numrit 848690 është zero (0).

Përfundimi: Numri 848690 është i plotpjesëtueshëm me numrin 10.

Aftësia e nxënësve për aplikimin e formave logjike të përfundimeve nuk duhet të jetë detyrë, e cila realizohet në mënyrë të pavarur prej të tjerave. Vetëm mësuesi mund ta dijë, se në cilat rrethana dhe në shpjegimin e cilave përmbajtje mësimore, mund të aplikojë me efiçencë format e lartpërmendura të përfundimeve.

Në mësimin elementar të matematikës, aftësimi i nxënësve për të kuptuar **Operacionet mendore, Ligjet e të menduarit** dhe për të aplikuar **Format logjike të përfundimeve**, ndiqet nëpërmjet një zhvillimi intelektual gjithnjë në rritje, në shtratin e të cilave fillon **beteja e gjatë në udhën e dijes**.

5. ZHVILLIMI I MENDIMIT KRITIK DHE STRUKTURA ERR PËR MËSIMDHËNIE DHE TË NXËNIT

Ndryshimi i vrullshëm dhe marramendës që po ndodh në shoqërinë e sotme, paraqet një sfidë shumë shqetësuese për ata që do të përgatisin fëmijët për shek. e 21-të. Edukatorët e të gjitha rangjeve që nga hartuesit e kurrikulave, “zyrtarët” e politikave arsimore, pedagogët e arsimit superior, përpiluesit e teksteve shkollore e universitare… e deri mësuesit në klasë po përballen me pyetjen boshtore: **Si t’i përgatisim fëmijët për një jetë të suksesshme dhe frytëdhënëse, të cilën në horizont nuk mund ta shohim!**

Shumica e njohurive që i dimë sot, do ta humbasin aktualitetin, do të bëhen të papërshtatshme, stereotipe apo të vjetruara dhe do të mënjanohen gjatë dhjetë vjetëve të ardhshëm apo edhe më shpejt. Kjo mbase jemi dëshmitarë të një **shpërthimi teknologjik në përhapjen e informacionit**.

Informacioni i drejtpërdrejtë, që jemi në gjendje t’u mësojmë fëmijëve tanë, është vetëm **një artikull i përmbajtjes** që u nevojitet ta dinë në jetë. Kështu, nxënësve u mbetet për detyrë **domosdoshmëria për (vet)arsimim gjatë tërë jetës, madje nëpërmjet Mendimit kritik**.

Për **Mendimin kritik** ka shumë ide, përcaktime dhe përkufizime. Mendimi kritik buron nga ajka e të menduarit **sikurse mençuria**, **e cila kulmon si cilësi më e lartë e dijes**, po ashtu edhe **Mendimi kritik është cilësia më e lartë e të menduarit**. Ai përfaqëson mendimin e sofistikuar (të stërholluar), të cilin personi bën përpjekje ta mbrojë, duke u mbështetur në argumente dhe fakte, dëshmi dhe arsye.

Mendimi kritik, i mbështetur në “prova”, gjithnjë prodhon informacion të ri; dukuri dhe shfaqje; shembuj dhe detyra; rrugëzgjidhje dhe zgjidhje; operacione dhe relacione; vizatime dhe modelime; kërkime dhe zbulime,…, “të reja”, të papara më parë.

Mendimi kritik paraqet procesin e shqyrtimit të ideve nga shumë këndvështrime, duke përfshirë ndikimet dhe rrjedhojat e tyre, të krahasuara me ide të tjera.

Për njerëzit, që mendojnë në mënyrë kritike, **baza e kuptimit të informacionit është më shumë pikë e nisjes se sa pikë e të nxënit**.

Mendimi kritik është një proces njohës, veprues dhe ndërveprues, mënyrë e sofistikuar e të menduarit, e cila kërkon aftësi për të gjykuar dhe për të reflektuar se çfarë di dhe mendon dikush.

Mësimdhënien në bashkëveprim me bashkëpjesëmarrje të përhershme dhe të pandërprerë ndërmjet mësuesit dhe nxënësve dhe të nxënësve me nxënës, e quajmë **mësimdhënie ndërvepruese (interaktive).**

Që nxënësit të mendojnë në mënyrë kritike, gjëja thelbësore është të njohin **se çfarë dinë**? Ata që mendojnë në mënyrë kritike, do të duhej ta pyesin veten:

- Çfarë mendoj unë rreth kësaj?
- Si komponohet dhe përshtatet ky informacion me ato që unë di?
- Çfarë mund të bëj tash që kam këtë informacion të ri?
- Si ndikohen bindjet e mia nga këto ide të reja?

Struktura ideore, nën ombrellën e së cilës zhvillohet **Mendimi kritik**, përmban tri faza të të menduarit dhe të të nxënit e ato janë:

Evokimi,

Realizimi i kuptimit dhe

Reflektimi.

Evokimi është fazë mësimi, në të cilën nxënësve u kërkohet të mendojnë lidhur me një çështje, që tashmë e dinë, të shtrojnë pyetje lidhur me të dhe të caktojnë qëllimet e të nxënit. Evokimi konsiston në sistemimin dhe përgjithësimin e paranjohurive lidhur me një temë (njësi mësimore), për të zgjuar kureshtjen dhe për të shpalosur qëllimet e (vetë)kërkimit të njohurive.

Nga nxënësit kërkojmë të formojnë (përpilojnë) një **listë** me anë të **Breinstorming (akti i shprehjes së lirë të shumë ideve lidhur me një çështje, fillimisht pa mbajtur qëndrim kritik ndaj tyre)**. **Breinstorming mund të aplikohet** me të gjithë nxënësit e një paraleleje ose vetëm me një grup të caktuar nxënësish, apo vetëm me çifte nxënësish të caktuar apo me secilin nxënës veç e veç, **duke pranuar të gjitha idetë pa ndonjë shqetësim nëse janë të sakta apo jo.** Pra**, nuk ka shumë rëndësi, nëse ato që janë shkruar janë të përpikta apo jo**!

Evokimi ngërthen në vete tri qëllime:

- lidhjen e njohurive "të reja" me ato "të vjetra";
- aktivizimin e nxënësve dhe
- interesimin për të këmbëngulur në qëllimin e vendosur nga mësuesi, libri shkollor apo qëllimi i vetëdrejtuar.

Realizimi i kuptimit është faza e dytë e mësimit, ku do të duhej të ruhet interesimi dhe ritmi i punës, të vendosur gjatë fazës së evokimit. Kështu shpaloset aftësia e nxënësve në përzgjedhjen e informacioneve thelbësore dhe dytësore, duke lënë mënjanë informacionet e papërshtatshme dhe të pavlefshme.

Në fazën e realizimit të kuptimit, është në interesin e çdo nxënësi që të jetë i vëmendshëm dhe kureshtar ndaj përmbajtjes së re të mësimit, të ofruar përmes fletushkave, leksionit të ligjëruar nga mësuesi, nxënësi apo nga burimet e tjera mediale.

Po qe se përmbajtja mësimore është e shkruar gjatë leximit të saj, pranë “pohimeve” duhet të vendosen shenja të ndryshme. Për nxënësit e klasës së parë deri në klasën e katërt, këshillohet të përdoren jo më shumë se tri shenja, të zëmë:

“✓ “ d.m.th. “**e di këtë**”, nëse tekstin që e lexoni pohon atë që e dini ose **“mendoni se e dini”** ?;

“ - ” d.m.th. ‘**nuk e di këtë”, nëse një apo disa prej informacioneve që lexoni bie ndesh apo është i ndryshëm nga ajo që dini apo mendoni se e dini;**

“+” d.m.th. “**e kam mësuar këtë**” **nëse një pjesë e informacioneve të reja që ndeshni, tashmë janë të njohura për ju**.

Nxënësit e klasave të pesta mund të përdorin edhe shenjën: ”?”, d.m.th. “**e kam të paqartë këtë”; “nuk e di këtë”; nëse një pjesë e informacionit ose i tërë informacioni është i papërshtatshëm, shumë i përgjithshëm, kaotik, i pavlefshëm… i cili krijon konfuzion, bezdisje dhe nervozizëm.**

Reflektimi është faza kryesore e mësimit, në të cilën nxënësit shqyrtojnë përmbajtjen që e kanë mësuar, të sintetizuar, në kontekstin e të menduarit të tyre aktual. **Reflektimi konsiston në diskutimin pas shtjellimit të temës (njësisë mësimore), duke parashtruar “një mori” pyetjesh**.

SHEMBULL:

- Çfarë mësuam? Diskutoni për përbërjen e trupave të vizatuar!
- Cilët trupa gjeometrikë mund të vizatohen me vizore dhe cilët jo?
- Cilët trupa e kanë një kulm (**koni**) dhe cilët zero kulme (**cilindri** e **sfera**)?
- Cilët trupa gjeometrikë e kanë një faqe (**sfera**), dy faqe (**koni**), tri faqe (**cilindri**).

Po këtu gjithnjë ofrojmë **pyetje** me **kundërpërgjigje**, duke nxitur nxënësit që të japin përgjigje të mprehta, të cilat do të duhej të kontestonin pyetjet dhe përgjigjet e mësuesit:

- Cili trup gjeometrik ka tri faqe dhe një kulm?!
- Pse mendoni kështu?
- Cili trup gjeometrik ka dy brinjë dhe një kulm?!
- Përse mendoni kështu?
- Cili trup gjeometrik ka një faqe dhe zero kulme?
- Cili trup gjeometrik ka tri faqe dhe zero kulme?
- Cili trup gjeometrik ka dy faqe dhe dy brinjë?!
- Cilët trupa gjeometrikë mund t’i punoni me dorën tuaj?

Nxënësit fillojnë t’i shpalosin idetë lidhur me informacionin “**Veçoritë e trupave gjeometrikë**”, kurse pastaj nxitet shkëmbimi i ideve dhe diskutimi midis nxënësve.

Përdorimi i strukturës ERR do të jetë model funksionues me kusht që mësuesi të ketë “përvojë”, vullnet të mirë, durim, kohë “jo të kufizuar” dhe të jetë i prirur për punë kërkimore.

Në procesin mësimor nuk ekziston ndonjë radhitje e hapave, që do të duhej të ndiqen për të shpënë te Mendimi kritik. Nxënësi fillimisht pyet veten:

- Çfarë do të thotë për mua ky informacion?

- Si gërshetohen këto njohuri në ato që tashmë i di?
- Ku dhe në ç'mënyrë mund t'i përdor këto njohuri?
- Cilat janë kërkesat jetike të zbatimit të këtij informacioni në praktikë?
- Sa janë dobiprurëse këto njohuri?
- A bën që këto njohuri të mësohen më vonë?
- Ku na shpie mosnjohja e këtij informacioni? etj.

Nëpërmjet mendimit kritik nxënësi mund të kontrollojë, të "thithë", të modelojë e të përshtasë dhe së fundi të shpërndajë informacionin. Nxënësit jo gjithmonë mendojnë lirshëm lidhur me **ide boshtore**. Ata shpesh **presin që mësuesi të përcaktojë përgjigjen e vetme, të përpiktë**. Konceptimet e tjera, fillimisht mund t'iu duken si **marrëzi**, sepse në kokat e tyre sillet vërdallë një parandjenjë që po ato, për t'u bërë të vlefshme, lypsen të përpunohen, të modifikohen dhe të ndryshohen. Kjo ndodh kështu, sepse **mësimi i matematikës përcjellet shpesh me dyshimin e mësuesit në aftësitë krijuese të nxënësve**.

Shumë nxënës shkojnë në shkollë të plogësht, të bezdisur, me bindjen që mësuesi apo libri shkollor janë përgjegjës për të nxënët e tyre. Shqetësimet e tyre janë të mbështetura, sepse "me dioptrinë e tyre" ata njohuritë i shikojnë si të "pandryshuara", të cilat vetëm presin "të zbrazen" në kokat e tyre nga "antena informative e mësuesit"! E tëra kjo është rrjedhojë e **mungesës së mendimit kritik**.

Mendimi kritik do t'i ndërmarrë hapat e duhur nëpërmjet **të menduarit lirshëm**. Idetë do të duhej të shtegtojnë nëpër rrugë të ndryshme, të çuditshme, të ngatërruara, "të pashkelura më parë", madje, në shikim të parë, edhe "pashtegdalje", por do të duhej të jenë "të kriposura" me elemente loje dhe humori.

E veçanta e mendimit të lirë është të mbarsurit me rrezik. Çfarë është ky rrezik?

Idetë e dhëna nga nxënësit herë-herë janë "të papjekura" dhe me gjasë, në paralele mund të shpërthejë tallja apo vënia në lojë e këtyre ideve! Këtë nuk duhet të lejojmë, sepse hap rrugën "që ta mbysë mendimin e lirë". Kështu, një nxënës, duke u klasifikuar si "i marrë" më vonë, gati është e pamundur që ai "të lirohet" nga një etiketim i tillë. Çdo gabim i mëvonshëm, i shkaktuar nga ai nxënës, "shton listën e marrëzive të atij nxënësi"!

Mendimi formulohet më së miri në një mjedis larg nga rreziku! Duke qenë se janë nxënësit faktorë qeverisës dhe vendimmarrës në klasë, **përgjegjësia** për trajtimin e **Mendimit kritik dhe te të nxënit** u bie atyre.

Strategjia mbi të cilën mbështetet Mendimi kritik, është modelimi dhe rrjedha e pyetjeve, përgjigjet e të cilave do të duhej të jenë **produktive**, duke aplikuar në këtë mënyrë **Variantin zbulues të metodës bashkëbiseduese**.

Cilësia e mendimit kritik, pos të tjerash, **varet** edhe **nga mënyra e parashtrimit të pyetjeve**, të cilat i ftojnë dhe i nxisin nxënësit që t'i reflektojnë paradituritë dhe dituritë aktuale.

Në përgjithësi, "**Të dish të bësh pyetje, domethënë të dish të bësh mësim" dhe të dish të udhëheqësh me "pyetësorin-gojor" është kulturë e mësimdhënies mjeshtërore**. Pyetjet e parashtruara mund të jenë: të **(pa)shkallëzuara;**

të (pa)qarta; (jo)logjike; (jo)abstrakte; të (pa)matura; të (pa)qëllimshme; të ndërlikuara; të lehta, subjektive,…

Në fillim, do të duhej të njihemi me **tipat e pyetjeve vepruese**:

1 **Pyetjet e nivelit të drejtpërdrejtë**, parashtrohen për të ndjekur nga afër **riprodhimin e informacioneve faktike**. Ato ndryshe quhen **Pyetje faktike**. Kështu vëhet në shërbim **kujtesa mekanike**, e cila i riprodhon informacionet, ndonjëherë pa e kuptuar as përmbajtjen logjike të tyre. – Përgjigjet për pyetjet e këtij tipi rëndom gjenden në librin shkollor. Për nxënësit, këto pyetje kanë karakter **sfidues** dhe **kërcënues**.

2 **Pyetjet përkthyese**, nxënësve duhet t'u japin mundësi që lirisht "me fjalët e tyre" të shprehin, ta mbështesin dhe ta "mbrojnë" rregullën, pohimin, relacionin, vizatimin…

3 **Pyetjet interpretuese** i vënë nxënësit në sprovë për të "zbuluar" dhe kapur lidhjet midis nocioneve, relacioneve, madhësive, fakteve, veprimeve apo vlerave. Me atë rast, nxënësit do të duhej t'i kenë "fjalët në majë të gjuhës".

4 **Pyetjet zbatuese** shpalosen me vargun e paramenduar dhe të përgatitur të detyrave problemore, të zbatueshme. Dituritë matematike janë të gërshetuara me jetën e përditshme, madje "me cilëndo punë që do të kryejë personi", blerje e shitje, planifikim e ndërtim, udhëtim e pushim…

5 **Pyetjet sintezë** u japin nxënësve mundësinë që t'i shpalosin "të tëra" njohuritë dhe përvojat vetanake, për zgjidhjen e një problemi "me qasje krijuese", apo"zbulimin" e një ligjësorie. P.sh.:
- A mund ta shkruajmë edhe ndryshe?
- Çfarë po vëreni?
- A mund ta shpjegoni këtë?

6 **Pyetjet analizë**, shpalosen para nxënësve, për të shqyrtuar nënpjesët e një ligjësorie, vizatimi, llogaritjeje, …, të një teme të caktuar, …, në dritën e të kuptuarit të përgjithshëm. P.sh.:
- Çfarë është dhënë dhe çfarë kërkohet?
- Çfarë zgjidhje fituam?
- A mund të pranohet kjo zgjidhje? Përse?

7 **Pyetjet vlerësuese** i vënë nxënësit në sprovë, që të gjykojnë cilësinë e informacionit dhe që të marrin një qëndrim të prerë: "i mirë", "shumë mirë", "keq", "e drejtë", "e gabuar", "e vërtetë", "e përshtatshme", "pjesërisht e gabuar"…

Po qe se mësuesi di t'i përdorë mjeshtërisht tipat e pyetjeve të mësipërme, atëherë nxënësit i mbetet përgjegjësia se ku duhet të "rreshtohet";

• Pyetjet që shpien:

- Në riprodhimin e informacionit **(pyetjet faktike), stimulojnë shkathtësi intelektuale të nivelit të ulët dhe divergjojnë nga mendimi kritik.**

• Pyetjet që shpien:

- Në "zbulimin" e relacioneve, lidhjen (raportin) midis madhësive, vlerave, nocioneve, vizatimeve **(pyetjet interpretuese)**;

- Në modelimin dhe shndërrimin e informacionit në forma të reja **(pyetjet përkthyese)** dhe

- Në zgjidhjen praktike të problematikës ekzistuese **(pyetjet zbatuese), stimulojnë shkathtësi intelektuale të nivelit të ndërmjetëm dhe konvergjojnë me mendimin kritik.**

• Ndërkaq, pyetjet që paraqesin **shpërbërjen** e objekteve, nocioneve, relacioneve, madhësive, llogaritjeve…, në pjesët përbërëse të tyre **(pyetjet analizë)**;

- pyetjet që paraqesin **mbërthimin** e pjesëve përbërëse të një objekti, nocioni, madhësie, mase, vizatimi,…, problemi, relacioni,.., për të zbuluar një ligjësori të caktuar **(pyetjet sintezë)** dhe së fundi,

- pyetjet nëpërmjet të cilave formohet gjykimi, duke marrë qëndrim lidhur me (mos)sukseset vetanake të nxënësve **(pyetjet vlerësuese), stimulojnë shkathtësi intelektuale të nivelit të lartë**, të cilat paraqesin "ajkën e pyetjeve" dhe **konvergjojnë në Mendimin kritik "vizionar".**

"Studimet në disa klasa të SHBA-së (në vendin e "demokracisë së pakufishme", në vendin "e pasurisë dhe të mirëqenies përrallore" dhe në vendin "e shpërthimit teknologjik në përhapjen e informacionit", B.J.) tregojnë se mbi **75%** e **pyetjeve** që mësuesi ua parashtron nxënësve janë **Pyetje të nivelit të drejtpërdrejtë (Pyetje faktike),** përgjigjja e të cilave komponohet, duke riprodhuar informacionet faktike, ndonjëherë pa arritur të kuptohen as idetë thelbësore.[17]

Ky fakt është shumë domethënës dhe dëshmon që **Mësimdhënia tradicionale, ende vazhdon të zbatohet!**

Lexuesi, duke iu referuar "analizave krahasuese", do të duhej ta vjelë vetë mesazhin përkatës!

[17] Stele L.J. "Zhvillimi i mendimit kritik", Udhëzues 2, Tiranë, 1999, f. 30.

6. MJETET MËSIMORE NË MËSIMIN ELEMENTAR TË MATEMATIKËS

6.1. FUNKSIONI DHE LLOJET E MJETEVE MËSIMORE

Mësimi elementar i matematikës "abecenë" e vet të nxënies fuqimisht e ndërlidh me mjetet mësimore. **"Mjetet mësimore janë ato gjësende, vegla, modele, aparate, makina, figura, vizatime..., të cilat janë prodhuar, përshtatur ose zgjedhur për nevojat e mësimit dhe të punës mësimore".**[18]

Që nga koha kur për herë të parë u aplikuan mjetet mësimore në mësimin e matematikës, deri në ditët e sotme, me ngulm insistohet të gjenden mjete të atilla mësimore, të cilat në vazhdimësi lehtësojnë, kultivojnë, këndellin dhe e racionalizojnë nxënien e matematikës. Kuantumi dhe struktura e mjeteve mësimore të mësimit elementar të matematikës kanë ecur bashkë me kohën, megjithatë, **çfarëdo qoftë mjeti mësimor që përdoret, nuk do të thotë se mund të sigurohet nxënie e matematikës.**

Në mësimin elementar të matematikës (I-V) mjetet mësimore kanë rol mjaft të rëndësishëm, por, megjithatë, të kufizuar. Do të bënim gabim të madh sikur nxënësit gjithnjë të qëndronin në fazën fillestare të punës, duke u ndihmuar me mjete mësimore. Në çastin kur është e mundur duhet të "lirohemi" prej tyre dhe punës kërkimore - miniaturale, duhet t'i qasemi pa ato.

Mjetet mësimore mund të punohen nga nxënësit ose mësuesit dhe ato lypset t'i plotësojnë ca kërkesa: ato duhet të jenë sa më të thjeshta, të punuara me saktësi dhe në përmasa të volitshme, të bukura, të ngjyrosura, në mënyrë që të shihen qartë prej çdo këndi të klasës.

Nga aspekti i shfrytëzimit, mjetet mësimore mund të jenë të përfaqësuara me një ekzemplar të vetëm (të cilin e demonstron mësuesi apo nxënësi) ose me po aq ekzemplarë, sa është edhe numri i nxënësve në atë paralele. Ka rëndësi jo vetëm "shikimi", por edhe "të prekurit" e mjetit mësimor. Prandaj, mësuesi përherë do të duhej të bënte përpjekje për të "siguruar" një numër sa më të madh ekzemplarësh të mjeteve të caktuara mësimore.

---

[18] F Krneta, Lj; Potkonjak, M; Potkonjak, N "Pedagogjia" Prishtinë, 1966, f. 288.

Mjetet mësimore mund të shfrytëzohen për qëllime të ndryshme, për të shpjeguar mësimin e ri, për t'i përforcuar njohuritë, shprehitë dhe shkathtësitë e caktuara si dhe për të verifikuar shkallën e përvetësimit të tyre. Nxënësve, të cilët më ngadalë i kuptojnë përmbajtjet e caktuara mësimore, duhet t'u lejojmë përdorim më të gjatë të mjeteve mësimore, por me kusht që kjo të mos konsiderohet si "lodër dëfrimi".

Në mësimin elementar të matematikës, autorët e ndryshëm mjetet mësimore i klasifikojnë në mënyra të ndryshme. Ne, në kursin tonë, ato do t'i ndajmë në:

1. Mjetet bazë në mësimin elementar të matematikës,
2. Mjetet ndihmëse teknike në mësimin elementar të matematikës.

Në mjetet bazë mësimore, të cilat janë prodhuar dhe i janë përshtatur mësimit elementar të matematikës, bëjnë pjesë: simbolet (e numrave, operacioneve dhe relacioneve), modelet e trupave gjeometrikë prej plastike, teli (kubi, kuboidi, sfera, cilindri, prizmi, piramida...), modelet e katrorit, drejtkëndorit, trekëndorit, rrethit, modelet e njësive matëse (1m, 1l, 1kg me nënfishat e tyre), metri katror, metri kub, tabela me gozhda për ndërtimin e figurave gjeometrike, modelet për të dhënë kuptimin e gjysmës, të katërtës, të gjashtës, të tetës, numëratoret ruse, (Fig. 5) pozicionale, (Fig. 88) suedeze, elektrike; aplikacionet (fotografi muri me përmbajtje gjeometrike dhe aritmetike, fotografi bilbilash, zogjsh e kafshësh...).

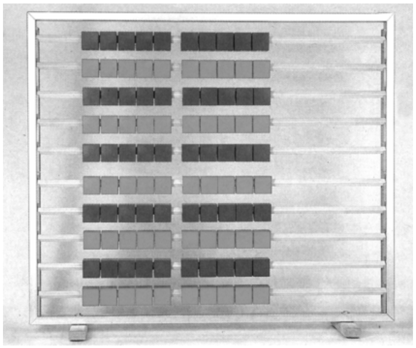


Fig. 5

Mjetet mësimore, të cilat "ekskluzivisht" janë material natyror-artificial e që inkorporohen në procesin e mësimit elementar të matematikës, janë: gjethet e një degëze, guraleca me forma, madhësi e ngjyra të ndryshme, petëza (katrore, rre-thore, trekëndore me ngjyra dhe madhësi të ndryshme), kokrrat e fasules, fijet e shkrepsave (të ndezura), kutitë e shkrepsave, buçeta lulesh, të llojeve, madhësive dhe ngjyrave të ndryshme, penj me gjatësi, trashësi e ngjyrave të ndryshme... monedha metalike, kartëmonedha, binarët e trenit, lulet e qilimave, etj.

Përveç mjeteve mësimore **bazë**, ekzistojnë edhe **mjetet ndihmëse teknike të mësimit elementar të matematikës**, siç janë: orenditë e shkollës, të klasës, bankat, aparatet projektuese, projektorët për diafilma, flanelografi, tabela shkollore, fletoret, lapsat, kompasi, shkumësat, këndmatësi, vizoret, disa lloje të trekëndëshave.

6.1.1. NUMRATORËT E TIPAVE TË NDRYSHËM

Roli i mjeteve mësimore në MEM do të duhej të jetë në funksion për të futur në përdorim operacionet mendore (analizë, sintezë, krahasim, identifikim, abstraktim dhe përgjithsim) në mbështetje të së cilave farkohen dhe formohen nocione të caktuara, "zbulohen" relacione të caktuara për të zgjidhur probleme të caktuara. Ato mjete mësimore, të cilat nuk mund të kryejnë këto funksione ose janë **të tepërta** ose janë **të dëmshme**.

Përveç të quajturit **Numratorit rus** (Fig. 5, i cili i kontribuon ligjësorisë për të formuar vargun e numrave natyralë 1 – 100 dhe "për të zënë fill" operacionet aritmetike në qindshen e parë) dhe deri diku te **Numratorit pozicional – suedez** (Fig. 84, i cili "i kontribuon" njohjes me vlerën numerike dhe me vlerën pozicionale të shifrës së një numri natyral), funksioni i të cilëve gjatë tri dekadave të fundit ishte simbolik dhe dukshëm i kufizuar, **numratorët e tjerë** sot janë **të tepërt**, madje edhe **të dëmshëm.**

6.2. MATERIALI DIDAKTIK

Mjetet, vizatimet, skicat, fotografitë, gjësendet, me ndihmën e të cilave sendërtohet konkretizimi në procesin edukativo-arsimor, quhen material didaktik. Këtu bëjnë pjesë objektet dhe gjësendet e rrethinës direkte, ku mësojnë dhe jetojnë nxënësit dhe gjësende të tjera, të cilat janë prodhuar, "zbuluar" dhe përshtatur enkas për shpjegimin, interpretimin dhe përforcimin e përmbajtjeve të caktuara matematike. Materiali didaktik shfrytëzohet në cilësinë e **gjësendeve konkrete**, **objekteve të vizatuara**, **simboleve konkrete** dhe **simboleve të vizatuara**.

Të qasurit: si, sa, kur dhe në ç'mënyrë nxënësit "ndeshen" me materialin didaktik, duke e prekur atë edhe me "dorën e vet", varet nga entuziazmi i mësuesit, nga kreacionet e tij punonjëse dhe jetësore e më pak nga mundësitë materiale të shkollës. Mësuesi duhet të bëjë përpjekje që nxënësve të vet, në orët e matematikës, "përherë" t'u sjellë në klasë "diçka të re", veçanërisht gjatë tre viteve të parë (I, II, III). Ai në sy të nxënësve duhet të "shndërrohet në bletë punëtore". Prandaj, jo rrallëherë dëgjohen edhe zërat e nxënësve: "Mësuesi ynë është më i miri në shkollë, ai asnjëherë nuk na vjen duarthatë"!

Në vazhdim, nga bashkësia e madhe e materialit didaktik, do të shkoqisim diçka prej tij:

-fletët e një degëze

Fig. 6

- figurat numerike:

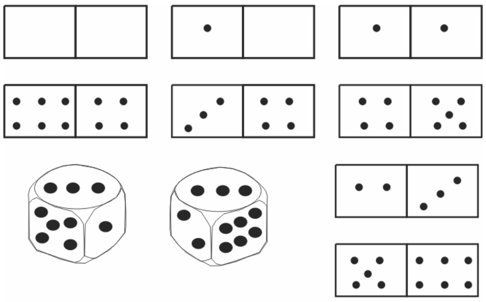


Fig. 7

- trekëndësha, katrorë, rrathë, drejtkëndësha, unaza rrethore me madhësi dhe ngjyra të ndryshme:

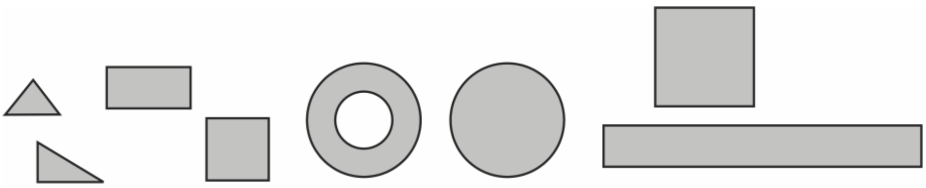


Fig. 8

- për shpjegim të shenjave <, > (Fig. 9) dhe disa nga barazimet:

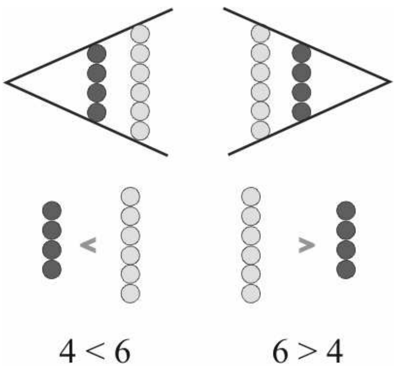


Fig. 9

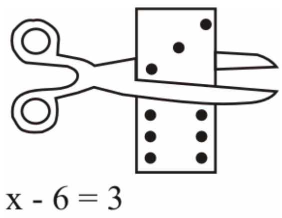


Fig. 10

Fig. 11

- "copëtim" të formës gjeometrike:

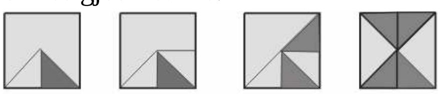


Fig. 12

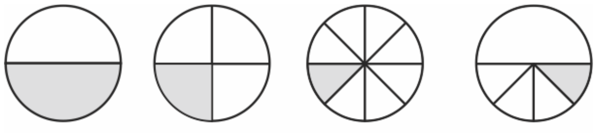


Fig. 13

- monedha dhe kartëmonedha (Fig.14)

- katrorët e letrës milimetrike "që na ndihmon për të paraqitur" njëshet, dhjetëshet, qindëshet...

Fig. 24

- tabelat e mbledhjes së numrave 1-20, (Fig. 71 dhe Fig. 72)

- tabelat e shumëzimit të numrave 1 - 100 (Fig. 98)

- aplikacionet, të cilat paraqesin komplete tabakësh të ilustruar me ngjyra. Ato kanë karakterin e fotografive të murit, të cilat përmbajnë të gjitha apoenat e të hollave metalike, trajtat gjeometrike, vijat e thyera, llojet e këndeve, shumëkëndëshave, rrjetat e trupave gjeometrikë, forma simetrike...

Me ndihmën e materialit didaktik mund të shpjegohen dhe të interpretohen edhe rregullat, po e zëmë vetia komutative e mbledhjes (Fig. 15), vetia asociative e shumëzimit: (Fig. 16)

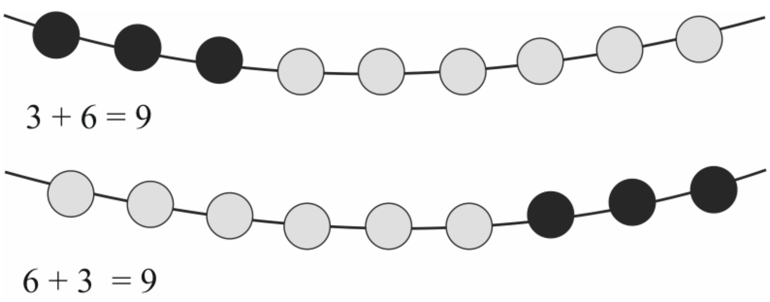


Fig. 15

Ekziston mundësia që edhe vetë nxënësit "të krijojnë" materialin didaktik, si është të hetuarit e simetrisë, duke e paluar letrën, formimin e të gjithë apoenave të të hollave metalike...

Kuptohet vetiu se nuk ekziston ndonjë "recetë universale", mbi atë se cili material didaktik, kur, sa dhe si do të shfrytëzohet. E drejta e mësuesit është që në situatën konkrete, prej dy apo më shumë mundësive, ta zgjedhë atë, e cila në atë rast do të sigurojë efikasitet më të lartë në nxënie.

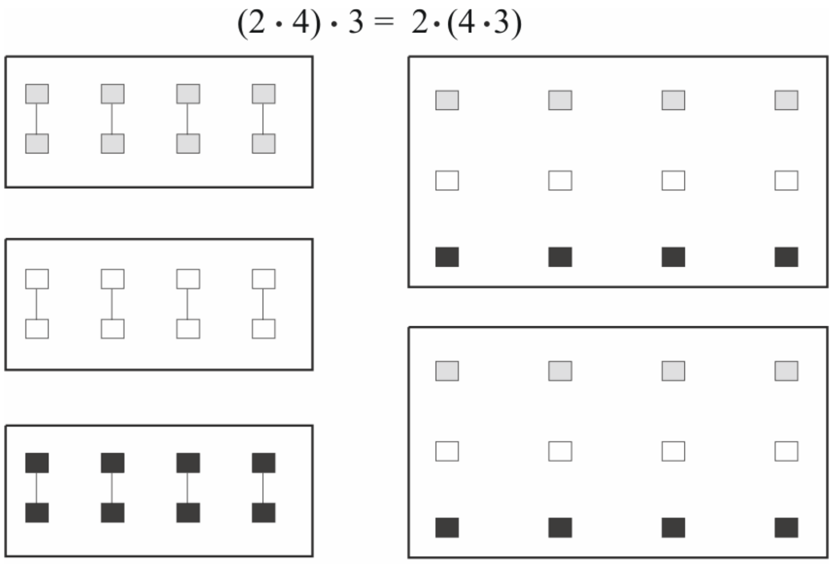


Fig. 16

6.3. MJETET NDIHMËSE TEKNIKE NË MËSIMIN ELEMENTAR TË MATEMATIKËS

Mjetet bazë në mësimin elementar të matematikës aplikohen kryesisht në mësimin e saj, ndërkaq **mjetet ndihmëse teknike** mund të shfrytëzohen edhe në lëndët e tjera mësimore. Nga kjo del se didaktika trajton më hollësisht problematikën e mjeteve ndihmëse teknike.

Mësimi bashkëkohor elementar i matematikës, sot karakterizohet edhe me aplikimin e mjeteve ndihmëse teknike, të cilat japin ndihmesën e tyre në racionalizimin e procesit mësimor dhe bëhen shtytëse për të zgjuar e zhvilluar kërshërinë e nxënësve për nxënie të reja dhe të suksesshme.

Në mësimin elementar të matematikës **mjetet ndihmëse teknike** do t'i ndajmë në:

1. Mjetet ndihmëse teknike për ekspozim,
2. Projektorët vizuelë dhe
3. Mjetet ndihmëse teknike manipulative.

6.3.1. MJETET NDIHMËSE TEKNIKE PËR EKSPOZIM

Bashkësinë e mjeteve të sipërpërmendura e përbëjnë:
- tabela shkollore,
- pllaka e flanelit dhe
- pëlhura projektuese.

Tabela shkollore bën pjesë në grupin e mjeteve ndihmëse - teknike të mësimdhënies, ku "qëndiset" një pjesë e mësimit elementar të matematikës.

Të shënuarit në tabelë duhet të jetë i veshur me petkun estetik, shfrytëzimi i saj duhet të jetë racional dhe sistematik. Se në ç'mënyrë shfrytëzohet tabela shkollore në mësimin elementar të matematikës mjaft të dhëna "ofron" për këtë fletorja e nxënësit që ka sukses mesatar.

Në praktikën shkollore, me rastin e shfrytëzimit të tabelës, është identifikuar edhe një veprim i tillë: "Shikoni, lidhni duart, lini lapsat mbi bankë, mos të shënojë askush asgjë pa ju thënë unë!" Pastaj mësuesi shpjegon, ushtron, vizaton, llogarit... dhe e "tejkalon normën e tij", duke e shfrytëzuar tabelën maksimalisht. Në vazhdim, i urdhëron nxënësit që tërë atë shpjegim, zgjidhje, vizatim... ta përshkruajnë!

Po qe se veprohet kështu, mësuesit me këtë rast gabojnë shumfish:

- Mënyra e këtillë e punës më së paku na shpie në sukses, mëqenëse te numri më i madh i nxënësve shfaqet nervozizëm, nxënësit, me rastin e përshkrimit, me gjasë "ngatërrohen" dhe pyetjet e tyre sa vijnë e shtohen, çka duhet shënuar tash, këtë apo atë relacion, këtë apo atë vijë, vizatim, zgjidhje etj.

- Në këto rrethana, me gjasë mund të shfaqet edhe ndonjë "gabim teknik" dhe ai për shumë kohë lë pasoja negative,

- Së fundi dëmkoset vetiniciativa, pavarësia, sistemimi dhe qëndrueshmëria në punë.

Nga kjo del se, ndryshe nga lëndet e tjera mësimore, përgjegjësia e mësuesit në mësimin elementar të matematikës është dukshëm më e madhe. Ora mësimore e matematikës ka përfunduar, por gjurmët e saj kanë ngelur përherë të freskëta e kjo është fletorja e nxënësit, e cila është "fotokopje besnike", para së gjithash, e mënyrës së shfrytëzimit të tabelës shkollore.

Shënimi i datave në fletore dhe në fletët e punës "(III, IV, V), të cilat korrespondojnë me orët e mësimit, të mbajtura, për mësuesin, është shenjë emancipues, para së gjithash, si një dëshmi e "kujtesës historike" për punën voluminoze që do ta lëmë pas. Ruajtja dhe konservimi i fletoreve të matematikës dhe "fletëve të punës", ka rëndësi të veçantë personale dhe shoqërore.

Në kohën më të re, roli dhe rëndësia e tabelës shkollore (I-V), paksa është lëkundur. Forma e punës individuale nëpërmjet librave të matematikës 1, 2, 3, 4, 5 dhe fletëve të punës 1, 2, 3, 4, 5 (në "cilësinë e testeve"), sot, si asnjëherë tjetër më parë në tërë trevat shqiptare ka gjetur terren e zbatim të gjerë, nesër do t'u referohemi analizave krahasuese!

Pllaka e fllanelit është e mveshur me fllanel ose me ndonjë pëlhurë tjetër, ku bashkërendohen dhe parapëlqehen aplikimet nga letra. Ky aplikator shfrytëzohet më shumë në kl. I, për të përgatitur rrethana e situata lehtësuese, njohje aty dhe atëherë kur paranjohuritë e nxënësve janë të cekëta dhe të pasakta.

Pëlhura projektuese ose **ekrani në mur** shfrytëzohet për të projektuar në të figurat, vizatimet, ilustrimet, simbolet... nëpërmjet projektorëve filmikë, diaprojektorëve, grafoskopëve dhe aparateve të tjera projektuese.

6.3.2. PROJEKTORËT VIZUELË

Nga projektorët vizuelë në kushtet e mirëqenies ekonomike, më shumë se të tjerët, gjejnë aplikim:

- projektori filmik,
- diaprojektori dhe
- grafoskopi.

Projektorët filmikë shërbejnë për projektimin e filmave shkollorë, të cilët zgjasin 2-3 minuta. Nëpërmjet tyre përforcohet procesi i formimit të nocioneve matematike si p.sh.:

- Relacionet që përcaktojnë pozitën ndërmjet gjësendeve,
- Relacionet ndërmjet numrave,
- Operacionet me bashkësi,
- Puna me dhjetëshen e parë,
- Puna me dhjetëshen e dytë,
- Vetitë themelore të operacioneve aritmetike,
- Të hequrit e drejtëzave pingule dhe drejtëzave paralele,
- Madhësitë dhe matja e madhësive,
- Zhvillimi i ideve për ndryshoren,
- Fillet e formimit të nocionit funksion etj.

Diaprojektorët shërbejnë për të projektuar diapozitivët dhe diafilmat.

Diapozitivët janë fotografi të fotografuara në shiritin filmik. Shfrytëzohen si mjete ndihmëse për ilustrimin e nocioneve të caktuara. Te fotosët e caktuar do të ndalemi aq sa është nevoja për t'i vënë në dukje qëllimet e tyre. Në togun e diapozitivave (I-V) bëjnë pjesë:

- vlera numerike dhe pozicionale e numërorëve,
- matja e largësisë ndërmjet dy objekteve,
- ndërtimi i katrorit në terren me gjatësi brinje 5 m,
- metri kub, decimetri kub, centimetri kub,
- modelet (rrjete e kuboidit, kubit,prizmit, piramidës, cilindrit,
- thyesat, krahasimi, mbledhja dhe zbritja e thyesave,
- shumëfishat dhe nënfishat e litrit (dm^3),
- tehet "e dukshme" dhe "të padukshmne" të trupave gjeometrikë,

- zbërthimi i një figure gjeometrike në disa figura të tjera,
- matja e mallit me peshojë e vagë,
- kuintali, tonelata, vagoni etj.

Diafilmat janë seri fotografish të fotografuara në shiritin filmik "me tekste të shkruara", që i sqarojnë veçoritë themelore të fotografisë. Diafilmat shfrytëzohen gjatë shpjegimit të mësimit të ri, por edhe për të përsëritur dhe për t'i përforcuar njohuritë e fituara.

Grafoskopi si mjet teknik shërben për projektimin e fotoseve "transparentë", që shënohen në letrën speciale të tejdukshme. Aplikimi i grafoskopit,në krahasim me tabelën shkollore, ka një varg përparësish: Procesi i mësimdhënies racionalizohet, mësuesi, edhe para se të fillojë ora e mësimit, mund t'i përgatitë ilustrimet, në mënyrë që pastaj të ketë "kohë të lirë", të mbikëqyrë punën e të gjithë nxënësve, t'u ndihmojë e t'i udhëzojë si të gjenden zgjidhjet e situatave problemore dhe t'ua sqarojë ato "për së afërmi", ruajtja e fotoseve, skemave... është e mundshme për një kohë më të gjatë, në mënyrë që, më vonë, po qe se shfaqet nevoja për "sqarime plotësuese", ato "drejtpërdrejt" mund të reprodukohen.

6.3.3. MJETET NDIHMËSE TEKNIKE MANIPULUESE

Në gjirin e mjeteve ndihmëse teknike manipulative bëjnë pjesë:
- kompleti i veglave dhe i mjeteve për vizatim dhe konstruktim dhe
- kompleti i veglave dhe i mjeteve për matje.

Në kompletin e parë bëjnë pjesë: vizoret, kompaset, trekëndëshat për vizatim e konstruktim në fletore dhe në tabelën shkollore. Ndërkaq, në të dytin bëjnë pjesë: peshojat, libela, këndmatësi, orët, etj., të ngjashme me këto. Shkathtësitë e arritura për matje, vizatime dhe konstruksione, nëpërmjet mësimit elementar të matematikës gjejnë aplikimin e vet edhe në lëndët e tjera mësimore dhe në jetën e përditshme.

Kuptohet vetiu se kompletimi i mësimit elementar të matematikës me mjete më bashkëkohëse te ne në Kosovë, kur tash për tash jemi varfëruar tej mase është paradoks, por një ditë, Dielli do të lindë edhe për ne!

6.4. MJETET AUDITIVE

Fjala e drejtpërdrejtë e mësuesit dhe e personave të tjerë të kyçur në mësimdhënie, paraqesin një burim të pashtershëm auditiv. Ndërkaq, **emisionet e radios** me përmbajtje matematike janë mjete të mirëfillta auditive. Mësuesja e vullnetit të mirë, disa nga emisionet e rëndësishme mund t'i regjistrojë (nëpërmjet kasetofonit) dhe po ato përmbajtje mund të përsëriten, atëherë dhe aty kur do t'i përgjigjet më së miri situatës dhe rrethanës së (posa)krijuar mësimore.

6.5. MJETET AUDIO-VIZUELE

Filmi dhe **televizioni** janë grup i veçantë i mjeteve audiovizuele, nëpëmjet të të cilave me shumë elegancë, përcillen dhe fitohen dituritë edhe nga MEM.

Filmi mësimor i didaktizuar do të duhej të ketë qëllim të dyfishtë:

- nëpërmjet tij përsëritet "bagazhi mësimor" që lypset ta mbajnë në mend nxënësit,
- të çelë shtegun për shtjellim të mësimit të ri.

Nëpërmjet filmit, nxënësi, duke u futur në situatën problemore nxit intuitën e tij për ta përfunduar: ... Ja, këtu ekziston e panjohura, ligjësoria, problemi vetë, situata e ndërlikuar... dhe që pastaj kjo "e vërtetë" do të duhej të hulumtohet, të provohet dhe të mbrohet.

Format e shfrytëzimit të emisioneve televizive me përmbajtje matematike janë të llojllojshme: **argëtuese, edukative** dhe **arsimore**.

Në vendet e zhvilluara përdoren dy tipa televizionesh:

1) **TV i tipit ekstern (i hapur)**
2) **TV i tipit intern (i mbyllur)**

TV i tipit **ekstern,** nëpërmjet një studioje televizive emeton program arsimor, i cili i dedikohet një rrethi të gjerë shikuesish. Emisionet e tilla, për qëllime vetarsimimi, mund të jenë për fëmijë dhe për të rritur.

TV i tipit **intern** emeton program arsimor nëpërmjet valëve ultra të shkurtëra për të plotësuar dhe kënaqur kërkesat e një shkolle apo një paraleleje.

Edhe pse në vendet me mirëqenie ekonomiko-shoqërore filmi dhe emisionet televizive me përmbajtje matematike kanë gjetur përdorim, megjithatë në fund po konstatojmë se: **"Matematika mësohet më së miri me laps në dorë"** dhe jo **"duke shikuar e bashkë me këtë, duke u argëtuar".**

6.6. KOMPJUTERËT NË MËSIMIN ELEMENTAR TË MATEMATIKËS

Kompjuterët si mjete të përkryera teknike u futën edhe në mësim dhe për një kohë shumë të shkurtër, në procesin e nxënies arritën suksese marramendëse. Optimizmi në përdorimin e kompjuterëve sot ka shkuar aq larg, sa që disa mbështesin idenë që së shpejti ata do të zëvendësojnë librat, madje edhe mësuesit, meqë përdorimi i tyre është relativisht i thjeshtë, kanë kujtesë të fortë, mund të komunikojnë me nxënësin dhe u përshtaten qëllimeve të ndryshme edukativo-arsimore. Kështu për shembull: Statistikat e vitit 2001 flasin që në SHBA rreth 1.8 milionë nxënës mësimet i ndjekin nga shtëpia (pa shkuar në shkollë) nëpërmjet **internetit**.

Kompjuteri është makinë me mundësi shumë të gjerë informimi, me aftësi analizash dhe zgjidhjesh të përpikëta, me aftësi përmirësimi të gabimeve, "si vetëtima", duke ia përshtatur mësimin aftësive dhe ritmit të punës së nxënësve.

Në këtë drejtim (në vendet me mirëqenie të konsoliduar ekonomiko-shoqërore) nxënësi në MEM nëpërmjet SIMBOLEVE, të cilat përfaqësojnë GJUHËN E KOMPJUTERIT "bisedon" me kompjuterin.Që në "start" nga kompjuteri, nxënësi do të duhej të kërkojë informata të caktuara dhe po ato, së bashku me udhëzime "do t'i fusë në dorë", po e zëmë:

- llogaritje me objekte të vizatuara,
- llogaritje me simbole të vizatuara,
- operacionet llogaritare, vetitë themelore të mbledhjes dhe të shumëzimit,
- fotografi, grafikone, aplikime, trajta, figura dhe trupa gjeometrikë, vizatime, "konstruksione" dhe "rikomponime" të figurave në një figurë të re,
- detyra problemore zbavitëse me elemente të lojës,
- madhësi dhe matje të madhësive,
- operacione me bashkësi,
- thyesa e plotë, thyesa dhjetore dhe thyesat e thjeshta...

Ndërkaq, nxënësi, nëpërmjet tastaturës së makinës së shkrimit, nën ekranin televiziv, do të duhej të përgjigjet! Po qe se nxënësi nuk jep përgjigje të saktë, përkatësisht zgjidhjen e ka të gabueshme, atëherë ai mund të kërkojë edhe udhëzime plotësuese. Po qe se edhe pas dhënies së udhëzimeve plotësuese, nxënësi gabon rishtazi, atëherë kompjuteri i përmirëson gabimet dhe e vlerëson suksesin e nxënies.

Përparësitë e mësimit me kompjuter janë të shumta:

- Nxënësit që janë më të suksesshëm në të mësuar, nuk janë të detyruar "që t'i presin" shokët dhe të humbasin kohë, por përparojnë parreshtur drejt "majave" të ndritura të diturisë,
- Dukshëm përfillet forma e punës individuale, çelës ky i suksesit për nxënien e matematikës,
- Duke përfillur aftësitë, interesimet, motivet dhe aspiratat individuale, po këtu mbështetet ritmi personal i punës së tyre.

Kompjuteri në disa raste është "mik më korrekt dhe më i besueshëm" se mësuesi!:

- Të gjithë nxënësit i trajton njëlloj,
- Ai është më i drejtë, nuk mashtrohet, nuk di të hidhërohet dhe nuk ka paragjykime,
- Ndaj nxënësve që kanë prapambetje në të mësuar, është "më i durueshëm",
- Gjatë dhënies së informatave plotësuese "nuk lodhet" dhe
- Krijon parakushte reale për nxënie më të shpejtë dhe më të qëndrueshme.

Nuk është çështje që diskutohet se a jemi **për** apo **kundër përdorimit të kompjuterëve në** MEM, por **a do të krijohen kushtet, si të krijohen kushtet** dhe **kur do të krijohen kushtet** që edhe për nxënësit tanë (I-V) përvetësimi i mësimeve nëpërmjet kompjuterëve të bëhet realitet.

Në Kosovë, puna nëpër **Qendra Didaktike,** tashmë është një realitet. Në mesin e objektivave të punës që kanë këto Qendra, bën pjesë edhe aftësimi i mësuesve për vënien në aplikim të mjeteve e teknologjive më bashkëkohëse në sistemin edukativo-arsimor.

Duke përmbyllur trajtimin e mjeteve mësimore në MEM e shohim të udhës të bëjmë këtë vlerësim: Suksesi përfundimtar i të mësuarit elementar të matematikës nuk varet ekskluzivisht nga fakti se sa të pasur jemi me mjete mësimore dhe me çfarë shkalle të komoditetit përcillen dhe pranohen të vërtetat matematike.

7. PARIMET DIDAKTIKE DHE MËSIMI ELEMENTAR I MATEMATIKËS

Edukimi dhe arsimi si proces shoqëror i ka ligjësoritë e veta të caktuara. Arsimi elementar matematik, që arrihet nëpërmjet mësimit shkollor, është pjesë përbërëse e këtij procesi. Duke i studiuar këto ligjësori, në didaktikë janë arritur dhe përcaktuar një varg parimesh mësimore ose didaktike. **Parimet didaktike (mësimore) janë norma, në mbështetje të të cilave përcaktohen dhe ndërtohen pikëpamjet dhe bindjet, të cilat, në procesin e mësimdhënies, marrin karakterin e orientimit të detyrueshëm.** Nga parimet didaktike burojnë rregullat didaktike, të cilat aplikohen vetëm në situata dhe rrethana të caktuara mësimore. Parimet didaktike varen nga praktika mësimore ekzistuese. Pra, ato nxirren duke u bazuar në analizën shkencore të praktikës së suksesshme mësimore dhe nga ato nuk ka shmangie.

Në bazë të kësaj, themi që parimet didaktike nuk janë kategori subjektive. Metodisti i çdo lënde mësimore, pra edhe i mësimit elementar të matematikës, nuk mund t'i formulojë parimet sipas bindjes së tij personale apo në pajtim me ndonjë konceptim të tij a priori.

As në didaktikën bashkëkohëse nuk ekziston ndonjë qëndrim unik ndaj parimeve didaktike, numrit të tyre, emërtimit dhe formulimit të përmbajtjeve. Parimet mësimore janë të klasifikuara në disa mënyra, por ato ndryshojnë shumë pak midis tyre. Në mësimin elementar të matematikës aplikohen këto parime:

7.1. Parimi i mbështetjes shkencore në mësimin elementar të matematikës,

7.2. Parimi i konkretizimit në mësimin elementar të matematikës,

7.3. Parimi i përshtatjes së mësimit elementar të matematikës me moshën dhe aftësitë psiko-fizike të nxënësve,

7.4. Parimi i individualizmit në mësimin elementar të matematikës,

7.5. Parimi i sistematizimit dhe i shkallëzimit në mësimin elementar të matematikës,

7.6. Parimi i racionalizimit dhe i ekonomizimit në mësimin elementar të matematikës,

7.7. Parimi i qëndrueshmërisë së diturive, shkathtësive e shprehive në mësimin elementar të matematikës,

7.8. Parimi i lidhjes së teorisë me praktikën në mësimin elementar të matematikës dhe

7.9. Parimi i aktivitetit të vetëdijshëm në mësimin elementar të matematikës.

Nuk ekziston ndonjë radhitje e parimeve mësimore sipas rëndësisë së tyre. Ato, që të gjitha kanë po atë rëndësi për mësimin elementar të matematikës. Megjithatë, ndonjëri nga parimet te përmbajtjet e caktuara mësimore ka tendencë implikimi më të ngjeshur. Parimet mësimore kanë rol rregullator në procesin e mësimdhënies dhe ata nuk bën të aplikohen ndarazi. Duke i marrë si një tërësi, ato janë të ndërlidhura dhe të kushtëzuara midis tyre.

Në përmbyllje po bëjmë një sintezë të dëmeve që mund t'i bëhen mësimit elementar të matematikës nga mospërfillja e denjë e tyre. Mospërfillja e njërit parim didaktik shpie në mospërfilljen e parimeve të tjera didaktike. Kështu po e zëmë:

- mospërfillja e parimeve **të mbështetjes shkencore të konkretizimit, shkallëzimit, lidhjes së teorisë me praktikën,** çon në mospërfillje të **parimit të qëndrueshmërisë së diturive**, që, në fund të fundit, ngërthen në vete mossuksesin në mësimin elementar të matematikës,

- mospërfillja e parimit **të racionalizimit** jep mundësi të shfaqet mospërfillja e **parimeve të shkallëshkallësisë, konkretizimit, lidhjes së teorisë me praktikën** dhe të gjitha këto kushtëzojnë "paaftësimin e heshtur" të nxënësve për mësimin elementar të matematikës,

- mospërfillja e parimit **të konkretizimit** ka për pasojë mospërfilljen e parimeve **të mbështetjes së mësimit elementar të matematikës në moshën dhe aftësitë psiko-fizike të nxënësve, individualizimin, qëndrueshmërinë** dhe **lidhjen e teorisë me praktikën.**

Ndërkaq, në veçanti:

- mospërfillja e denjë e **parimit të mbështetjes shkencore,** në thelb njollos shëmbëlltyrën profesionale të mësuesit dhe ia çel shtegun që të zërë fill paaftësimi i nxënësve në mësimin elementar të matematikës,

- mospërfillja e denjë e **parimit të përshtatjes së MEM me moshën dhe aftësitë psiko-fizike të nxënësve** është mbarsur me dy tendenca njëlloj të dëmshme: kërkesat simbolike dhe ato ekstreme, të cilat, së bashku ose ndarazi, mbjellin "farën e mossuksesit" në mësimin elementar të matematikës. Po qe se ndodh kështu, kjo është një "akuzë morale" që do të duhej t'i bëhet mësuesit!

- mospërfillja e denjë e **parimit të individualizimit,** i preokupon nxënësit që kanë mbetur prapa dhe të tjerët të kenë interesim të veçantë në mësimin elementar të matematikës, meqë a priori shemb mirëqenien dhe aspiratat personale të tyre,

- mospërfillja e **parimit të sistematizimit dhe shkallëzimit** do të çojë në përvetësim mekanik të mësimeve dhe kjo, në fund të fundit, përfundon me mossukses të pashmangshëm të mësimit elementar të matematikës,

- mospërfillja e **parimit të lidhjes së teorisë me praktikën** çon në mësimin dogmatik, në formalizëm e në verbalizëm, duke krijuar te nxënësit një përfytyrim të shtrembëruar për rolin aplikativ dhe rëndësinë jetike që ka mësimi elementar i matematikës,

- mospërfillja e **parimit të aktivitetit të vetëdijshëm** bën që nxënësit të mos e dinë arsyen përse duhet të mësojnë matematikën, ku na çon mosnjohja e saj? Duke konsideruar mësimin e matematikës si një "fatkeqësi të madhe", ndonjë nxënës "papritmas" vendos që "një ditë" të ndahet dhe të largohet "përfundimisht" nga mësimi i saj.

Aplikimi i parimeve mësimore kërkon punë kreative nga ana e mësuesit, njohjen me themel të kursit të matematikës elementare, psikologjisë, pedagogjisë dhe metodikës së mësimit elementar të matematikës.

7.1. PARIMI I MBËSHTETJES SHKENCORE NË MËSIMIN ELEMENTAR TË MATEMATIKËS

Në mësimin elementar të matematikës, parimi shkencor konsiston në atë që nocionet, pohimet, rregullat, vizatimet, zgjidhjet..., të kenë mbështetje shkencore bashkëkohëse.

Ky parim përmban në vete një problem praktik.

- Mësimi elementar i matematikës gërshetohet me përmbajtje mësimore "thelbësore" dhe “më pak thelbësore” dhe nocionet matematike lidhur me të, "mund të formulohen me saktësi rigoroze" dhe "më pak rigoroze",

- Nocioni matematik, i shpalosur "me shkallë të ndryshme rigoroziteti" kërkon pjekurinë përkatëse psiko-fizike të nxënësve, të një klasë të caktuar.

Kështu, **shpjegimi dhe interpretimi i përmbajtjes mësimore, në njërën anë, do të duhej të përfillë të arriturat e shkencës bashkëkohëse, ndërkaq, në anën tjetër, të jetë i kuptueshëm dhe i kapshëm për nxënësit.**

Ndodh që disa mësues, me dëshirë e me synimin që "mësimdhënia t'u përshtatet nxënësve", ofrojnë interpretime të mangëta, të cekëta, jo të plota, së fundi edhe të gabueshme për ndonjë ecuri, zgjidhje, pohim ose nocion matematik. Ata, ndoshta edhe pa vetëdije, "cenojnë" parimin shkencor, duke shkaktuar asi dëmi, i cili më vonë mund të përmirësohet me vështirësi.

Mësimi elementar i matematikës bëhet i vështirë pa ndihmën e pedagogjisë. Por, në mësimin e saj, janë njëlloj të dëmshme të dy ekstremet:

- **pedagogjizmi i tepruar** dhe

- mospërfillja e plotë e kërkesave pedagogjike, të cilat përfaqësojnë "farë të sëmurë" ku zë fill paaftësimi i nxënësve në mësimin elementar të matematikës.

Këtu e shohim të udhës të theksojmë që emërtimet, simbolet, nocionet, rregullat, pohimet, përkufizimet, ecuritë..., matematike nuk përmbajnë "për të gjitha kohët" veti dhe qasje shkencore. Ato, "të plakura", gjithnjë korrigjohen, plotësohen, ndryshohen dhe transformohen, duke u mbështetur në plotësimet e ndryshimet e njohurive shkencore bashkëkohëse. Në të vërtetë, edhe pse 8 herë 8 gjithnjë ka qenë dhe mbetet 64, tash në krahasim me "dikur", të thuash të gjitha nocionet elementare matematike formulohen, shpjegohen dhe interpretohen duke iu përmbajtur standardit më të lartë të përpikërisë.

Në këtë drejtim, është me interes të trajtojmë disa nga simbolet, emërtimet, rregullat, përkufizimet në MEM **dikur (a)** dhe **sot (b)**

(a_1) Shenja e operacionit të shumëzimit ka qenë x

(b_1) Tash me këtë shenjë shënohet "e panjohura iks", ndërkaq për shenjë të operacionit të shumëzimit është përvetësuar **pika**.

(a_2) të njënjëshme, përgjysmuese të këndeve, drejtëza normale...,

(b_2) kongruente, simetrale e këndeve, drejtëza pingule,

(a_3) sipërfaqe e katërkëndëshit kënddrejtë,

(b_3) syprinë e sipërfaqes drejtkëndëshe,

(a_4) Pjesa e sipërfaqes së rrafshët që është e kufizuar me tri brinjë dhe ka tri kënde, quhet **trekëndësh.**

(b_4) **Trekëndësh** quajmë bashkësinë e tri segmenteve që bashkojnë tri pika që nuk i përkasin një drejtëze,

(a_5) "Sipërfaqja e katërkëndëshit kënddrejtë gjendet duke shumëzuar gjatësinë me gjerësinë"

(b_5) Syprina e drejtkëndëshit me përmasa a cm, b cm është $S = a \cdot b$ (cm katror)

(a_6) "Vëllimi i kubit gjendet duke shumëzuar gjatësinë e njërës brinjë për vetvete e mandej këtë prodhim duke e shumëzuar prapë me të njëjtën gjatësi".

(b_6) Vëllimi i kubit me përmasa a cm është $V=a \cdot a \cdot a$ (cm kub)

Kështu, simbolet, emërtimet, përkufizimet e dhëna nga (a_1) deri në (a_6) "ka-në qenë shkencore", në kohën kur nuk është ditur më tepër për to. Sot, ato janë joshkencore, banale dhe të papërfillshme (edhe në aspektin gjuhësor!). Duke përfillur parimin shkencor, gjithnjë lypset t'u përmbahemi shpjegimeve dhe interpretimeve shkencore bashkëkohëse.

Në mësimin elementar të matematikës, mësuesi, së bashku me nxënës, "zhyten" në botën e labirinteve, në "detin e pafund" të rregullave, nocioneve, pë-rkufizimeve, vizatimeve, detyrave problemore... Pra, është gjë paradoksale të themi që në punën tonë të përditshme nuk do të gabojmë asnjëherë! Por "gabimet materiale", po qe se nuk përmirësohen, "me urgjencë", do të marrin rolin e "gjeneratorit të paditurisë", duke e njollosur kështu edhe shëmbëlltyrën pro-fesionale të mësuesit!

Praktika shkollore ka regjistruar "gabime materiale" nga më të ndryshmet, ja disa sosh:

1^o Në ecurinë e zgjidhjes së detyrave "tolerohen" gabime të kësaj natyre" 14 + 5 = 19 cm ose 242 : 30 = 8

2^o Këndi i drejtë formohet duke e palosur një letër në katërsh (nuk bëhet fjala për "mënyrën e palosjes").

3^o Jepet përkufizimi: "Pika fitohet si prerje e dy drejtëzave". Ky nocion (nëpërmjet shembujve) do të duhej të sqarohet, por jo edhe të përkufizohet!

Nxënësi më vonë do ta kuptojë: **Nocionet themelore gjeometrike nuk përkufizohen.**

4° Për çdo numër natyror gjej një numër që vjen **para tij** ose **fill pas tij.**

5° Po të pjesëtosh zeron me 1, 2, 3, 4,..., herësi është zero, ndërkaq po të pjesëtosh 1, 2, 3, 4,... me zero herësi është 1, 2, 3, 4,...

6° Bashkësia e numrave natyrorë tregohet me shenjën N

N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,...}

Gjithashtu

$$\frac{4}{2} \in N,\ \frac{6}{2} \in N,\ \frac{8}{2} \in N,\ 0 \in N,\ \frac{2}{8} \in N, \ldots$$

Nocionet, zgjidhjet dhe ligjësoritë e përvetësuara gabimisht qëndrojnë për një kohë të gjatë në vetëdijen e nxënësve. Kur mësuesi nuk di apo për një arsye ose një tjetër nuk mund të shpjegojë dhe të mbrojë të vërtetën matematike, atëherë e mira e së mirës është "të vetarsimohet" apo "të heqë dorë" nga kjo "sprovë", me arsyetim "që këto njohuri, do t'i mësojnë më vonë"! - Kështu, p.sh., Para shumë vjetësh, në një shkollë fillore (evidencim nëpërmjet fletoreve të nxënësve) mësuesi i moshuar i klasës III fillore "ka fshirë nga faqja e dheut" bashkësitë, duke u premtuar nxënësve, që bashkësitë do t'i mësojnë "dikur më vonë" (këtë, nxënësit nuk e përjetuan as më vonë!) Më vonë, u konstatua: Mësuesi (korrekt) veproi në atë mënyrë, meqenëse "prerjen" dhe "ndryshimin" e bashkësive as vetë nuk mundi ta mësojë dot!

Dhe, më në fund, **njohuritë, të cilat fitohen në MEM, nuk bën të korrigjohen në arsimin e mesëm të ulët por, ashtu "të transformuara", plotësohen, zgjerohen dhe thellohen.**

Përfillja e këtij parimi i kontribuon krijimit të parakushteve për t'i kuptuar dhe përvetësuar lirshëm e drejt edhe shumë ligjësori të tjera nga lëndët mësimore, të afërta me MEM.

7.2. PARIMI I KONKRETIZIMIT NË MËSIMIN ELEMENTAR TË MATEMATIKËS

Konkretizimi në MEM ngërthen në vete veti të përgjithshme me ato të veçanta të objektit, dukurisë, relacionit matematik, të vjela me shqisa dhe të pasqyruara në vetëdijen e nxënësve së bashku me përfytyrime. Me anë të konkretizimit dhe nëpërmjet tij, lidhen midis tyre dituritë abstrakte me ato konkrete.

Njohja konkrete e objekteve, formave, vizatimeve, modeleve, zgjidhjeve... është vetëm pikënisje në procesin e nxënies së matematikës, e cila ndihmon dhe stimulon njohjen analitike të një problematike të caktuar, por kjo njohje nuk është kurrsesi qëllimi final i kësaj nxënie. Edhe pse ky parim aplikohet në mënyrë të ngjeshur që në kl. I fillore, megjithatë, as atje mësimi nuk bën të mbetet në nivelin e konkretizimit dhe brenda konkretizimit.

Konkretizimi mund të aplikohet me gjësende natyrore, artificiale dhe simbolike, por që shënimi i pikës, vizatimi i drejtëzës, segmentit, katrorit, kuboidit, cilindrit... nuk bën të identifikohet me nocionet, pikë, drejtëz, segment, katror, kuboid, cilindër...

Gjithashtu duhet të kihet parasysh fakti që për konkretizim mos të merren gjësende, të cilat mund të shërbejnë për ushqim, qoftë edhe fotografitë e tyre. Këshillohet të punohet me numëratore, pika, rrathë, unaza rrethore, petëza trekëndore, rrethore... Për shpjegimin e përmbajtjeve të caktuara mësimore, aty ku aplikohet parimi i konkretizimit, janë të nevojshme mjetet mësimore përkatëse, ilustrimet vizatimore, modelet e trupave etj.

Në mungesë të mjeteve mësimore dhe materialit didaktik, njohuritë mund të zhvillohen edhe nëpërmjet përfytyrimeve të qarta të nxënësve. Kështu, mësim konkret konsiderohet edhe të mbështeturit në "konkretizimet e mëhershme" që nxënësit, me kujtesën e tyre, do të mund t'i "rigjallërojnë" si të ishin të "drejtpërdrejta".

Të rralla janë përmbajtjet programore të mësimit elementar të matematikës në kl. I fillore, që nuk konkretizohen. Përgatitja dhe përvoja profesionale e mësuesit i ndihmojnë atij që të caktojë kur duhet të ndërpritet mbështetja në konkretizim gjatë procesit mësimor. Aplikimi i parimit të konkretizimit varet nga zhvillimi intelektual i nxënësve, gatishmëria e puna me përkushtim e mësuesit dhe nga përmbajtja e mësimit që do të shpjegohet dhe ushtrohet. Aplikimi i këtij parimi lypset të vetëkontrollohet nga ana e mësuesit, meqë "nuk guxon" të jetë pengesë e zhvillimit dhe e përparimit të mendimit matematik.

Tash do të përmendim disa përmbajtje të mësimit elementar të matematikës, ku parimi i konkretizimit do të duhej t'i përfillë: vijat e lakuara dhe të drejta, vija e thyer, e hapur dhe e mbyllur, këndi, shumkëndëshi, rrethi, këndi i drejtë, drejtkëndëshi, katrori, krahasimi i segmenteve: gjysma, e katërta, perimetri i katrorit, drejtkëndëshit, format simetrike, bashkësia (unioni, prerja, diferenca, nënbashkësia), rrafshi horizontal, vertikal dhe i pjerrët, drejtëza horizontale, vertikale dhe e pjerrët, drejtëzat paralele, njësitë për matje të gjatësisë, peshës, vëllimi i lëngjeve, drejtëzat reciprokisht pingule, trekëndëshi e llojet, thyesat e thjeshta, simetria boshtore, kuboidi, kubi, syprina e sipërfaqes, vëllimi i tyre etj. Mësimi konkret nuk varet nga numri i mjeteve mësimore, por nga fakti sa i përdorim ato me mjeshtëri.

Në mësimin elementar të matematikës, parimi i konkretizimit "neutralizon" përvetësimin mekanik të njohurive. Nëse ky kuptohet dhe aplikohet drejt e në momentin e duhur, procesin mësimor e përparon mjaft, nxënësit janë më aktivë në procesin e nxënies, përqëndrimi i vëmendjes së tyre përparon, mësimi mbahet në mendje për një kohë më të gjatë, cilësia e diturive është më e lartë dhe kërshëria për të panjohurën, merr dimension të ri.

Ky parim konsiston në shfrytëzimin me maturi të mjeteve mësimore dhe materialit tjetër didaktik.

Pra, konkretizimi luan rol të kufizuar në mësimin elementar të matematikës. Matematika operon me objekte abstrakte, prandaj edhe ka për qëllim që nxënësit t'i kuptojnë si të tilla dhe t'i përvetësojnë. Funksioni i konkretizimit duhet të jetë mjet për zhvillimin e të menduarit logjik të nxënësve e jo qëllim i vetvetes. Ai nuk mbështetet në përgjithësime, por ua paraprin atyre. Rëndësia që ka parimi i konkretizimit në mësimin elementar të matematikës mund të kuptohet drejt e plotësisht vetëm atëherë po qe se analizohet roli dhe rëndësia e mjeteve mësimore.

Bashkëbisedim:

1. Në mësimin elementar të matematikës, kush duhet ta vërë kufirin ndërmjet nxënies konkrete dhe asaj abstrakte?

2. A mundet dhe a duhet që mësimi elementar i matematikës të jetë gjithmonë i konkretizuar?

3. Çfarëdo konkretizimi, a mund të jetë më i afërt se logjika?

4. Çka kupton me vlerësimin "konkretizim vetëm sa për konkretizim"?

5. Çfarë mendoni për vlerësimin e disa metodistëve: "Qëllimi i konkretizimit në mësimin e matematikës është që të bëhet i tepërt"!

6. Si duket mësuesi në "sytë e nxënësve", po qe se në orën e mësimit të matematikës "shkon gjithnjë me duar në xhepa"?

7. Cilat janë efektet e konkretizimit "në shuplakë të dorës" dhe çfarë kuptoni me atë?

8. A ka vend konkretizimi, i cili zgjon emocione dhe e nxit motivin e urisë?

7.3. PARIMI I PËRSHTATJES SË MËSIMIT ELEMENTAR TË MATEMATIKËS ME MOSHËN DHE AFTËSITË PSIKO-FIZIKE TË NXËNËSVE

Ndryshe quhet edhe **Parimi i maturisë,** i cili konsiston në përfilljen e mundësive dhe aftësive psikike të nxënësve "me aspirata mesatare".

Aftësitë psiko-fizike të nxënësve janë të ndryshme dhe ato varen nga **trashëgimia** dhe **rrethi shoqëror,** ku jeton dhe mëson fatosi. Krahas me rritjen e **moshës** së tyre, aftësitë njohin gjithnjë diferencime, ridimensionohen, por për momentin gjithnjë janë edhe të limituara.

Vëllimi i njohurive shkencore të lëmit matematik,vazhdimisht shënon trende rritjeje, të cilat reflektohen edhe në mësimin elementar të matematikës. Sot në MEM vërehet qartë tendenca e shtimit të kërkesave edukativo-arsimore, madje që nga kl. I fillore.

Sadopak, me këtë rast do të bëjmë përpjekje që t'i përmendim disa nga përmbajtjet e MEM, para një gjysmë shekulli te ne (kjo çështje kërkon studim të veçantë). Të flasësh atëbotë (1953) për zgjidhjen e barazimit 15 - x = 6, në kl. I fillore, ka qenë gjë iluzore! Për çudi, atëherë, në kl. I fillore, është mësuar vetëm për 20 numërorët e parë natyrorë! Ndërkaq, në kl.II fillore, nxënësit kanë fituar njohuri për numërorët 20-100. Sa për "kuriozitet", në kopertinën e librit të kl. II fillore, shënonte 8 x 8 = 64! Pra, "aktuale" në klasën II fillore ka qenë njohja e "tabelës së shumëzimit" deri në numërorin 100. Në kl. III fillore janë mësuar numërorët deri 1000, operacionet aritmetike me numrat dyshifrorë, mbledhje, zbritje, shumëzim e pjesëtim i qindsheve "me gojë", zbritje me shkrim, duke marrë hua, perimetri i katërkëndëshit, ndërkaq në kl. IV fillore mësoheshin numërorët deri në një miliard, mbledhje dhe zbritje përmendësh (me gojë), zbritje pa marrë hua,numrat dhjetorë, "Rregulla e treshit..." Mirëpo, të shpjegosh atëbotë për bashkësitë dhe operacionet me bashkësi, pabarazimet, relacionet, funksionet, ndryshoret, thyesat, vetitë e operacioneve aritmetike, konstruksionet elementare në gjeometri... ka qenë gjë paradoksale!

Nga kjo del që parimi i maturisë është relativ, nga gjenerata e shkollarëve - në gjeneratën e shkollarëve "konturat e tij gjithnjë evoluojnë" dhe ridimensionohen. Parimi i maturisë varet nga aspiratat dhe rrita gjithpërfshirëse ekonomiko-shoqërore dhe tekniko-teknologjike e shoqërisë, së cilës i përkasin fatosat, pra në thelb ai varet nga refleksionet e inteligjencës së brezit të ri, që sa vjen e rritet.

Aplikimi i drejtë didaktik i këtij parimi, konsiston në atë që, duke u mbështetur në "zbulimin", njohjen dhe studimin e aftësive psiko-fizike të fatosave, të përshpejtohet zhvillimi dhe përparimi i tyre. Të përshtaturit e mësimit elementar të matematikës me moshën dhe aftësitë psiko-fizike të nxënësve, do të thotë që **mësuesi, me tërë qenien e tij, të identifikohet me nxënësit e vet.** Të përfillurit e këtij parimi, do të duhej të jetë në funksion edhe të **ritmit të punës** së vetë nxënësve.

Në MEM mospërfillja e denjë e këtij parimi shfaqet nëpërmjet **"kërkesave ekstreme"** dhe **"kërkesave simbolike"** të të mësuarit, të cilat krijojnë një "**humnerë të pakapërcyeshme"** në relacionin **MEM - NXËNËSIT.** Kjo mospërfillje paguhet me një "çmim të lartë", e ai është **paaftësimi dhe largimi i nxënësve nga mësimi elementar i matematikës.** Lidhur me këtë, mësuesi i vullnetit të mirë kohë pas kohe do të duhej të vetëvlerësojë "rangun" e mësimdhënies së tij, çfarë mund të përmirësojë ende në punën e tij dhe në pajtim me këtë të përpilojë, të reduktojë, të rizgjedhë e të ridimensionojë kërkesat e tij edukativo-arsimore.

Edhe pse sot, intelekti i brezit të ri sa vjen po rritet, ai, në shumë raste, neutralizohet me regjistrimin e parakohshëm të nxënësve në kl. I të shkollës fillore dhe tendencën e shtimit të kërkesave edukativo-arsimore, veçanërisht në MEM.

Planet dhe programet mësimore, po këtu, gjithnjë njohin zhvillime të reja. Dhe ndodh që edhe gjatë hartimit të disa librave shkollorë dhe të materialeve të tjera të shkruara ndeshemi me mospërfilljen e duhur të këtij parimi dhe, rënia e suksesit në një klasë, shpesh është pasojë e programit të ngjeshur. Po e zëmë, fatosat e moshës 7-8-vjeçare (kl. II fillore), sot në duar kanë jo më pak se 541 faqe "të shkruara" dhe "të pashkruara" (libri bazë me 179 faqe dhe "fletët e punës" me 362 faqe). Kështu, "norma mesatare" e fatosit "për ta qëndisur" librin apo materialin tjetër të shkruar, është më tepër se 2,5 faqe për çdo orë mësimi (së bashku me detyrë shtëpie). Në këtë drejtim, për "rrethanat shqiptare" (në veçanti nëpër fshatra!) vlerësohet që **vëllimi i materies** (së paku në këtë klasë) **është paksa ekstrem!** Po të shprehemi në mënyrë figurative që MEM i përngjan një "hardhie të rrushit", atëherë nëse kërkohet dhe dëshirohet rrush cilësor, ajo patjetër do të duhej të krasitet, përndryshe mund të na ofrojë "mjaft gjelbërim", por jo edhe "fryt", çfarë presim ne.

Parimi **i përshtatjes** së mësimit elementar të matematikës **me moshën** dhe **aftësitë psiko-fizike** të nxënësve, gjithnjë i hedh poshtë vlerat e pikëpamjeve tradicionale. Por, **për aftësitë e tyre mund të gjykojmë vetëm në bazë të suksesit lidhur me nxënien e matematikës**. Hëpërhë, shtrohet pyetja: Në MEM çfarë është ky sukses, kush dhe si e mat? Cila është **përmbajtja** dhe cili është **vëllimi** i (mos)suksesit, në MEM, kush bën shkyçjen e suksesit nga mossuksesi?! (Problemi është tepër i mprehtë dhe kërkon studim të veçantë).

Në mësimin elementar të matematikës, edhe **kërkesat simbolike** janë po aq të dëmshme, sa edhe ato **ekstreme.** Që të dyja këto janë "**gjenerator i paditurisë".** Në bashkësinë e kërkesave simbolike implikohen - mësimdhënia është e cekët, ritmi i saj është i ngadalësuar, për ushtrime merren tepër pak detyra, nuk përfillet forma e punës individuale, dituritë kontrollohen shumë rrallë dhe vlerësimi i tyre bëhet me nota të larta.

Në MEM parimi i maturisë nuk e nënkupton vetëm qasjen arsimore, por edhe atë edukative. Vetë **mësimi problemor** do të duhej t'ia imponojë mësuesit një vetëkontroll të sjelljeve dhe të qëndrimeve personale, duke mos nxituar asnjëherë që nxënësve t'u thotë "fjalën e fundit". Në MEM nuk na duhen kërcënimet, qortimet, ofendimet, ndëshkimet... meqë me "argumentin e forcës" as që mund të mendohet për arritjen e suksesit.

7.4. PARIMI I INDIVIDUALIZIMIT NË MËSIMIN ELEMENTAR TË MATEMATIKËS

Parimi i individualizimit është i afërt, por jo edhe i njëjtë me parimin e maturisë. Parimi i individualizimit kërkon të merren në konsiderim aftësitë personale dhe specifike të nxënësve veç e veç ose të grupeve të caktuara të nxënësve.

Çdo nxënës përfaqëson një personalitet të veçantë, me aftësi, sjellje dhe interesime nga më të ndryshmet. Duke i njohur këto, mësuesi do të duhej që t'i harmonizojë kërkesat e tij me aftësitë njohëse dhe përjetuese të secilit nxënës veç e veç.

Po qe se duam që gjatë procesit mësimor çdo nxënës të jetë produktiv në punën e tij hulumtuese, lypset që, në pajtim me aftësitë e tyre intelektuale, t'u jepen detyra të ranguara:

- Nxënësve, të cilët shfaqin interesim të veçantë në mësimin e matematikës - detyra të ndërlikuara,
- Nxënësve "mesatarë" - detyra të "mesit të artë"
- Nxënësve, të cilët ngecin në mësimin e matematikës - detyra të lehta.

Parimi i individualizimit mund të zbatohet me sukses duke aplikuar "fletushkat mësimore" të ranguara dhe duke shfrytëzuar për këtë qëllim mundësitë që na ofrojnë sot edhe **mësimi i programuar, mësimi i diferencuar, mësimi problemor** dhe **mësimi i algoritmizuar**.

Mësimi i programuar përfaqëson një formë të punës specifike të mësimit bashkëkohës, ku është e përcaktuar dhe e qartësuar detajisht mënyra e të mësuarit, duke u njohur "aty për aty" me rezultatet dhe sukseset e arritura. **Mësimi i programuar nënkupton mësimin individual të nxënësve, të mbështetur dhe të realizuar në librin e programuar** ose **në makina për mësim, të pajisura me material të programuar**. Pa dyshim, librat e tashëm shkollorë të matematikës (I-V) "si kurrë ndonjëherë më parë" përfillin dhe trajtojnë parimin e individualizimit "me premisa të mësimit të programuar". Përmbajtja e mësimit të programuar (aty ku fjalët e "tepërta" bëhen të panevojshme) trajtohet me shkallëzim dhe parimi i individualizimit reflektohet nëpërmjet rrugëzgjidhjes, ndërlikueshmërisë, përpikërisë dhe shpejtësisë, për t'i përvetësuar ato njohuri. Shkallën më të lartë të mësimit të individualizuar e siguron mësimi i programuar, veçanërisht ai, i cili udhëhiqet nëpërmjet kompjuterëve.

Mësimi i diferencuar është nocion më i gjerë nga mësimi i individualizuar ("Çdo mësim i individualizuar është njëherazi edhe i diferencuar, ndërkaq çdo mësim i diferencuar, nuk është e thënë të jetë edhe i individualizuar"). Procesi mësimor i uniformuar (që realizohet për nxënësit "me intelekt mesatar") e ka shumë të vështirë t'i kënaqë interesimet dhe aspiratat e të gjithë nxënësve. Në këtë drejtim, po qe se ekziston interesimi dhe vullneti i mirë i nxënësit, prindit dhe i mësuesit, si dhe kushtet e rrethanat e tjera të favorshme, të mbështetura edhe materialisht, atëherë e mira së mirës është të organizohet mësimi i diferencuar!

Procesi mësimor, i përshtatur, i organizuar dhe i realizuar duke u mbështetur në aftësitë, aspiratat dhe kulturën intelektuale homogjene të një bashkësie nxënësish, përfaqëson mësimin e diferencuar. Zakonisht, mësimi i diferencuar zbatohet për nxënësit, të cilët shfaqin interesim të veçantë ndaj mësimit elementar të matematikës, por edhe për ata nxënës, të cilët kanë aftësi të kufizuara intelektuale ("paralele speciale"). Mësimi i diferencuar ka gjetur terren dhe shprehje më tepër në vendet me bazë ekonomike të shëndoshë dhe shpie pashmangshëm në diferencime klasore.

Mësimi problemor. Të mësuarit nëpërmjet zgjidhjes së problemeve përfaqëson njërën nga format më efikase të të nxënit. Në shtratin e problemit qëndron "e panjohura", e cila mund të "zbulohet" me gjasë dhe gjendet pasi që të përballohen disa "pengesa" me shkallë të ndryshme ndërlikueshmërie. Mësimi problemor është i "kurdisur" enkas për MEM! Leksioni, rregulla, përkufizimi, detyra, vizatimi, konstruksioni... problemor, të cilët presin shpjegim e sqarim, modelim e komponim, zgjidhje e përgjigje, do të duhej të ndiqen me pyetjet: Pse? Sa? Si? Çfarë?... Problemi komponohet dhe ndiqet me rrethana e situata të reja të papërjetuara më parë. Për të zgjidhur një problem, ofrohen të dhëna "të mjaftueshme", nga të cilat duhet të nisemi. Ndërlikueshmëria është e veçanta e problemit. Shpeshherë personi duhet të rikthehet në fillim të problemit: Çfarë është dhënë dhe çfarë kërkohet ? Zgjidhja e problemit shpesh është punë e mundimshme dhe ndodh që shoqërohet edhe me ndrydhje shpirtërore dhe intelektuale. Por, **atje ku nxënia mund të arrihet me lehtësi dhe aty ku çdo gjë ecën sipas dëshirës së frekuentuesit, aty me siguri nuk ka problem dhe as mësim problemor!**

Mësimi i algoritmuar. Thënien **algoritëm** ndër të parët e përdori matematikani arab i shek. të 9-të Horezmi, i cili më vonë është latinizuar në

algorithmi!. Në të vërtetë, nocioni **mësimi i algoritmizuar** është po aq i vjetër, sa edhe vetë mësimi i matematikës... Ai udhëhiqet dhe ndihmohet nga tërësia e udhëzimeve të veçanta e të përgjithshme matematike që janë të nevojshme për të kryer një matje, një operacion, një konstruksion, një modelim, një llogaritje.

Algoritmi është përshkrimi i saktë dhe i mbështetur i një sistemi operacional, i cili ofron kahe të përpikët të zgjidhjes dhe të llogaritjes së të gjitha problemeve dhe detyrave të një nënklase të caktuar. Çdo formë e llogaritjes së syprinës së sipërfaqes dhe vëllimit të formave gjeometrike, po e zëmë: $S=a \cdot b$, $S=a^2$, $S=6a^2$, $V=a \cdot b \cdot c$, përfaqëson një algoritëm. Nëpërmjet algoritmeve të veçanta, vërtetësia e të cilave që më parë është verifikuar, veprohet me: të mbledhurit me zero, të shumëzuarit me 1, mbledhje duke plotësuar 10, pjesëtimet me mbetje, mbledhje e zbritje e thyesave, pjesëtueshmëria e numërorëve me 2, 3, 5, 10 etj.

Aftësitë intelektuale të nxënësve nuk vendnumërojnë. Nxënësi, për të cilin "dikur" kemi vlerësuar që ka ngecje në mësimin e matematikës, me "kalimin e kohës" mund të evidencohet në rangun e atyre me interesim të shtuar për mësimin e matematikës. Prandaj, është e udhës që mësuesi herë pas here t'i testojë më detajisht aftësitë intelektuale të nxënësve.

Mospërfillja e parimit të individualizimit është dukuri e shpeshtë. Shumë mësues, kërkesat e tyre edukative-arsimore "ua përshtasin" nxënësve me aftësi mesatare, duke i dëmtuar në atë mënyrë nxënësit, të cilët ngecin në mësimin e matematikës dhe të tjerët që kanë interesim të veçantë për mësimin elementar të matematikës.

Aplikimi i parimit të individualizimit kërkon kushte të veçanta pune, deponime më të mëdha materiale e kohore për përgatitjen e "fletushkave mësimore" të programuara sipas rangjeve të nxënësve, që paralelja të mos ketë shumë nxënës etj., por, para së gjithash, kërkon vetiniciativën dhe gatishmërinë e mësuesit.

Përfillja e denjë e këtij parimi është preferenca e të gjithë nxënësve, meqë kështu tek ata sigurohet ngrohtësia dhe mirëqenia shkollore në pajtim me interesimin, motivet dhe aspiratat personale të tyre.

7.5. PARIMI I SISTEMATIZIMIT DHE I SHKALLËZIMIT NË MËSIMIN ELEMENTAR TË MATEMATIKËS

Edhe pse bëhet fjalë për dy parime, ato në mësim midis tyre janë të ndërlidhura shumë dhe trajtohen si një parim i pandarë.

Parimi i sistematizimit nuk konsiston vetëm në zgjedhjen, renditjen dhe shpjegimin e përmbajtjeve mësimore në pajtim me planin dhe programin mësimor ekzistues, për një klasë të caktuar, por edhe me mënyrën e ilustrimit, demonstrimit dhe interpretimit të tyre. Shpjegimi dhe përvetësimi i diturive elementare matematike duhet të jetë tepër sistematik dhe mossuksesi në mësimin e saj shpesh është pasojë e shpjegimit, e të mësuarit dhe e të ushtruarit josistematik të saj. Nga këtu buron aforizmi **"matematika nuk mësohet për një ditë!"**

Plani dhe programi i mësimit elementar të matematikës gjithmonë mbështetet në sistematizimin dhe shkallëzimin rigoroz. Matematika e ka sistematikën e vet tepër specifike, e cila nuk është ndonjë formë arbitrare e imponuar nga jashtë, por rrjedh prej vetë logjikës së objektit që e studion ajo. Megjithatë, edhe "shkallëzimi matematik" është relativ dhe brendapërbrenda mund të evoluojë dhe të ridimensionohet. Kështu, po e zëmë, deri dje nocionet e para nga MEM, me të cilat janë njohur nxënësit, kanë qenë ato të "natyrës gjeometrike": topi, cilindri, koni, rrethi, kuboidi, kubi, piramida, drejtkëndëshi, katrori, trekëndëshi... relacionet që përcaktojnë pozitën ndërmjet gjësendeve, bashkësia, nënbashkësia, numri 1, numri 2, numri 3, numri 4, numri 5..., Ndërkaq, sot, përvetësimi i nocioneve të para nga MEM ka këtë renditje: bashkësia, relacioni, numrat një, dy (1,2), numrat tre, katër (3,4), numri pesë (5), krahasimi i numrave, mbledhja e numrave, numrat gjashtë, shtatë (6,7), numrat tetë, nëntë (8,9), trupa gjeometrikë, figura gjeometrike, boshti numerik, numri 10...

Përvetësimi i mësimeve të matematikës gjithmonë mbështetet në shkallëzimin, sistemimin dhe përvetësimin e **përmbajtjes së vjetër mësimore** dhe është parakusht për përvetësimin e **përmbatjes së re mësimore** në mënyrë të lirë dhe të drejtë. Dituritë e "vjetra" dhe të "reja" gërshetohen midis tyre në mënyrë të ndërsjellë, pa ndërprerje. Ajo që sot është "dituri e re", nesër vjen e shndërrohet në "dituri të vjetër", sepse do të vijë "dituria e re".

Në MEM sistemimi e shpërndan rrezatimin e vet në drejtimin linear dhe koncentrik. Në togun e **diturive lineare** (gjatë shkollimit të rregullt, shpjegohen një herë) bëjnë pjesë: numrat deri në 10, numrat deri në 100, numrat deri në 1000... operacionet aritmetike (mbledhje, zbritje, shumëzim e pjesëtim) në bashkësinë e numrave natyrorë, "tabela e shumëzimit", vetitë e veprimeve aritmetike (vetia e ndërrrimit, e shoqërimit, e përdasimit), numrat romakë, matja e kohës, njësitë matëse, kg, m. l dhe nënfishat e tyre..., etj. Ndërkaq, në **togun e diturive koncentrike** (gjatë shkollimit të rregullt shpjegohen disa herë, me shkallë të ndryshme ndërlikueshmërie) bëjnë pjesë: bashkësia, relacioni, veprimet aritmetike në bashkësi të ndryshme numrash, thyesat, trupa dhe figura gjeometrike, rrjeti koordinativ dhe pikat në të, rrumbullakimi i numrave, shumëfishat e një numri, vizatimi, konstruksioni dhe matja e këndeve, numrat dhjetorë, funksionet, etj.

Në fund të fundit, parimin e shkallëzimit detyrohemi ta përfillim edhe brendapërbrenda një detyre të dhënë që kërkon zgjidhje. Po e zëmë:

Plotëso: $\frac{3}{5}$ km = ... m. Këtu më parë rikujtojmë 1 km = 1 000 m (e cila përfaqëson "shkallën e parë" drejt zgjidhjes) dhe pastaj $\frac{3}{5} \cdot 1000\text{m} = \frac{3000}{5}$ m = 600 m.

Kërkesat e parimit të shkallëzimit në mësim, pedagogu gjerman **Disterveg** i ka formuluar me anë të këtyre "rregullave didaktike":

1. **Nga e njohura tek e panjohura,**
2. Nga e lehta tek e vështira,
3. Nga e thjeshta tek e përbëra,
4. Nga e afërta tek e largëta dhe
5. Nga konkretja tek abstraktja.

Distervegu thekson faktin që këto rregulla nuk bën të aplikohen ndarazi, me fjalë të tjera, ato janë ekuivalente. Nga kjo del përfundimi se nxënia, e cila është **e njohur**, njëherit është edhe **e lehtë, e thjeshtë, e afërt** dhe **konkrete**, ndërsa nxënia, e cila është **e panjohur,** njëherit është edhe **e vështirë, e përbërë, e largët** dhe **abstrakte.**

Tashti do të marrim disa shembuj për përfilljen konkrete të këtyre rregullave. Mësuesi, së bashku me nxënës së pari duhet të zgjidhin detyrat e numrit rendor 1^o e pastaj ato të numrit rendor 2^o.

I **Nga e njohura tek e panjohura**

Plotëso: 1^o 1+2 = ỉ 2^o 4+ ỉ = 13

II **Nga e lehta tek e vështira**

Zgjidh barazimet vijuese:

1^o x+6=10 2^o 4x+9=957

III **Nga e thjeshta tek e përbëra**

Shkruaj numërorët {17, 18, 19, 20, 21, 22}, për të cilët është i vërtetë barazimi:

1^o 24+6> ỉ 2^o 40-18>40 - ỉ

IV **Nga e afërta tek e largëta**

Cakto vlerën e shprehjes

1^o $4 \cdot 3 =$ ỉ 2^o 4a+1= ỉ për a = $\frac{3}{6}$

V **Nga konkretja tek abstraktja**

1^o Dimë 5<7<12, ndërkaq $\frac{5}{12}$ dhe $\frac{7}{12}$ paraqesin 5 muaj përkatësisht 7 muaj të një viti,

Krahaso thyesat

$\frac{5}{12}$ ỉ $\frac{7}{12}$

2^o Po qe se a<b<c atëherë $\frac{b}{c}$ ỉ $\frac{a}{c}$

Formulo rregullën!

Në mësimin elementar të matematikës, përfillja e këtij parimi është domosdoshmëri dhe çdo shmangie nga ky parim shpie në përvetësimin mekanik të mësimeve. Në MEM më tepër se për çdo lëndë tjetër mësimi duhet të përkujdesemi "për t'u ngjitur" lart shkallëve të shkallëzuara mirë, në mënyrë që pastaj të dimë të zbresin nëpër po ato shkallë!"

7.6. PARIMI I RACIONALIZIMIT DHE I EKONOMIZIMIT NË MËSIMIN ELEMENTAR TË MATEMATIKËS

Ky parim, veçanërisht në mësimin elementar të matematikës, sot është shndërruar në një problem tepër të mprehtë për faktin që tendencat për zgjerimin dhe thellimin e programeve mësimore, në një anë, dhe kohës mësimore "përherë e më të kufizuar", në anën tjetër, "janë me kahe të kundërta".

Çfarë kuptojmë **me racionalizim në MEM?**

Racionalizimi i mësimit është bashkësi ecurish dhe masash të planifikuara nëpërmjet të të cilave, brendapërbrenda një harku kohor sa më të shkurtër, me shpenzimin sa më të vogël të energjisë së mësuesit dhe të nxënësit, të arrihet sukses sa më i lartë.

Racionalizimin dhe ekonomizimin e mësimit, para së gjithash, duhet t'i vështrojmë dhe vlerësojmë nga aspekti i **organizimit të mësimit, aplikimit të teknikave, metodave, formave, mjeteve dhe parimeve mësimore, cilat, kur, sa dhe si shfrytëzohen ato.**

Do të duhej të jetë i vogël numri i orëve të mësimit elementar të matematikës, në të cilat koha nuk shfrytëzohet drejt dhe si duhet. Megjithatë, shmangie nga ekonomizimi shfaqet veçanërisht në fazën e evokimit të orës; me gjasë, vonesa e mësuesit për të shkuar me kohë në mësim(!), "koha e humbur" për të evidencuar në ditarin e punës orën e mësimit, "kontrolli rutinor" i detyrave të shtëpisë, "përsëritja e shkurtër" e mësimit nga ora e kaluar (ndodh që me përmbajtjen e re të mësimit që do të vilet, të mos ketë "kurrfarë lidhje!") Shpeshherë mësuesi humb kohë më tepër për shënimin e detyrës në krahasim me kohën e nevojshme për zgjidhjen e saj, ose detyra me "tekst tepër të gjatë" përsëritet nga ana e tre-katër nxënësve, e ajo nuk shënohet në fletore! Këto ecuri dhe të tjera të ngjashme, vlerësohen si **"mungesë e sensit për ekonomizim".**

Sa jemi racionalë dhe ekonomikë në mësimin elementar të matematikës, këtë e dëshmojnë më së miri fletoret e nxënësve dhe librat e tyre, aty ku kërkohen plotësimet e zgjidhjeve problemore. Praktika shkollore tregon se pjesa më e madhe e kohës së orës mësimore humbet për shkak të: zgjidhjes jo të përshtatshme të detyrave, përcaktimit jo të qëlluar të nxënësve që do t'i zgjidhin ato në tabelë, ndonjëherë "na pengon" edhe tabela shkollore, e cila është e pastruar, por është shumë e lagur, e duhet "pritur" derisa të thahet! Por, gjatë vizitave dhe vrojtimeve pedagogjike, është hetuar edhe kjo ecuri e punës. Detyra zgjidhet deri në fund (nga ana e nxënësit), aty diku nga mesi i detyrës bëhet një gabim material, i cili hetohet pasi të jetë zgjidhur detyra. Në vend që të korrigjohet gabimi aty ku është bërë, duke i përmirësuar nënrezultatet vijuese, urdhërohet (nga mësuesi), që të fshihet e tërë detyra dhe pastaj të rifillojë zgjidhja e asaj detyre!

Para së gjithash, duhet veçuar përmbajtjet mësimore **parësore** nga ato **dytësore**. Këtë ndarje mund ta bëjë çdo mësues me vullnet të mirë. Është me interes ta mbajmë në mend vlerësimin e një metodisti anonim: "**Kam përcjell punën e shumë mësuesve të mirë, por gjëja që e kam vërejtur si veçori të përbashkët në punën e tyre është: insistimi në parësoren (thelbësoren) dhe pikërisht aty qëndron sekreti i suksesit**. Me plotë të drejtë dyshoni te mësuesit, të cilët çdo nocioni, rregulle, përkufizimi, vizatimi, konstruksioni, zgjidhjeje.. në program i kushtojnë po atë rëndësi". Prandaj, **për shpjegimin dhe ushtrimin e përmbajtjes mësimore dytësore nuk bën të humbasim po aq kohë, sikurse për atë që është parësore.**

Racionalizimin dhe ekonomizimin në mësim do të duhej ta vështrojmë edhe nga aspekti i vëllimit të përmbajtjeve mësimore (në librin shkollor dhe materialet e tjera të shkruara), nga kahet, mënyra e formulimit, ecuria e përzgjedhjes, zgjidhjes dhe interpretimit të leksionit dhe të detyrës problemore.

Praktika shkollore ka regjistruar "shpenzim kohe pa mbulesë", për shkak të zgjedhjes jo të përshtatshme të detyrës dhe përcaktimit "jo përherë të qëlluar" të nxënësit, që ta zgjidhë atë në tabelë.

Edhe kontrollimi i njohurive, shprehive e shkathtësive të nxënësve ka pikë takimi me racionalizimin e kohës së mësimit. Njohuritë e shkathësitë e disa nxënësve kontrollohen për 2 minuta, të disa të tjerëve për 5, 7 10 e më shumë minuta. Ndërkaq, themi që racionalizimi në MEM ka dështuar, po qe se mësuesi, në mungesë kohe, organizon "orë të veçanta jashtëmësimore" për të kontrolluar dhe vlerësuar njohuritë e nxënësve ose orët e edukatës fizike "i shndërron" në orë të mësimit elementar të matematikës.

Në procesin mësimor, mësuesi së bashku me nxënësit shpenzojnë (deponojnë) një sasi të caktuar të energjisë psikike-fizike. Çdo qasje e MEM lypset të realizohet në periudhën sa më të shkurtër kohore "me sa më pak energji të harxhuar", me kusht që të mos dëmtohet cilësia e mësimdhënies. **Nuk përputhet me etikën e mësuesisë, kursimi i energjisë, në çdo situatë dhe rrethanë mësimore!** Nuk diskutohet, krahasuar me lëndët e tjera mësimore në orët e mësimit elementar të matematikës, mësuesi, "detyrimisht" do të duhej të humbasë më shumë energji! E mira e së mirës është që kjo energji "e misionarit të dijes" të shfrytëzohet racionalisht. **Duhet t'u shmangemi detajizimeve të tepruara,** të cilat marrin shumë kohë dhe shpenzojnë shumë energji pa nevojë.

Bashkëbisedim:

1. A mund të ketë autoritet mësuesi te nxënësit dhe te prindërit e tyre, po qe se shpesh vonohet për fillimin me kohë të orës së mësimit?

2. A mund dhe a duhet që, posa të bjerë zilja për përfundimin e orës së mësimit, mësuesi të largohet nga klasa?

3. Çfarë mendoni, a vepron mirë mësuesi, po qe se në fillim të çdo ore të matematikës 5-10 minuta zhvillon "bisedë të lirë", me nxënësit me qëllim që t'i disponojë ata?

4. Çfarë është vlerësimi juaj, po qe se mësuesi qëllimisht ose pa të nuk intervenon me kohë gjatë zgjidhjes së gabueshme të detyrës?

5. A duhet ta shikojë mësuesi orën e dorës, disa herë brenda një ore mësimi?

7.7. PARIMI I QËNDRUESHMËRISË SË DITURIVE, SHKATHTËSIVE E SHPREHIVE NË MËSIMIN ELEMENTAR TË MATEMATIKËS

Ka shumë rëndësi të mbajturit mend si karakteristikë thelbësore e të mësuarit, veçanërisht në matematikë. **"Në qoftë se të nxënit është të ndryshuarit e përceptimeve, kuptimeve, përvojës, njohjes, shkathtësive, aftësive e shprehive të personit, ndërkaq kujtesa është të mbajturit mend të atyre ndërrimeve; atëherë harresa do të thotë humbja e ndërrimeve të bëra".** [19]Kujtesa në mësimin elementar të matematikës, si edhe në çdo punë tjetër, të ndihmon dhe është tepër e nevojshme, por ajo a priori nuk është vetë suksesi! Për të pasur sukses në mësimin e matematikës duhet punë e përditshme, e motivuar dhe pasionante.

Harresa është "armiku" i të mbajturit në mend. Edhe ajo, që është mësuar me sukses dhe efiçencë, një ditë mund të harrohet, megjithëse shumë më ngadalë. Harresa në fillim ka ritëm të përshpejtuar, ndërkaq me kalimin e kohës, ajo bëhet më e ngadalësuar. Një gjë dihet: Për të rinxënë atë që është harruar, duhet të humbasim më shumë kohë dhe energji, në krahasim me kohën dhe përpjekjet që do të duhej bërë (nëpërmjet përsëritjeve dhe ushtrimeve) për të parandaluar harresën.

Qëndrueshmëria e diturive, shkathtësive e shprehive në mendje, varet prej mënyrës dhe çastit (kohës, ambientit e rrethanave) kur janë përvetësuar, prej orvatjeve të mëtejshme (nëpërmjet përsëritjeve, ushtrimeve e aplikimit në praktikë), që ato të ruhen në kujtesë:

(1) - Çfarë ka qenë përgatitja e mësuesit për orën e mësimit dhe çfarë angazhimi ka pasur ai? Kur dhe sa orë të ushtrimeve dhe përsëritjeve, ka organizuar ai lidhur me këto?

(2) - Në cilën periudhë kohore është bërë përvetësimi i njohurive (në muajin nëntor apo qershor, ditën e martë apo të shtunë, paradite apo pasdite)?

(3) - Çfarë është shkalla e vetëdijësimit të nxënësve në orën e mësimit?

(4) - Si dhe sa shfrytëzohet tabela shkollore, si pastrohet ajo dhe a përdoren shkumësat me ngjyra?

(5) Cila nga format bazë të mësimdhënies është aplikuar? (Forma e punës frontale apo forma e punës individuale)?

(6) - Çfarë kanë qenë mundësitë dhe interesimet e prindërve, që këto t'u "rishpjegojnë" fëmijëve të tyre?

(7) - Nxënësi a është i cytur apo i motivuar për të mësuar?

---

[19] Dr. Stefanoviq, B. "Psikologjia pedagogjike", Prishtinë, 1978 f. 77.

(8) - Sa dhe cilat janë nevojat jetike, që nxënësit t'i aplikojnë këto në praktikë?

Praktika shkollore ka shkruar që dituritë, shprehitë dhe shkathtësitë matematike, të cilat janë arritur në kl. I fillore, në një masë të konsiderueshme harrohen gjatë "verës së parë", meqenëse brenda kohës prej afro 80 ditësh (10-VI deri 1.IX), nxënësit nuk kanë pasur nevojë jetike që t'i përsërisin dhe t'i aplikojnë ato.

Çdo nxënie matematike duhet të fillojë me qëllim dhe vetëdije, në mënyrë që mësimi i përvetësuar njëherë, të dihet më vonë. **Mësimin e matematikës, për dallim nga mësimet e lëndëve të tjera mësimore, e karakterizon reciprokisht nxënia dhe harresa e vështirësuar**, pra njohuritë matematike nuk mësohen për një ditë, por as nuk harrohen për një ditë!

Farkimi dhe formimi i "vetëdijes fatosiane"; **Përse duhet të mësohet MEM? Ku na shpie mosnjohja e saj? -** këndell dhe mbështet të mbajturit në mend të diturive elementare matematike.

Zgjimi i kërshërisë së nxënësve për mësimin problemor për të përvetësuar dhe për të mbajtur në mend sa më shumë "nektar diturie", pos të tjerash, varet edhe nga **"shndërrimi i shtytjeve në motive",** kur, në ç'masë dhe në cilat?

Të mësuarit e motivuar kushtëzon që dituritë, shprehitë dhe shkathtësitë e përvetësuara të mbahen mend më gjatë dhe të harruarit e tyre të bëhet më i ngadalësuar. Nisur nga kjo rrethanë, shumë prindër në fillim të vitit shkollor "lidhin kontratë" me fëmijët e tyre për shpërblimet (orë dore, biçikletë, shkuarje në det, etj.), të cilat i presin në fund të vitit shkollor, nëse nga mësimi i matematikës marrin notën 5 ose "kalojnë" shkëlqyeshëm.

Qëndrueshmëria e diturive matematike me të madhe varet sa, kur dhe në ç'masë janë aplikuar edhe këto parime: parimi shkencor, i shkallëzimit dhe i aplikimit në praktikë të diturive.

Bashkëbisedim:

1. Për qëndrueshmëri të diturive, shprehive e shkathtësive **nxënia** a lypset të trasohet me "forcën e argumenteve", apo me "argumentin e forcës"?

2. A mund të jenë "forcë e argumenteve":

- Vënia në spikamë e thelbësores? - Çfarë duhet mësuar dhe pse?

- Njohuria e përvetësuar, ku gjen aplikim?

3. Çfarë dini për "argumentin e forcës"? A ka vend ai në mësimin e matematikës? Po qe se aplikohet, cilat janë pasojat? Përshkruani ndonjë rrëfim nga jeta shkollore!

4. A më të qëndrueshme janë dituritë, shprehitë e shkathtësitë, të cilat fitohen gjatë ushtrimeve 25 ditë nga 10 minuta, apo 10 ditë nga 25 min? Si e shpjegoni këtë?

5. Në mësimin e matematikës, a ka vend për dituritë e mësuara mekanikisht? A mund të jenë të qëndrueshme ato?

6. Si shpjegohet "fenomeni" që dituritë e fituara nga lëmi i gjeometrisë, zakonisht janë më pak të qëndrueshme?

7.8. PARIMI I LIDHJES SË TEORISË ME PRAKTIKËN NË MËSIMIN ELEMENTAR TË MATEMATIKËS

Njohuritë elementare matematike në jetën e përditshme aplikohen sikurse "buka, uji dhe kripa". Në aplikimet e para praktike të diturive matematike (në disa raste edhe në moshën parashkollore) bëjnë pjesë "marrëveshja e fëmijës me shitësin", këmbimi i mallit të blerë - me të holla, matja e saktë e mallit në peshojë, dhënia e të hollave, kthimi i "kusurit", për të cilin fëmija aftësohet të llogaritë, duke e "plotësuar" çmimin kushtues deri te vlera e monedhës, të cilën ia ka dhënë shitësit, p.sh.: Malli kushton 64 € e shitësit ia ka dhënë 100 €, "kusuri": 64+1, 65+5, 70+20+10=100. Kuptohet vetvetiu se kjo llogaritje kryhet me gojë nga ana e shitësit dhe fëmijës.

Aplikimi praktik i diturive matematike, nuk përfillet gjithnjë nga të gjithë mësuesit. Shpjegimi dhe të ushtruarit formal të përmbajtjeve të caktuara mësimore ka për "prapavijë" pyetjet e shpeshta dhe kuptimplote të nxënësve: Pse "kjo" ose "ajo" njësi mësimore të mësohet? Nuk po shohim "kurrfarë dobie" prej mësimit të saj! etj.

Para shpjegimit teorik të përmbajtjeve të caktuara mësimore, nxënësve mund t'u tregohen dhe t’u ofrohen shembuj konkretë nga praktika e përditshme jetësore dhe ajo profesionale, të cilat zgjojnë dhe nxisin kërshëri dhe vëmendje të përqëndruar (kuptohet duke mos pritur përgjigje prej tyre me atë rast). Kështu, p.sh: Para se t'u shpjegojmë "Perimetrin e drejtkëndëshit", nxënësve mund t'u japim këtë detyrë problemore: Kopshtin e luleve në formë të drejtkëndëshit me gjatësi 18m e gjerësi 13m, duhet ta rrethojmë. Sa është gjatësia e rrethojës? Ose, para se t'u shpjegohet "Shumëzimi me shkrim", kur shumëzuesi është numër njëshifror, nxënësve mund t'u japim këtë detyrë problemore: 4 kiosqe të një qyteze marrin për çdo ditë nga 116 "Rilindje". Sa gazeta "Rilindja" vijnë për çdo ditë në këtë qytezë? Ose, para se të shpjegohen "Thyesat", nxënësve mund t'u bëjmë këtë pyetje: Për ndërtimin e një shtëpie u shpenzuan 28000 tulla, nga të cilat $\frac{4}{7}$ për katin e parë, ndërsa pjesa tjetër, për katin e dytë. Sa tulla u shpenzuan për katin e parë e sa për të dytin?

Në mësimin elementar të matematikës, ky parim gërshetohet edhe me njohuritë e fituara nga shkencat e natyrës, teknologjia, mësimi i integruar, po e zëmë: Kau jeton 10 vjet më pak se kali e, dashi jeton 14 vjet më pak se kau. Sa vjet më pak jeton dashi se kali? Ose punëdore: Cili hambar do të zërë më shumë "drithë", po qe se kemi "dy hambarë" të lartësisë së njëjtë, ndërsa dyshemeja e të parit është katror me brinjë a=8 cm, ndërsa e të dytit drejtkëndësh me brinjë a= 16 cm, b = 4 cm?

Nëpërmjet detyrave problemore te nxënësit kultivohet respekti dhe shprehia për kryerjen e punëve të "natyrës së lehtë" fizike:

- Sa është i gjatë kanali, po qe se $\frac{1}{7}$ e tij është 4 m?

- Duhet të hapet një gropë septike në formën e kubit, me thellësi 4 m. Sa do të kushtojë hapja e një grope, nëse për 1 m^3 duhet paguar 35 €?

Mësimi elementar i matematikës do të mbetet **dogmatik**, (e shkëputur nga praktika dhe objekti që ajo studion) deri atëherë kur nxënësit të mundë :

- Të ndërpresin lirisht, madje edhe ekspozenë e mësuesit, lidhur me një shpjegim, situatë problemore apo zgjidhje që në atë çast nuk mund ta përvetësojnë;

- Të pyesin lirisht përse aty-këtu ka ndërprerje të lidhjes midis teorisë dhe praktikës së mësimit elementar të matematikës.

Parimi i lidhjes së teorisë me praktikën ngërthen në vete edhe realizimin e funksionit edukativ të mësimit elementar të matematikës. Nëpërmjet shembujve konkretë, kultivohet ruajtja e të mirave materiale, nxënësit njihen me rrjedhat e përgjithshme ekonomike, formimin e "lirë" të çmimeve, lëvizjet inflatore, çfarë dhe si duhet të punohet në ofiçinat dhe ndërmarrjet tona për tejkalimin e vështirësive ekonomike, kultivohet mendjemprehtësia, e zhdërvjelltësia, po e zëmë: Autobusi nga Prishtina në drejtim të Gjakovës niset në orën 7,30 për të arritur në Gjakovë në orën 9, ndërsa tjetri nga Gjakova në drejtim të Prishtinës në orën 7,20 për të arritur në Prishtinë në orën 8,50. Nëse zhvillojnë shpejtësi të njëjtë, kur ata "përshëndeten" ndërmjet veti? (=8,10^h).

Në mësimin elementar të matematikës ndeshemi me një "dozë papajtueshmërie":

- Në njërën anë, **abstraksioni** është njëra ndër specifikat e rëndësishme të matematikës si disiplinë shkencore dhe si lëndë mësimore, e cila do të duhej përfillur (**forma);**

- Në anën tjetër, **përparimi shkencoro-teknik** dhe **përditshmëria, e suksesshme ekonomiko-shoqërore** mbështetet në aplikimin shumëdimensional të matematikës si disiplinë shkencore dhe si lëndë mësimore, e cila, po ashtu, do të duhej përfillur **(përmbajtja)**.

Në këtë drejtim, në mësimin e saj, ende nuk është shfrytëzuar "i tërë" visari i mundshëm i vlerave aplikative, praktike dhe formuese që ofron teoria elementare e matematikës, ku do të ngërtheheshin edhe më gjerësisht teoria dhe praktika matematike.

Tendenca e mospërfilljes së denjë të parimit **lidhja e teorisë me praktikën** na çon te burimi i **verbalizmit** dhe i **formalizmit**, dukuri këto negative në procesin e mësimdhënies, të cilat, në fund të fundit, në mësimin elementar të matematikës, janë të mbarsura me mossukses.

Shqiptimi i tepruar i fjalëve për të kumtuar, shpjeguar dhe sqaruar një përmbajtje ("të errët") mësimore, duke mos e shprehur thelbësoren e saj, përfaqëson dukurinë e verbalizmit. Mësuesit që aplikojnë dhe mbështesin verbalizmin në mësim janë formalistë të dështuar, të paaftë për mësimdhënie, pa autoritet dhe të braktisur në vendin ku punojnë.

Trajtimi i një problematike të caktuar mësimore, e cila e mbështet formën duke e anashkaluar përmbajtjen, përfaqëson dukurinë e formalizmit. Formalizmi në mësimin elementar të matematikës shfaqet kur bëhet:

- ndarja e formës nga përmbajtja,
- ndarja e teorisë nga praktika, dhe
- mbështetja skematike në përvetësimin mekanik të përmbajtjeve mësimore.

Zakonisht, ndërmjet **diturive formale** dhe **paditurisë** e kemi të vështirë ta vëmë vijën e kufirit. P.sh.: 1^o Nxënësi di të masë me vizore segmentin me 8 njësi gjatësie, duke vënë në fillim të segmentit që matet numërorin zero (0), ndërkaq nuk di të masë, po qe se në fillim të segmentit që matet vë numërorin 2 apo 3 apo 4 të vizores së tij. Këtu kemi shfaqje **të paditurisë** (ta zëmë: 10 - 2 = 8, 11 - 3 = 8, 12 - 4 = 8, etj.) që në vete përmban premisa të **diturisë formale** (varësisht nga zhvendosja e vizores). 2^o Nxënësi di se çfarë përfaqëson $\frac{1}{2}$ e syprinës së një drejtkëndëshi arbitrar, ndërkaq nuk di se çfarë përfaqësojnë $\frac{3}{6}$; 0,5 dhe $\frac{5}{10}$ e syprinës së po atij drejtkëndëshi! Njohuritë që i ka përvetësuar ai nxënës janë **formale**, meqë në këtë rast **forma e jashtme** e numrorëve thyesorë dhe dhjetorë është mbizotëruese ndaj **përfaqësimit përmbajtësor** të tyre.

Shpjegimi i një leksioni ku shfaqen dhe shprehen vetëm "premisa teorike", duke mos ditur të arsyetohet dhe të mbështetet aplikimi praktik i tij (përse do të duhej përvetësuar këtë njohuri?) çon në **ndarjen e teorisë nga praktika.** Në këtë drejtim, po qe se detyrat praktike ekzistuese, që rrjedhin nga ky leksion anashkalohen, atëherë **ndarja e teorisë nga praktika** këtu merr "formë të prerë".

Nxënësve duhet t'u bëjmë me dije se ekziston një arsye e fortë, përse matematika mësohet në të gjitha klasat e shkollimit fillor, madje me një fond prej 4-5 orë në javë. Aplikimi i ngjeshur praktik i diturive matematike tregon madhështinë e vërtetë të mësimit të matematikës, vlerën dhe rolin e saj në jetën e përditshme dhe praktikën profesionale.

Në fund, lexuesit i parashtrojnë këto pyetje:

1^o Ku janë shkaqet, që disa mësues këtë parim nuk e përfillin sa dhe si duhet?

2^o Ku na shpie mospërfillja e këtij parimi në mësimin elementar të matematikës?

3^o A ekziston ndonjë profesion dhe fushëveprimtari jetësore, ku nuk aplikohet "teoria" matematike. Nëse po, gjeni!

7.9. PARIMI I AKTIVITETIT TË VETËDIJSHËM NË MËSIMIN ELEMENTAR TË MATEMATIKËS

Në zanafillë, ky parim mbështet farkimin sistematik të vetëdijes e pastaj edhe formimin e saj për të dhënë përgjigjen në pyetjet bosht: Përse mësohet matematika? Mësimi i saj në shkollë a është **"fat i keq"? Si dhe në ç'mënyrë të mësohet matematika? Ku na çon mosnjohja e saj?** Në momentin kur **nxënësi**

vetëdijësohet përse e mëson matematikën dhe **nga mësimi i saj kush përfiton më së tepërmi** (vetë ai, rrethi familjar, mësuesi apo rrethi i gjerë shoqëror), atëherë me siguri, tek ai do të zgjohet interesimi në motivet, në bashkëveprim me gatishmërinë e tij, për t'u "kacafytur" me "detin e pafund" të nocioneve, rregullave, ligjësorive, detyrave problemore... të cilat do të duhej të mbështeten në **ngulmim të qëllimshëm,** nga i cili **buron suksesi.**

Qëllimi i të mësuarit elementar të matematikës duhet të jetë **"i afërt"** (duhet mësuar matematikën, sepse merret notë e dobët,...) **i qartë** (do të mësoj matematikën, meqë unë si person do të përfitoj më së tepërmi!) **i realizueshëm** (së paku duhet të radhitem ndër nxënësit e dalluar!) dhe **joshës** (i udhëhequr nga ndonjë motiv...).

Fëmijët herë-herë janë të stërngarkuar të mësojnë edhe atë që nuk është aq interesante dhe joshëse për ta. Pikërisht këtu ka rëndësi të dëgjohet "zëri i mësuesit", për të shpjeguar dhe mbështetur arsyen përse duhet të përvetësohet edhe "ajo materie", që është më pak interesante për nxënësit.

"Rezultantja" e këtij parimi është **ngulmimi** me "dy komponentet" e saj; **vetëdijësimi** dhe **aktiviteti.**

Në mësimin elementar të matematikës, puna e nxënësve i ka tiparet e punës "hulumtuese-zbuluese". Për këtë arsye, kërkohet zënia fill dhe kultivimi i ngulmimit të paepur (duke pasur edhe durim) për të përvetësuar mësimin ose për të argumentuar dhe mbrojtur zgjidhjen e detyrës. Duhet këmbëngulur që nxënësit të aftësohen për "vetënxjerrje" të rregullave e të përkufizimeve për "vetëtestim", për "zbulim" të algoritmeve, rrjetave të trupave gjeometrikë... të dinë që mësuesit vetë t'i bëjnë pyetje thelbësore e origjinale.

Aktiviteti i vetëdijësimit për të përvetësuar matematikën, shoqërohet edhe me "lëkundje të imponuara" në periudha kohore: **prej orës mësimore - në orën mësimore, prej gjysmëvjetorit të parë - në gjysmëvjetorin e dytë, prej klasës - në klasë** dhe **prej arsimit fillor (I-V) – në arsimin e mesëm të ulët (VI-IX),** të cilat, zakonisht, shpalosen me prapambetje në mësimin e saj. Ndikimin e vet negativ këtu e ushtrojnë personaliteti i mësuesit (së bashku me kriteret e vlerësimit me nota), leksionet "tërheqëse" e "më pak tërheqëse" dhe rrethana të tjera.

Në përgjithësi, në MEM, aktiviteti i vetëdijshëm i nxënësve varet edhe nga:

- aplikimi i teknikave dhe metodave mësimore bashkëkohëse;
- ndërvarësia midis njësisë mësimore "të vjetër" dhe asaj "të re",
- natyra "interesante" dhe "më pak interesante" e njësisë mësimore,
- procedimi didaktiko-metodik i përpunimit të përmbajtjes së njësisë mësimore, në librin shkollor dhe materialet e tjera të shkruara,
- roli dhe rëndësia aplikative që ka përmbajtja mësimore, në jetën e përditshme të nxënësit,
- tiparet e personalitetit të mësuesit, takti pedagogjik i tij dhe "kurdisja" e episodeve mësimore, joshëse dhe stimulative për nxënës, zgjimi i motiveve dhe të futurit e tyre në rolin e gjeneratorit të diturisë,
- preferenca dhe dëshira spontane e nxënësve për t'iu përveshur punës "hulumtuese-zbuluese",

- zgjimi i kërshërisë për të reflektuar krenarinë,
- aspiratat fëmijërore për profesionin e jetës,
- të përfillurit e parimeve mësimore të tjera, etj.

Dhe në fund, krahas me rritjen e moshës, nxënësit vetëdijësohen, që nxënia e tyre e zellshme (në veçanti e matematikës!) përfaqëson detyrim me dobi të shumëfishtë, së pari, për mirëqenie personale, por edhe të familjes dhe rrethit të gjerë shoqëror.

8. TEKNIKAT DHE METODAT MËSIMORE NË MËSIMIN ELEMENTAR TË MATEMATIKËS

8.1. KUPTIMI DHE KLASIFIKIMI EVOLUTIV

I METODAVE MËSIMORE

Reforma e Kurrikulit të ri të Kosovës, ka sjellë me vete ndryshime dhe plotësime, lidhur me **metodat, teknikat, mjetet, format dhe ecuritë e organizimit të mësimdhënies**. Kjo, ka për rrjedhojë, një **ndryshim substancial në rolin e nxënësve, të mësuesve, të prindërve, dhe të faktorëve të tjerë, në komunitet**.

Mësimdhënia tradicionale ka nisur një "zhvendosje evolutive" në kahe **të mësimdhënies bashkëkohëse**, nën dritën e **zhvillimit të mendimit kritik**.

Në **mësimdhënien tradicionale**, vetëm mësuesi ishte i obliguar të kryente përgatitjet për ta shtjelluar mësimin. Rregullat i bënte mësuesi, kurse nxënësit i ndiqnin ato, **(mësuesi ishte në epiqendër).**

Ndërsa, **mësimdhënia bashkëkohëse** shpaloset me përgatitjen dhe bashkëpjesëmarrjen aktive të nxënësve dhe të mësuesit në procesin e mësimdhënies **(nxënësi është në epiqendër).** Prandaj, sot mund të themi se **natyra e vërtetë e mësimdhënies ndryshon vazhdimisht**.

Si rrjedhojë dhe refleksion i "zhvendosjes evolutive" të mësimdhënies, mund të themi që madje edhe nocioni **metodë mësimore**, tashmë ka filluar të evoluojë!

Nocioni **metodë mësimore** është lloj i nocionit **teknikë mësimore**. Midis këtyre nocioneve nuk ekziston ndonjë raport barasvlerës, por subordinues.

Teknika mësimore përfaqëson tërësinë e mjeteve mësimore të aparateve të prodhuara nga teknologjia informative, bashkëkohëse, së bashku me metodat mësimore, në kërkim të nxënies efiçente.

Nocioni i metodës mësimore nga metodistët e ndryshëm përkufizohet në mënyra të ndryshme. **"Metodat mësimore përfaqësojnë rrugë dhe ecuri mësimore të paramenduara dhe të planifikuara, shkencërisht të verifikuara, praktikisht të zbatuara nëpërmjet të të cilave udhëhiqet ora e mësimit, duke i**

sendërtuar dhe realizuar detyrat edukativo-arsimore të mësimit të matematikës".[20]

Do të ishte gabim sikur të mendonim që çdo lëndë mësimi ka metoda mësimore të veçanta, të cilat nuk aplikohen në lëndët e tjera mësimore. Mirëpo, gjithashtu do të ishte i gabueshëm edhe mendimi që për çdo lëndë mësimore, pa marrë parasysh specifikat e tyre të dukshme, të kemi një sistem unik dhe të pandryshuar të metodave mësimore. Çdo lëndë mësimore i "nënshtrohet" sistemit të caktuar të metodave mësimore, në të cilin, kuptohet, shfaqen edhe metoda të atilla që aplikohen edhe në lëndët e tjera mësimore, mirëpo, metodikisht të përshtatura ndryshe.

> Asnjëra nga metodat mësimore, për të cilat do të bëjmë fjalë në vazhdim, nuk mund të themi që është universale dhe se mund të aplikohet gjithkund dhe në çdo rast. Metodë mësimore të atillë nuk ka. Askush nuk ka të drejtë t'i japë mësuesit ndonjë recetë, sipas së cilës do të mundë të udhëhiqte mësimin vazhdimisht. Çdo skemë do të bëhej pengesë e punës së lirë, pengesë e iniciativës, krijimtarisë dhe e përparimit. Në zgjedhjen dhe aplikimin e metodës mësimore, mësuesi ka liri dhe pavarësi të plotë. Kjo rrethanë atij ia mundëson që shkallë-shkallë të pasurojë përvojën profesionale, vazhdimisht "të përsosë" stilin e mësimdhënies, maturinë e tij dhe të bëhet kreator në punën e tij.

Sot, **metodat mësimore** klasifikohen si:
Metoda tradicionale dhe
Metoda bashkëkohëse.

Metodat tradicionale të mësimdhënies dhe të nxënies, theksojnë më shumë veprimtarinë e mësuesit në klasë, në krahasim me mënyrat aktive, për t'i përfshirë nxënësit në ndërtimin e sistemit të tyre të nxënies. Në kohët e fundit, ato janë kritikuar për shkak të vendosjes së komunikimit të njëanshëm në klasë, që mbështetet mbi didaktikën e orientuar në mësuesin dhe në lëndën mësimore.

Filozofia, nëpërmjet së cilës ndërtohen **metodat bashkëkohëse** mbështet supozimin: **Nxënësit mësojnë më mirë, kur mësojnë duke vepruar**, d.m.th.: **kur sfidohen t'i qasen nxënies në mënyrë aktive dhe krijuese. Nxënësit dhe mësuesit janë partnerë në kërkimin e nxënies. Të gjithë nxënësit bëhen mësues dhe roli i mësuesit është kryesisht të orientojë, të ndihmojë dhe të mbështesë përpjekjet e nxënësve, për fitimin e diturisë, të shkathtësive dhe të qëndrimeve**.

Me **metoda bashkëkohëse kuptojmë trajnimin metodologjik, për të fituar shkathtësi më të mira organizative për mësimdhënie dhe nxënie si dhe përdorimin e teknologjisë bashkëkohëse të informimit dhe të komunikimit**.

"Në didaktikën e orientuar, në mësuesin dhe në lëndën mësimore është ende kontestuese çështja e numrit të metodave mësimore dhe klasifikimit të tyre".[21]

---

[20] Jaka, prof. Bedri: "Metodika e mësimdhënies së matematikës" për studentët e SHLP-së - Dega e matematikës, Prishtinë 1998, f. 115.

[21] Nikolić, M.M., "Uvodne teme u metodiku matematičkog obrazovanja", Beograd, 1967 f. 402.

Edhe pse, me këtë problematikë janë marrë shumë didaktikanë dhe metodistë, megjithatë nuk ekziston ndonjë klasifikim i metodave mësimore, i cili është i pranuar dhe i përvetësuar nga të gjithë, në të gjitha lëndët mësimore e po ashtu as në mësimin elementar të matematikës.

Në literaturën e metodikës së mësimit elementar të matematikës, metodat mësimore i gjejmë të klasifikuara edhe sipas **aktivitetit të nxënësve dhe të mësuesit në orën mësimore.** Sipas këtij kriteri ekzistojnë këto tri metoda mësimore:

(1) Metoda e ligjërimit (e sqarimit)

(2) Metoda bashkëbiseduese

(3) Metoda e punës së pavarur".[22]

Klasifikimit të lartpërmendur mund t'i bëhen këto vërejtje:

- Metoda e ligjërimit (e sqarimit) duhet të formulohet si metodë parafolëse. Ligjërimi dhe sqarimi siç dihet janë vetëm forma e variante të veçanta të metodës parafolëse. Midis këtyre nocioneve, pra nuk ekziston raport barasvlerës, por subordinues.

- Metoda e punës së pavarur nuk ekziston. Në literaturën didaktiko – metodike puna e pavarur trajtohet si formë, por jo si metodë mësimore. Elemente të punës së pavarur duhet të kërkohen e të shfrytëzohen gjatë zbatimit të të gjitha metodave mësimore.

Metodisti Tihomir Prodanoviq pranon një klasifikim të këtilllë të metodave mësimore: **verbalo-tekstuale, ilustrativo-demonstruese dhe laboratoriko-eksperimentale**.

Në mësimdhënien elementare të matematikës, klasifikimi i metodave mësimore, të cilin e pranon T. Prodanoviq, është mjaft i natyrshëm, por, meqë në matematikë mungon puna laboratorike, atëherë në kursin tonë do të bëjmë një korrekturë, duke pranuar këto metoda mësimore:

I verbalo - tekstuale

II ilustrativo – demonstruese dhe

III tekniko – punuese.[23]

Cilën prej metodave mësimore do ta aplikojë mësuesi së bashku me nxënësit, në pjesët e caktuara të orës së mësimit, varet prej shumë faktorësh. Kërkesat didaktike-metodike për zgjedhjen dhe aplikimin efektiv të metodave mësimore në mësimin elementar të matematikës janë:

- Mësuesi duhet t'u japë përparësi atyre metodave dhe teknikave të mësimdhënies, të cilat, varësisht nga përmbajtjet mësimore, shtojnë aktivitetin e nxënësve, duke e shndërruar paralelen në një "zgjua bletësh".

- Të stimulojnë **zhvilimin e mendimit kritik.**

- Të ndihmojnë dhe të kultivojnë zhvillimin e pavarësisë në të mësuar, iniciativën dhe krijimtarinë.

---

[22] Džananović, R. "Priručnik za nastavnike" udžbenik matematike za I razred osnovne škole, Sarajevë, 1978 f. 7.

[23] Jaka, Bedri: "Çfarë metodash të përdorim në mësimin e matematikës", "Shkëndija", Prishtinë, 1 dhe 15 tetor 1984. f. 12.

- T'i aftësojnë nxënësit për zbatimin e vetëdijshëm të diturive në zgjidhjen e detyrave të shumëllojshme problemore nga puna dhe jeta e përditshme.

- T'i përmbahen optimalisht parimit didaktik të racionalizimit dhe të ekonomizimit.

- T'u "përshtaten" kualiteteve profesionale të mësuesit, paranjohurive të nxënësve, "natyrës" së vetëpërmbajtjeve mësimore si dhe mënyrës së interpretimit në tekstin shkollor.

Disa nga detyrat e sipërpërmendura janë detyra arsimore. Ndërkaq, aplikimi efektiv i metodave mësimore nënkupton edhe realizimin e detyrave funksionale dhe edukative. Aplikimi i grupmetodave mësimore në MEM, do të duhej të jetë në funksion edhe:

- të ritmit të punës së vetë nxënësve,
- të zënies fill të punës individuale,
- të aplikimit praktik dhe politeknik të diturive,
- të admirimit të punës fizike dhe intelektuale,
- të evidencimit të nxënësve të prapambetur që mbështeten dhe "personifikohen" me nxënës të dalluar,
- të farkimit të bindjeve dhe qëndrimeve për sjellje të caktuara morale

(vetiniciativa, vetëkontrolli dhe ngulmimi për të mësuar),

- të shpërblimit të interesimeve dhe preferencave të nxënësve.

Në kursin tonë është "elaboruar" **Thelbi i strukturës tripjesëshe për të nxënit aktiv dhe të menduarit kritik (ERR)**. Modeli që përdor strukturën **ERR** mbeshtetet në një teori të shëndoshë të të nxënit. **Metodat** dhe **teknikat bashkëkohëse** të mësimdhënies, të cilat do t'i trajtojmë në kursin tonë, realizohen nëpërmjet **tekstit** dhe të gjitha së bashku bëjnë pjesë në grupmetodat **verbalo-tekstuale**.

Duke pasur parasysh ndryshimet sistemore, komplekse, që do të shpalosen në të gjitha hallkat e arsimit, **zëvendësimi i mësimdhënies tradicionale me mësimdhënien bashkëkohëse (nën dritën e Zhvillimit të mendimit kritik, duke stimuluar shkathtësi intelektuale të nivelit të lartë) është një proces i ndërlikuar "evolutiv".** Ky proces, kërkon "**kohë**" dhe ajo do të jetë e përafërt me kohën që kemi humbur për ta mësuar **Të folmen e sotme shqipe**, këtu te ne, në Kosovë (1972-2002)!

Në këtë drejtim, nuk do të duhej të kemi "divorc" të menjëhershëm të metodave tradicionale dhe të metodave bashkëkohëse. Për momentin, **"bashkëjetesa" e përkohshme e tyre, është e pashmangshme!** (lexo, përmbylljen e kapitullit **Zhvillimi i mendimit kritik)**!

Metodat tradicionale (të zëmë, mbajtja e leksioneve apo sesionet pyetje-përgjigje, duke stimuluar vetëm shkathtësi intelektuale të nivelit të ulët), me gjithë të metat e tyre, kanë përparësi në aspektin e **racionalizimit të kohës**. Ndonjëherë, **mësimdhënia e mirë, mund të jetë rrjedhojë e përdorimit bashkëkohës të metodave tradicionale.**

Mësimdhënia është funksion praktik me ndryshore. Ajo nuk i duron skemat dhe "formacionet statike". Prandaj, mësuesi ka për detyrë që, për orët e caktuara mësimore dhe për pjesët e saj, të hulumtojë, të gjejë, të aplikojë dhe të kombinojë ato metoda mësimore, të cilat sigurojnë me dituri e shkathtësi të qëndrueshme, të cilat nxisin admirimin dhe kërshërinë e nxënësve, duke shtuar "oreksin" e interesimeve të tyre për mësimin elementar të matematikës, kështu që, pas orës së mësimit, mësuesit të tyre mund t'i bëjnë kësi lloj pyetjesh: "Zotëri mësues, kur do të kemi edhe ndonjëherë tjetër një orë të këtillë?"

8.1.1. METODAT VERBALE-TEKSTUALE

Në mësimin elementar të matematikës ky është njëri prej grupeve të metodave mësimore më të vjetra, ku bën pjesë **ligjërimi** i mësuesit, i nxënësit ose i personit të tretë. Ligjërimi mund të jetë dy llojesh:

a) Ligjërimi direkt - me fjalë;

b) Ligjërimi me ndihmën e mjeteve teknike.

Ligjërimi mund të jetë i pandërprerë, qoftë nga ana e mësuesit, qoftë nga ana e nxënësve ose mund të jetë i kombinuar, ku marrin pjesë në mënyrë alternative herë mësuesi e herë nxënësit. Sipas kësaj kemi:

1. Metodën monologjike

2. Metodën dialogjike (bashkëbiseduese) dhe

3. Metodën e punës me tekste.

Në mësimin e matematikës aplikohet rrallë ligjërimi me ndihmën e mjeteve teknike (radios, magnetofonit, televizionit etj.). Pra, me nocionin ligjërim kuptojmë kryesisht ligjërimin direkt - me fjalë të mësuesit ose të nxënësit, meqë mësuesi sot nuk është i vetmi bartës i fjalës mësimore në shkollën fillore.

Në të vërtetë, në mësimin elementar të matematikës, para se të shkruajmë, vizatojmë, zgjidhim, konstruktojmë... një simbol, nocion, relacion, figurë, detyrë, objekt,... më parë lypset që për këtë të kallëzojmë, kumtojmë, rrëfejmë, shpjegojmë dhe më në fund, të sqarojmë. Në momentet e përshtatshme, por jo përherë, orën e mësimit mund ta fillojmë me kallëzimin e ndonjë "detaji jetësor" të marrë nga literatura doracake "Ndërmjet lojës dhe matematikës" në mënyrë interesante, por ai duhet të jetë i shkurtër, praktik dhe i hareshëm.

8.1.1.1. METODA MONOLOGJIKE

Metoda monologjike përfaqëson njërën nga metodat mësimore më të vjetra. Ajo konsiston në atë që, duke dëgjuar "ekspozenë" nga mësuesi, nxënësit bëjnë përpjekje që të fitojnë dituri. Ajo daton që nga periudhat kohore më të largëta, kur nuk kishte libra për mësimin elementar të matematikës dhe kur nxënësit konsideroheshin "robër" të procesit mësimor-edukativ.

Kemi disa faktorë me ndikim që, edhe sot, e parapëlqejnë dhe e aplikojnë këtë metodë mësimore:

- shpjegimi tradicional dhe preferenca e mësuesit (**kjo sot bie ndesh, me metodat ndërvepruese të mësimdhënies; nxënësi është në epiqendër),**
- prapambetja në realizimin e planit dhe programit mësimor,
- vështirësia e përmbajtjes mësimore bashkë me mosangazhimin e nxënësve,
- fërkimet e mëhershme në relacionin mësuesi-prindërit-nxënësit,
- reflektimi i një trusnie stresore e shfaqur te mësuesi,
- mësuesi, duke qenë i ngathët, "frikësohet" nga aplikimi i metodave të tjera mësimore,
- cilësia "jo e kënaqshme" didaktiko-metodike e librit shkollor të matematikës për një klasë të caktuar, si dhe shumë faktorë të tjerë.

Monologu i formuluar dhe i zbatuar me ligjërimin e pandërprerë të një përmbajtjeje të caktuar mësimore, nga ana e mësuesit, e më rrallë nga ana e nxënësit, varësisht nga fakti kur dhe çfarë synon të trajtojë dhe të theksojë, mund të jetë:

a) **Rrëfim (kallëzim),**
b) **Shpjegim** dhe
c) **Sqarim.**

Në mësimin elementar të matematikës, në momentet po qe se është krijuar ndonjë "situatë problemore" apo "situatë e vështirësive" me qëllim frymëzimi, këndelljeje dhe çlodhjeje të personalitetit të nxënësit, mësuesi, i cili "di të mjeshtërojë" në mësimdhënie, do ta zbatojë **rrëfimin**. Rrëfimi do të duhej të jetë i shkurtër, joshës, gazmor e praktik dhe të zgjojë admirimin dhe kërshërinë në fytyrat e nxënësve.

Monologu, i cili ka për pikësynim **shpjegimin** e përmbajtjes mësimore, ka strukturë të qartë logjike dhe kohëzgjatje të konsiderueshme, ku vetëm "një zë" ndiqet dhe dëgjohet. Ndërkaq, nga tabela, nëpër fletore dhe "fletë të punës" përshkruhen vizatimet, relacionet, diagramet, skemat, algoritmet, zgjidhjet...

Sqarimi zakonisht aplikohet në momentet pasi të ketë marrë fund shpjegimi dhe kur nxënësit pyesin, duke kërkuar "rishpjegime".

Sqarimi do të duhej të jetë **jo i vonuar, sistematik, i rrjedhshëm** dhe **korrekt**. Nëpërmjet sqarimeve interpetohen "rishpjegimet" e nocioneve, rregullave, pohimeve, algoritmeve, matjeve, konstruksioneve, modeleve, detyrave problemore, zgjidhjeve... deri te përshkrimi i "qëndisjes" nga tabela. Varësisht nga problematika që kërkon sqarimi, mund të aktivizohet edhe ndonjë nxënës i dalluar.

Metoda monologjike në MEM ka aplikim të kufizuar, e cila dalëngadalë, po perëndon! Monologu eventual i mësuesit nuk bën të zgjasë më shumë se 10 minuta, përndryshe përqëndrimi i vëmendjes së nxënësve të kësaj moshe do të shfaqë shenja dobësimi dhe luhatjeje.

Metoda monologjike ka përparësi:

- Nëpërmjet saj, duke "mos shpërdoruar kohën", mësuesi mund të shpjegojë dhe të sistemojë pjesë të lëndës së mësimit me një vëllim më të madh, madje "pa nervozizëm".

Megjithatë, këtë metodë mësimore e përcjellin edhe të meta të konsiderueshme. Ajo nuk i vë nxënësit në pozicion aktiv për të nxënë njohuri të reja, pengon vetiniciativën, punën e pavarur dhe vetarsimimin e tyre. Nxënësit "nuk guxojnë" të flasin dhe ta trazojnë mësuesin. Pikërisht kjo ecuri e punës, me gjasë mund t'i çojë nxënësit në përvetësimin e diturive në mënyrë mekanike.

Metodën monologjike në MEM nuk mund ta shpallim metodë mësimore "non grata", por në rastet dhe rrethanat konkrete kur ka shtruarje e zgjidhje të tjera bashkëkohëse, nuk këshillohet që të aplikohet. Suksesi i aplikimit të kësaj metode varet nga:

- kërkesat e shtruara lidhur me **përmbajtjen e të parafolurit** dhe
- kërkesat e shtruara lidhur me **gjuhën e të parafolurit.**

8.1.1.2. METODA BASHKËBISEDUESE

Në mësimin elementar të matematikës, metoda bashkëbiseduese është njëra prej metodave mësimore më aplikative. Kërkesat didaktike-metodike për zbatimin e saj me sukses janë:

- Supozimi që nxënësit kanë paranjohuri, aftësi dhe përvoja personale,
- Përgatitja me përkushtim e mësuesit për orën e mësimit,
- Po qe se përmirëson ndieshëm cilësinë e mësimdhënies,
- Dëshira spontane e nxënësve për ta shpalosur krenarinë dhe koha e mjaftueshme në punë.

Kualiteti i bashkëbisedimit, pos të tjerash, varet edhe nga mënyra e parashtrimit të pyetjeve, të cilat ose janë formuluar nga mësuesi ose mund të jenë marrë nga libri shkollor i matematikës, i cili është në përdorim. Ato lypset të jenë të qarta, të njëkuptimshme e të matura. Pas parashtrimit të pyetjes, duhet bërë një "pushim të shkurtër", i cili u nevojitet nxënësve për t'i ndërlidhur paradituritë dhe për t'iu përgjigjur pyetjes së parashtruar. Pyetjet duhet të shtrohen drejt dhe me një rend të caktuar logjik.

Varësisht nga formulimi dhe rrjedha e pyetjeve, përgjigjet mund të jenë:

- **produktive, konvergjojnë në Mendimin kritik** (bashkëbisedimi **zhvillimor** dhe **zbulues**) dhe

- reproduktive, divergjojnë nga Mendimi kritik (bashkëbisedimi **diskutues**).

Biseda zhvillimore dhe ajo zbuluese janë dy forma të ngjashme, por jo edhe identike.

Shpjegimi i mësimit të ri zakonisht fillon me bisedë zhvillimore. Po qe se e diktojnë "rrethanat e volitshme", mësuesi me nxënësit mund t'i qasen edhe bisedës zbuluese, e cila përfaqëson bisedë të përparuar. Mësimi elementar i matematikës është i mbushur përplot me të panjohura, rregulla, algoritme, detyra problemore, matje, modele..., duke paraqitur kështu një terren të mrekullueshëm për "zbuluesit" e rinj (nxënësit).

Mësuesi i aftë dhe i sprovuar, me pyetje të orientuara, nxënësit mund t'i sjellë në situatë që të japin përgjigje të sakta, që "vetë t'i zbulojnë" disa të vërteta matematike.

Mësuesi me pyetje i drejtohet tërë paraleles, kurse përgjigjja merret prej nxënësit që e cakton mësuesi. Duke i vënë të gjithë nxënësit në pozitën e "hulumtuesve në miniaturë", me atë rast aplikohet edhe gara në zbulim. Po qe se ndonjëri prej nxënësve ia arrin qëllimit që të zbulojë të panjohurën, ky do të ishte një përjetim i rrallë emocional për të. Për "zbulimin" në fjalë, më vonë do të njoftoheshin edhe prindërit, shokët e shoqet e paraleleve të tjera...!

Në përmbyllje po theksojmë disa nga kërkesat që kanë të bëjnë:

- me mënyrën e formulimit të pyetjeve dhe
- me mënyrën e kumtimit të përgjigjeve.

Mësuesi në MEM, krahas shumë pyetjeve të gatshme, që mund t'i gjejë në librin shkollor dhe në "fletët e punës", është i shtrënguar që herë pas here t'i formulojë edhe vetë ato. Në këtë drejtim, për nevoja thjesht praktike po i theksojmë të veçantat e pyetjeve sadopak të qëlluara:

- pyetjet e parashtruara duhet t'i nënshtrohen parimit të shkallëzimit dhe parimit të maturisë,
- pyetjet e parashtruara duhet të jenë objektive dhe të bëhen me qëllim të mirë,
- pyetjet e ndërlikuara bën që të përcillen edhe me nënpyetje,

- nuk këshillohet që pyetjet të jenë intensive dhe lakonike,

- të gjitha pyetjet e parashtruara nuk mund të kenë vlerë të njëjtë, etj.

Në MEM, mënyra e formulimit të pyetjeve dhe mënyra e kumtimit të përgjigjeve dhe të zgjidhjeve nga ana e nxënësve, mund të bëhet **me gojë** ose **me shkrim.** Në kohët e fundit, **pyetjet** dhe **përgjigjet gojore** dukshëm janë zëvendësuar me **pyetje** dhe **përgjigje me shkrim** (forma e punës individuale ka gjetur përfillje të plotë). Pyetjet e shumta, në cilësinë e "urdhrit" dhe "të porosisë" tingëllojnë: "Vizato petëza"! "Shkruaj shumën"! "Vendos shenjën!" "Këmbe monedhën!" "Gjej prodhimin!" "Copëto rreshtimin!" "Krahaso thyesat!", "Lexo barazimet","Qarko me nga 5!", "Plotëso tabelën!", etj. Në momentin kur "hulumtimi në miniature" ka rënie, për ta këndellur personalitetin e nxënësit, pyetjet (së bashku me nënpyetjet) gojore vihen në plan të parë.

I. Shembull i bisedës zhvillimore:

Ja një formë e shpjegimit të ekzistencës së thyesave në kl. II fillore, ku pyetjet e orientuara dhe përgjigjet mund dhe lypset të merren nga nxënësit:

1. Në sa pjesë është ndarë (pjesëtuar) qelqi? (Fig. 17)

Fig. 17

Fig. 18

Çfarë nënkuptoni: "është ndarë" dhe është pjesëtuar

Përgjigje: _____ pjesë.

2. A janë këto pjesë të barabarta?

Përgjigje: ____ . Përse mendoni kështu ?

3. Në sa pjesë është ndarë qelqi?

(Fig.18)

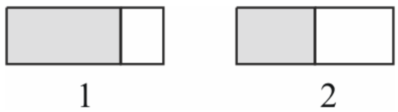


Fig. 39

Përgjigje: _____ pjesë.

4. A janë këto pjesë të barabarta?

Përgjigje: ____. Përse mendoni kështu?

5. Në cilën nga këto figura, gjithsecila pjesë është **e treta** pjesë e qelqit të plotë?

Përgjigje: Në figurën ______.

6. Vëreje Fig. 19! Te cila figurë është

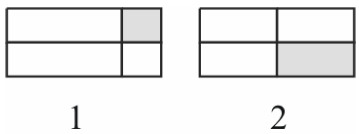


Fig. 20

hijesuar gjysma?

Përgjigje: _______________. Përse ?

7. Vëreje Fig. 20 ! Te cila figurë është hijesuar e katërta?

Përgjigje. ___________. Përse ?

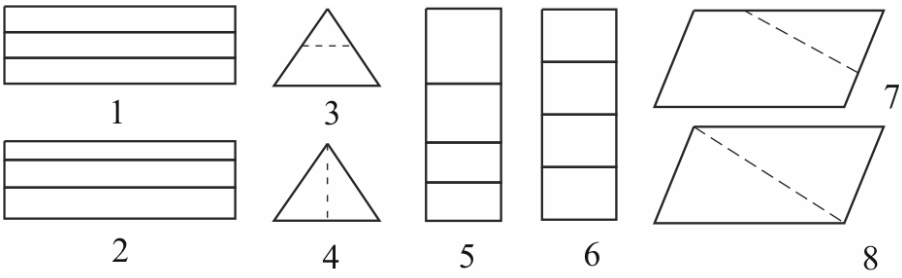


Fig. 41

8. Cilat nga figurat e mëposhtme janë ndarë në pjesë të barabarta? (Fig. 21)

Përgjigje: Në gjysma janë ndarë figurat me numër ___________, në tri pjesë të barabarta është ndarë figura me numër ____, ndërsa në 4 pjesë të barabarta, figura me numër _____.

9. Petriti dhe Luani duan t'i vizatojnë peshqit, secili ka nga një copë letër me të njëjtën madhësi dhe e kanë ndarë në katër pjesë të barabarta. (Fig.22)

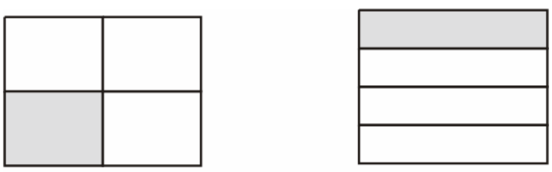


Fig. 22

Mënyra e Petritit   Mënyra e Luanit

a) A është e katërta pjesë e letrës së Petritit e barabartë me madhësinë e së katërtës pjesë të letrës së Luanit?

Përgjigje: ____. Përse mendoni kështu ? “Copëzat e letrave” a mund të ndahen në 4 pjesë të barabarta edhe ndryshe ? ______

10. Numëroji pjesët dhe shkruaj me ndihmën e shifrave te secila figurë, cila pjesë e saj është e hijesuar? (Fig. 23)

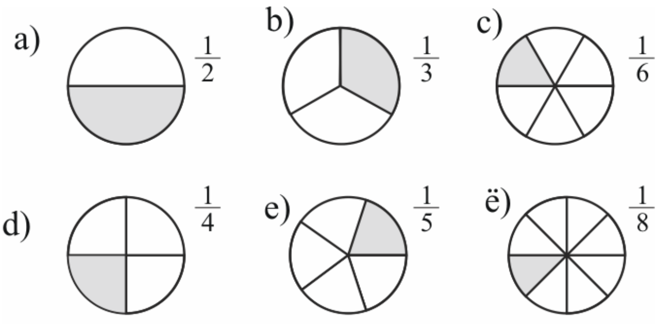


Fig. 23

Përgjigje: Një pjesë, dy pjesë, tri pjesë, ...; sipas rreshtave: një e dyta $\left(\frac{1}{2}\right)$, një e treta $\left(\frac{1}{3}\right)$, një e gjashta $\left(\frac{1}{6}\right)$, një e katërta $\left(\frac{1}{4}\right)$...

Mësuesi: Shkrimet $\left(\frac{1}{2}\right)$, $\left(\frac{1}{3}\right)$, $\left(\frac{1}{4}\right)$, $\left(\frac{1}{5}\right)$, $\left(\frac{1}{6}\right)$, $\left(\frac{1}{8}\right)$ quhen **thyesa**.

Numrat e shënuar nën vijë shënojnë **llojin e ndarjes** (tërësia në sa pjesë të barabarta është ndarë), ndërsa numrat e shënuar mbi vijë shënojnë **numrin e pjesëve të marra** (të hijesuara).

11. Shkruaj me fjalë, si i lexojmë thyesat?

$\left(\frac{1}{2}\right)$ gjysma $\left(\frac{1}{7}\right)$ një e shtata

$\left(\frac{1}{3}\right)$ ____________________ $\left(\frac{1}{8}\right)$ ____________________

$\left(\frac{1}{4}\right)$ ____________________ $\left(\frac{1}{9}\right)$ ____________________

$\left(\frac{1}{5}\right)$ ____________________ $\left(\frac{1}{10}\right)$ ____________________

$\left(\frac{1}{6}\right)$ ____________________ $\left(\frac{1}{20}\right)$ ____________________

Përgjigje: Një e treta, ________, __________, __________, __________, __________, __________dhe __________.

Në këtë mënyrë nxënësit e kl. II fillore njihen me numrat e rinj të njohur me emrin **thyesa**.

II. **Shembull i bisedës zbuluese:**

Me një udhëheqje kreative të mësimdhënies, me pyetje të orientuara, mësuesi, mund t'i sjellë nxënësit në situatë që ata vetë "të zbulojnë" edhe shenjat matematike “<” dhe “>” (kl. II fillore).

M: - Si shënohen numrat dhe shkronjat, prej të majtës, në të djathtën apo anasjelltas, prej së djathtës, në të majtën?

N: Prej së majtës në të djathtën ($\rightarrow$)

M: - Pra, numri që gjendet në të majtë lexohet përherë para se të lexohet ai, që gjendet në të djathtë, 84 (tetëdhjetë e katër).

M: - Le t'i vendosim dy kolona drejtvizore me toptha në këto shenja “<” dhe “ >”

M: - Te shenja e parë në të majtë a do të vendosen më pak apo më shumë toptha?

N: - ________________________________. Përse ?

M: - Mësuesi iu ofron vizatimin (Fig. 24)

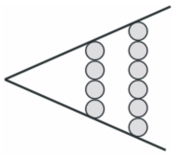


Fig. 24

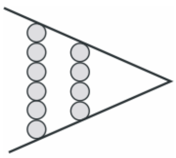


Fig. 25

Më parë theksuam se shenjat, numrat që gjenden në të majtë shkruhen, numërohen, lexohen, para atyre, që gjenden në të djathtë.

Çfarë vëreni te 4 në krahasim me 6.

N: 4 është më i vogël se 6, kanë qenë të vendosura në shenjën < pra, 4 < 6 (lexo: 4 më i vogël se 6). **Ky është zbulimi i nxënësit**!

M: Në mënyrë analoge interpretohet:

6 më i madh se 4, 6 > 4 (Fig. 25)

Nëse nxënësit kanë mundur t'i nxjerrin në plotësinë e tyre këta toptha "të paprekur" nga shenjat <, > dhe t'i rivendosin, ashtu siç qëndrojnë në anë të ndryshme të shenjave < , përkatësisht > , themi se "zbulimi" i

nxënësve ka pasur sukses.

Për të zbuluar shenjat “<” dhe “>” mund të shfrytëzohet edhe ideja e dytë, nëpërmjet **kafshatave të krokodilit** (Fig. 26).

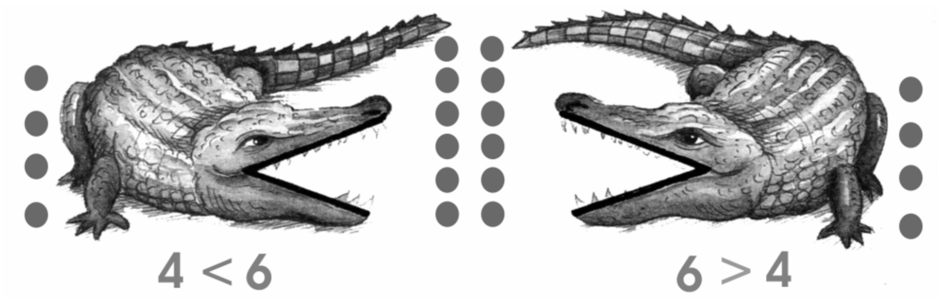


Fig. 26

Varianti debatik (diskutues) i metodës bashkëbiseduese përmban parashtrimin e problemit me një varg pyetjesh, duke kërkuar prej nxënësve mendimin e tyre në lidhje me të, të sqarojnë dhe t'i bindin të tjerët për pohimin e vet të drejtë. Pra, ky variant nuk konsiston në të "zbuluarit", por vetëm në të mbajturit mend, reprodukimin e mësimeve, zgjidhjeve, algoritmeve..., të cilat janë mësuar njëherë. Ky variant shfrytëzohet më tepër, meqenëse i aktivizon pothuajse të gjithë nxënësit. Në diskutim, fjala përfundimtare është e mësuesit. Ai duhet t'u tregojë nxënësve se cila përgjigje, zgjidhje është e saktë, duke sqaruar dhe interpretuar se në cilat raporte thelbësore kanë gabuar nxënësit.

III. Shembull i bisedës debatike (diskutuese)

Me ndihmën e disa pyetjeve dhe detyrave të orientuara verifikojmë se si e kanë përvetësuar nxënësit nocionin trekëndësh.

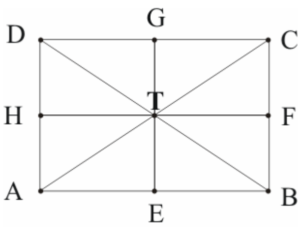


Fig. 27

1. Çka quajmë trekëndësh?
2. Sipas madhësisë së brinjëve, çfarë mund të jenë trekëndëshat?
3. Po, sipas madhësisë së këndeve?
4. Si vizatohet lartësia e trekëndëshit?
5. Një trekëndësh, sa lartësi i ka dhe te cili trekëndësh ato janë të barabarta?
6. Çka quajmë perimetër të trekëndëshit dhe si njehsohet ai?
7. Në këtë figurë emërtoji të gjithë trekëndëshat. (Fig. 27)
8. Vizatoje një trekëndësh kënddrejtë barakrahës. Tregoje themelin dhe lartësinë e tij. Çfarë vëreni?

Bashkëbisedimin s'është e thënë ta organizojë vetëm mësuesi, atë mund ta bëjë edhe nxënësi, gjë që është shprehje e tendencës natyrore të tij për të fituar dituri të reja. Kështu, edhe mësuesit më të mirë dhe më me përvojë, mund t'i ngjajë që nxënësit t'i japin pyetje, detyrë, problem. Situatave të tilla nuk duhet t'u shmangemi dhe me vëmendje lypset t'i dëgjojmë nxënësit. Përgjigjen, zgjidhjen, patjetër lypset ta japim menjëherë, pas disa çasteve ose më së largu në orën e ardhshme të mësimit.

Metoda bashkëbiseduese bën pjesë në grupin e metodave mësimore të përparuara. Mirëpo, ajo ka edhe disa të meta, të cilat mund t'i shkaktojë vetë mësuesi, me rastin e formulimit të pyetjeve, siç janë:

I. Pyetjet formale,
II. Pyetjet sugjestive,
III. Pyetjet alternative,
IV. Pyetjet e përgjithshme dhe
V. Pyetjet kauzale.

Shembull për pyetjet formale:
1^o A mund të jetë 1l = 1 dm^3 lëng? 2^o Po 1 kuintal = 100 kg?

Shembull për pyetjet sugjestive:
1^o A mund të themi se 5 e plotpjesëton 25, apo 25 plotpjesëtohet me 5? Këtu nxënësit duhet t'i "nënshtrohen" vullnetit të mësuesit, i cili ka aprovuar një ose dy interpretime të plotpjesëtueshmërisë.

Shembull për pyetjet alternative:
1^o Çka quajmë pjesëtim ose herës të dy numrave?
2^o Çka quajmë dy drejtëza pingule ose paralele?

Shembull për pyetjet e përgjithshme:
1^o Kur nuk ndryshon shuma e numrave?
2^o Çfarë mund të jenë trekëndëshat?
3^o Çfarë mund të jenë numrat në përgjithësi?

Shembull për pyetjet kauzale:
1^o Prej dy numrave natyralë "më i madh dhe më i vogël" është si numër, ai i cili gjendet... Ku gjendet?
2^o Nëse njëri prej dy mbledhorëve është zero ose zvogëlohet, atëherë çfarë është shuma?

Aplikimi i metodës bashkëbiseduese sipas një plani "rreptësisht" të caktuar, pothuajse është i pamundshëm. Nxënësit gjithmonë flasin, varësisht nga dituria e tyre, bëjnë "kthesa" të ndryshme dhe gabime. Aplikimi i saj kërkon më shumë kohë.

8.1.1.3. METODA E PUNËS ME TEKST

Tekst-metoda merret si njëra ndër burimet mjaft të rëndësishme të procesit të nxënies. Ajo mund të aplikohet, jo vetëm për të përvetësuar njohuri të reja, por edhe për t'i plotësuar, thelluar dhe kontrolluar ato.

Ndonjëherë disa metodistë janë të prirur që punën me tekst ta identifikojnë me punën me librin shkollor të matematikës për klasën përkatëse. Këto të dyja, nuk janë nocione të njëjta. Metoda e punës me tekst realizohet nëpërmjet:

- **librit shkollor** të matematikës,
- **materialit të programuar**
- **fletushkave mësimore** dhe
- **teknikave bashkëkohëse të mësimdhënies.**

Zgjedhja dhe shfrytëzimi efektiv i metodës së punës me tekst në mësimin elementar të matematikës, varet nga:

-cilësitë didaktike-metodike të librit shkollor të matematikës, i cili gjendet në përdorim për një klasë të caktuar;

-natyra e përmbajtjeve mësimore;

- aftësitë profesionale të mësuesit, përvoja, gatishmëria, invencioni dhe kreacionet mësimdhënëse të tij;

- deponimet e nevojshme materiale dhe kohore, a kanë "mbulesë", apo jo;

- numri i nxënësve në paralele (më tepër se dy veta nuk bën të ulen në një bankë);

- përvoja e fituar e nxënësve për punë dhe krijimtari të pavarur në zgjidhjen e detyrave problemore.

8.1.1.3.1. PUNA ME LIBRIN SHKOLLOR

Tradicionalisht, libri shkollor është konsideruar burimi më i rëndësishëm i nxënies. Kjo ishte, në radhë të parë, pasojë e faktit që procesi mësimor përqëndrohej në zotërimin e informacioneve të parapërgatitura dhe se nga nxënësit kërkohej vetëm të mbanin mend dhe të riprodhonin një korpus njohurish të paracaktuara.

Libri shkollor përfaqëson bazën reale me ndihmën e të cilit udhëhiqet

mësimi elementar i matematikës. Edhe pse mësuesi është "përkthyes i

parë" i përmbajtjes së re mësimore, e cila "huazohet" nga libri shkollor, megjithatë, "komunikimi" i nxënësve me librin shkollor është mjaft i shpeshtë dhe me intervale kohore më të gjata. Thënë shkurt, komunikimi i nxënësve me librin shkollor është i pashmangshëm, meqë atë e përdor edhe në shkollë (përvetësimi i përmbajtjes së re mësimore, të ushtruarit dhe të përforcuarit e përmbajtjes së vjetër mësimore) edhe në shtëpi. Atë e përdor shpesh edhe para se të shpjegohet përmbajtja e re mësimore, e në raste më të rralla, në cilësinë e vetëvlerësimit të njohurive të arritura.

Libri shkollor ndikon fuqishëm në mënyrën se si do ta udhëheqë mësimin mësuesi dhe nxënësi, si i organizon ushtrimet, si dhe çka përsërit, çfarë metoda dhe forma mësimore aplikon, si dhe kur i kontrollon njohuritë e nxënësve, por edhe si e organizon punën "jashtëmësimore" të nxënësve me prindërit e tyre.

Libri shkollor, me përmbajtje mësimore abstrakte dhe i përpiluar pa u përfillur plotësisht parimet didaktike, kacafytet me botën emocionale të fëmijëve, duke iu "imponuar" humbjen e interesimit për nxënie matematike.

Të metat kryesore të librit shkollor janë:

- ligjërata e librit shkollor mund të përmbajë pikëpamje të njëanshme dhe informacione të vjetruara;
- leksionet mund të jenë një ligjëratë pedagogjike e parapërgatitur dhe e shtangët, në të cilën ka “pak hapësirë” për qasje krijuese vetanake;
- të shpalosurit e përmbajtjes mësimore konsiston në atë që nxënësit t’i qasen mësimit vetëm nëpërmjet shkathtësive intelektuale, të ulëta, siç janë mbajtja mend dhe riprodhimi i përpiktë i informacioneve të mbajtura në mend;
- ndonjëherë librave të ndryshëm u mungon qasja didaktike-metodike, përmbajtja mësimore e tejngjeshur dhe e vështirë për t’u kuptuar.

Qëndrimi tradicional negativ i pjesës më të madhe të nxënësve ndaj mësimit të matematikës, është si rrjedhim në mes të tjerash edhe i librit shkollor jocilësor. Për librin shkollor është debatuar në shumë rrethe shoqërore, në mesin e nxënësve (Shumë u gëzova që e kalova klasën dhe iu largova këtij libri të matematikës, i cili nuk është i shkruar për fëmijë, por për të rritur!), në mesin e mësuesve (Ky libër shkollor e stërhollon përmbajtjen mësimore, nuk ka lënë vend për punë krijuese - hulumtuese, "të mbytë" me përkufizime...), por edhe në mesin e prindërve (Sikur libri të ishte përpiluar më mirë, do të kisha pasur mundësi t'i ofrojë ndihmë fëmijës tim!).

Librat shkollorë të rinj do të duhej të pasqyrojnë objektivat dhe synimet mësimore, të theksuara në Kornizën e Kurrikulit të Ri të Kosovës. Përmbajtja mësimore e tyre nuk bën të jetë e sofistikuar (e stërholluar), përkatësisht tekstet shkollore (I-V) nuk duhet të jenë me "peshë të madhe". Disenji pedagogjik, përmbajtja dhe botimi i teksteve shkollore, nuk duhet të jetë në kundërshtim me orientimet e reja. Të zëmë, nëse ndër objektivat kryesor të mësimit është që të nxisë **Mendimin kritik**, ndaj informacioneve të ofruara, atëherë nuk do të duhej të përkrahen edhe më tej ligjëratat pedagogjike të shtangëta (rigjide) e dogmatike.

Mësimi elementar i matematikës lypset t'u përshtatet edhe rrjedhave të përgjithshme ekonomike. Edhe pse me valutë konvertibile mund të ndodhë që në kushtet e inflacionit, me centin e saj, çmimet me të cilat janë të "qëndisura" shumë detyra problemore, "plaken" para kohe. Meqë, libri shkollor nuk mund të dalë nga shtypi për çdo ditë si gazeta, vlerësojmë që është detyrë dhe obligim i mësuesit që, me rastin e formulimit të detyrave tekstuale, ku figurojnë çmimet e mallrave dhe të shërbimeve të ndryshme, ai vetë ta kryejë korrekturën e çmimit në përputhje me rrjedhat inflatore të kohës. Përndryshe, detyrat e tilla dëmkosin rëndë punën edukative-arsimore dhe nuk i kontribuojnë formimit të botëkuptimeve të drejta materialiste - shkencore.

Puna me librin shkollor, diku më shumë e diku më pak, organizohet në bashkëveprim edhe me teknikat dhe metodat e tjera mësimore. Përparësitë e formës së punës me librin shkollor janë kultivimi dhe përparimi i punës së pavarur, iniciativës, vetëkontrollit, mundësia e përsëritjes dhe e ripërsëritjes së ecurive, zgjidhjeve, matjeve... madje sa herë të duam! E meta e saj është që, me të dhe nëpërmjet tij, nuk mund të shpjegohet çdo njësi mësimore.

Rëndësia e përdorimit të gjithanshëm të librit shkollor të matematikës, por edhe e doracakëve të tjerë të ngjashëm, është shumë e madhe. Për këtë arsye kërkohet përkujdesja e vazhdueshme e mësuesit në dhënien e udhëzimeve për përdorimin sa më të gjithanshëm të tij.

8.1.1.3.2. PUNA ME MATERIAL TË PROGRAMUAR

Puna me materialin e programuar paraqet njërën ndër format e shfrytëzimit të tekstit e të metodës së punës me tekst. Materiali i programuar përbëhet prej disa artikujve. Çdo artikull zakonisht përmban katër pjesë: **informatën (sqarimin),**

pyetjen (detyrën) përgjigjen (zgjidhjen) dhe **informatën rikthyese (rekurente). Informata rikthyese (përgjegjja e saktë) njofton nxënësit për zgjidhjen e saktë të detyrës.**

Për shpjegimin, përkatësisht të përforcuarit dhe të ushtruarit e përmbajtjeve të caktuara mësimore, mësuesi i aftë dhe me përvojë, edhe vetë mund të sajojë e të përgatisë materialin e programuar përkatës. Hartimi i materialit kërkon përpjekje të konsiderueshme si dhe deponime kohore dhe materiale. Materiali i programuar mund të hartohet për të gjithë nxënësit. Edhe pse nxënia matematike është mjaft aplikative, megjithatë, çdo përmbajtje e saj nuk ka mundësi të programohet.

Kjo mënyrë e punës te nxënësit zgjon, kultivon dhe shton interesimin për nxënie të reja matematike, meqenëse:

- shpejtësia e përvetësimit të përmbajtjeve të caktuara qëndron në përputhje me aftësitë intelektuale të tyre;
- njohja e detyrave paraprake kushtëzon kalueshmërinë nga detyra në detyrë;
- njohuritë dhe shkathtësitë aplikohen praktikisht;
- nxënësve gjithmonë dhe me kohë u bëhen me dije rezultatet e arritura gjatë të mësuarit.

UDHËZIME SI DUHET PUNUAR:

Materialin që e ke marrë, lexoje me kujdes! Përmbajtjet janë të ndara në pjesë (artikuj), të cilat shkallë-shkallë lypset t'i përvetësoni. Sqarimin (informatën) lexoje me vëmendje (nëse ke nevojë, edhe shumë herë). Pastaj zgjidhe detyrën ose përgjigju në pyetjen e parashtruar (të shkruhet në vijën, e cila është e caktuar për përgjigje). Në vazhdim verifikoje saktësinë e zgjidhjes! Zgjidhja (përgjigjja) e detyrave të artikullit I gjendet në të majtë të informatave (sqarimeve) të artikullit II; zgjidhja e detyrave të artikullit II gjendet në të majtë të sqarimeve të artikullit III e kështu me radhë. Po qe se jep përgjigje të saktë, ke të drejtë të kalosh në artikullin tjetër. Në të kundërtën, po qe se nuk ke bërë zgjidhje të saktë, edhe njëherë rilexoje artikullin. Nëse diçka e ke të paqartë, që tashti pyete mësuesin tënd!

Shembull

Artikulli I

Informata:
Syprina e sipërfaqes katrore është baras me katrorin e gjatësisë së një brinje të tij.
$S = a^2$ Nëse $a = 5$ cm,
$S = 5^2 = 25$ cm²
Detyrë: Gjeni syprinën e sipërfaqes katrore, nëse
$a = 19$ cm.

———————— këtu preje ————————

Zgjidhja e detyrës së
artikullit I
361 cm².

Artikulli II

Informata: Dimë se
1 m = 10 dm 1 dm = 10 cm
1 cm = 10 mm.
Që ketej,
4 dm 6 cm 9 mm = 469 mm
5 m 7 dm 3 cm 8 mm = 5738 mm
Detyrë: Në vend të pikave, shënoni numrat e nevojshëm, në mënyrë që barazitë të jenë të sakta:
1° 6049 mm = ________ m __________ dm _______ cm ________ mm
2° 8006 mm = ________ m __________ dm _______ cm ________ mm

---------- këtu preje ----------

Zgjidhja e detyrës
së artikullit II

1) 6 m 4 cm 9 mm
2) 8 m 6 mm

Artikulli III

Informata: Po ashtu dimë se
1 km = 10 hm 1 hm = 10 dkm 1 dkm = 10 m
Që ketej, 6934 m = 6 km 9 hm 3 dkm 4 m
17056 m = 17 km 5 dkm 6 m
Detyrë: Në vend të pikave, shënoni numrat e nevojshëm, në mënyrë që barazitë të jenë të sakta:
1) 2 km 4 dkm 7 m = ______________________m
2) 30 km 60 dkm 8 m = ____________________m

---------- këtu preje ----------

Zgjidhja e detyrës
së artikullit III

1) 2047 m
2) 30608 m

Artikulli IV

Informata: Dimë se 1 dm^2 = 100 cm^2

1 m^2 = 100 dm^2 = 10000 cm^2

Që këtej, 84 m^2 = 8400 dm^2 = 840000 cm^2

804 m^2 = 80400 dm^2 = 8040000 cm^2

Detyrë: Shprehni në m^2

1) 10040000 cm^2 = ________________m^2

2) 209030000 cm^2 = ________________m^2

këtu preje

Zgjidhja e detyrave
së artikullit IV

1) 1004 m^2
2) 20903 m^2

Artikulli V

Informata: Dimë se

1 a = 1 dam^2 = 100 m^2 = 10000 dm^2

1 ha = 1 hm^2 = 100 a = 10000 m^2

Që këtej:

20300 m^2 = 203 a

70000 dm^2 = 7 a

8000000 cm^2 = 8 a.

Detyrë: Sa kanë:

1) 1750000 dm^2 = ---------------- a

2) 19 ha = ---------------- a

3) 28795000000 cm^2 = ------------ a

4) 3060000 m^2 = ----------------- a

Sa ha kanë:

5) 800 a = --------------------- ha

6) 900000 m^2 = ----------------- ha

7) 4000000 dm^2 = --------------- ha

8) 9000000000 cm^2 = ------------ ha

këtu preje

Zgjidhja e detyrave
së artikullit V

1) 175 a
2) 1900 a
3) 28795 a
4) 30600 a
5) 8 ha
6) 90 ha
7) 4 ha
8) 9 ha

Artikulli VI

Informata: Zgjidhe detyrën aplikative!

Detyrë: Arën në formë të sipërfaqes drejtkëndëshe e kanë blerë 4 shokë: Floriku, Arianiti, Besarti e Gazmendi për të ndërtuar shtëpi dhe e kanë ndarë sipas nevojave të tyre, ashtu siç shihet në vizatim.

Sa të holla duhet të japë secili prej tyre, nëse 1 m^2 kushton 50 €. (1 mm në vizatim paraqet 1 m në natyrë):

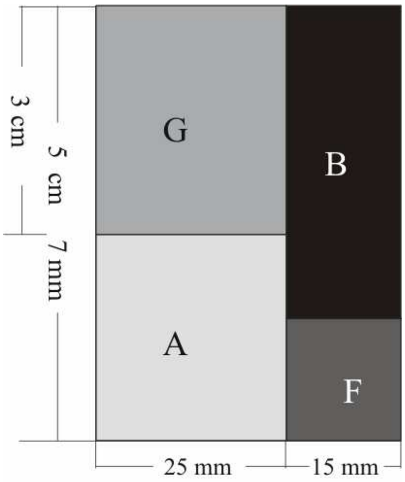


Fig. 28

F: ______________ mm^2

A: ______________ mm^2

B: ______________ mm^2

G: ______________ mm^2

Floriku: ___________________ €

Arianiti: __________________ _€

Besarti: ____________________€

Gazmendi: __________________€.

këtu preje

Zgjidhja e detyrës

së artikullit VI

F: 15 mm · 15 mm = 225 mm^2 ---------------- 11.250 €.
A: 25 mm · 27 mm = 675 mm^2 ---------------- 33.750 €.
B: 15 mm · 42 mm = 630 mm^2 ---------------- 31.500 €.
G: 25 mm · 30 mm = 750 mm^2 ---------------- 37.500 €.

ArtikulliI VII

VËREJTJE: Numri i detyrave praktike lidhur me llogaritjen e suprinave të sipërfaqeve drejtkëndëshe dhe katrore (duke e zbërthyer figurën e përbërë në disa figura më të thjeshta, katrore e drejtkëndëshe) është i madh. Pra, edhe "zinxhiri" i informatave dhe i detyrave është "i pafund".

8.1.1.3.3. PUNA ME FLETUSHKA MËSIMORE

Kjo është si njëra ndër format e metodave tekstuale. Ndryshe nga materiali i programuar, me ç'rast jepen pyetje të njëjta dhe detyra problemore për të gjithë nxënësit, kërkesat e fletushkave mësimore janë të diferencuara. Çdo fletushkë mësimore përmban nga tri lloje detyrash: të lehta, "të mesme" dhe të ndërlikuara. Shkalla e ndërlikueshmërisë së detyrës problemore diferencohet nga të tjerat që janë të asaj natyre me një shenjë speciale, po e zëmë, rreth i kuq dhe në të numri i detyrës ose pranë numrit të detyrës shënohet një yll, dy yje dhe tri yje. Në këtë rast nxënësi, si në "vetëshërbim", vetë mund të zgjedhë dhe të zgjidhë llojin e detyrës. Në fund të çdo detyre jepet zgjidhja. Po qe se gjatë orvatjes së parë nxënësi nuk e zgjidh dot detyrën me saktësi, ai është i detyruar që ta rizgjidhë. Në përgjithësi nis t'i zgjidhë detyrat, "e rangjeve më të ulëta", në mënyrë që pastaj të fillojë t'i zgjidhë ato "të rangjeve më të larta".

Gjatë punës me fletushka mësimore mësuesi e përcjell punën e nxënësve. Po qe se e vlerëson si të nevojshme, ai mund t'u japë edhe sqarime plotësuese. Fletushkat mësimore kryesisht aplikohen për të përsëritur, përforcuar, thelluar dhe sistemuar njohuritë e fituara më parë.

SHEMBULL F.M.1

1.* Cili numër është 3 herë më i vogël se 48?

2.* Rrethoji shprehjet e sakta:

a) $9 \cdot 6=56$ c) $6\cdot9=54$ e) $7\cdot9=56$

b) $8 \cdot 7=56$ d) $7\cdot8=54$ f) $9\cdot8=63$

3.* Gjyshi ka 60 vjeç. Sa vjeç ka nipi i tij, i cili është 5 herë më i ri se ai?

1.** Llogarit shumën e të tretës së numrit 48 dhe të katërtës së numrit 72.

2.** Shkruaj në katrorë numrat e nevojshëm në mënyrë që barazitë të jenë të sakta:

a) $9\cdot5+9 = 9\cdot\square$

b) $7\cdot9 - 7 = 7 \cdot \square$

3.** Agroni ka mbushur një vozë 100 l me vajguri për ndezje. Zbrazi 8 herë kovën nga 7l dhe 3 herë nga 12 l.

A e ka mbushur vozën?

1.*** Katër herë duhet shkruar shifrën 2 dhe shenjën e dy veprimeve të njehsimit që rezultati të jetë 46.

2.*** Shkruaj në katrorë numrat e nevojshëm, në mënyrë që jobarazitë të jenë të sakta.

a) $8\cdot9 - 8 > 8\cdot\square$

b) $6\cdot8+6 < 6 \cdot\square$

3^{***}.Në kopsht janë 90 rrënjë lule. Çdo e treta e tyre është tulipanë (lulekupë) dhe çdo e gjashta trëndafil. Gjeni sa tulipanë e sa trëndafila ka pasur gjithsej.

ZGJIDHJET:

1^{*} 48:3=(30+18):3=30:3+18:3 = 10+6=16

2^{*} (b) (c)

3^{*} 60:5=(50+10):5=50:5+10:5=10 + 2 = 12 vjetë

1^{**} 48:3+72:4 = 16+18 = 34

2^{**} a) 6 b) 8

3^{**} 8·7 + 3·12 = 56+36 = 92 l (jo)

1^{***} 22·2+2 = 44+2 = 46

2^{***} a) {1, 2, 3, ..., 7} b) 10, 11, 12, ...,}

3^{***} 90:3+90:6 = 30+15=45 tulipanë e trëndafila.

8.1.1.3.4. PËRPUNIMI I TEKNIKAVE DHE I METODAVE BASHKËKOHËSE

Teknikat dhe metodat bashkëkohëse të mësimdhënies, të cilat do t'i trajtojmë në kursin tonë, realizohen nëpërmjet **tekstit**.

Mësimdhënia bashkëkohëse, e cila mbështetet në **strukturën tripjesëshe, për të nxënit aktiv dhe të menduarit kritik (ERR),** sot për sot, mbërthen në vete më shumë se **30 teknika të mësimdhënies**, kurse nesër e pasnesër numri i tyre do të jetë edhe më i madh.

Ndër këto teknika veçojmë:

(1) **Fletushkat e përziera**;
(2) Ngjyrosje e lirë;
(3) Analizë e tipareve kuptimore;
(4) Ecuria e të ripyeturit;
(5) Mësimdhënie e ndërsjellë;
(6) Klaster;
(7) Ditari dypjesësh;
(8) Di /dua të di/ mësoj;
(9) Fjalët kyçe
(10) Tabela T;
(11) Diagrami i Venit;
(12) Pesëvargëshi;
(13) Breinstorming;
(14) Rrjeti i diskutimit;
(15) Kubimi;
(16) Teknika me këmbime;
(17) Teknika këndet;
(18) Teknika e ndërthurjes;
(19) Mendo / puno në dyshe / shkëmbe mendime;
(20) Teknika – gjetja e numrit shenjë;
(21) Skuadrat – lojërat – turnetë;
(22) Teknika të shkurtra për zgjidhje problemesh dhe për diskutime (Numërimi brenda grupit, Intervista me tri faza, Shkëmbe një problem dy deri në katër nxënës);
(23) Teknika që kërkojnë lëvizje në klasë (Përzierje e paraleles, Rishikim me rigrupim, Truri i galerisë, Një qëndron – tre ikin);
(24) Teknika që kërkojnë mendime dhe shqyrtime të pavarura (Vija e vlerave – e tërë paralelja; Qëndrimet "pro" dhe "kundër"; Shqyrtim në grup – e tërë paralelja; Rolet e luajtura nga nxënësit);
(25) Klipingu;
(26) Algoritmi;

(27) **I.N.S.E.R.T.**

(28) **Ruaje fjalën e fundit për mua;**

(29) **Rrjeti i diskutimit;**

(30) **Tabela e koncepteve (nocioneve**), etj.

Me një përpunim dhe implementim të shkallëzuar të teknikave, që sapo i veçuam (**Nxënësi është në epiqendër të mësimdhënies**), zë fill, zhvillohet dhe kultivohet **Mendimi kritik**, i cili, për arsye të ndryshme, kërkon **kohë.**

Kuptohet vetiu se çdo lëndë mësimore i ka specifikat e saj të dukshme. Në këtë drejtim, nuk është e mundur që të gjitha teknikat dhe metodat bashkëkohëse të mund të aplikohen në çdo lëndë mësimore. Pra, të gjitha teknikat e sipërpërmendura, nuk kanë po atë rëndësi për MEM. Disa prej tyre janë të paaplikueshme, ndërsa disa të tjera, mund të përdoren në secilën nga fazat (**Evokim, Realizim i kuptimit, Reflektim**).

Për përdorimin e teknikave bashkëkohëse të mësimdhënies duhet ndjekur **kurset e aftësimit**. Konsultimi i literaturës vetëm për vetëm nuk mjafton!

Për t'iu ardhur në ndihmë mësuesve, e nëpëmjet tyre edhe nxënësve, fillimisht, kemi përzgjedhur dhe përshtatur disa "teknika të lehta", të cilat ndiqen nëpërmjet shembujve.

FAZA E EVOKIMIT

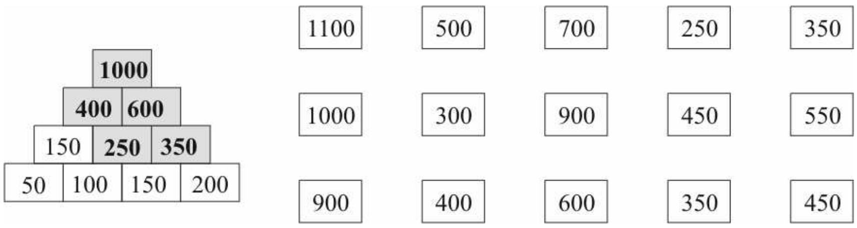
Në fazën e **Evokimit** (E), synohet të përgjithësohen paranjohuritë e nxënësve lidhur me njësinë (temën) mësimore, të zgjohet kureshtja dhe të përcaktohet **qëllimi i kërkimit**, me kohëzgjatje 10-15 minuta.

8.1.1.3.4.1. Fletushkat e përziera

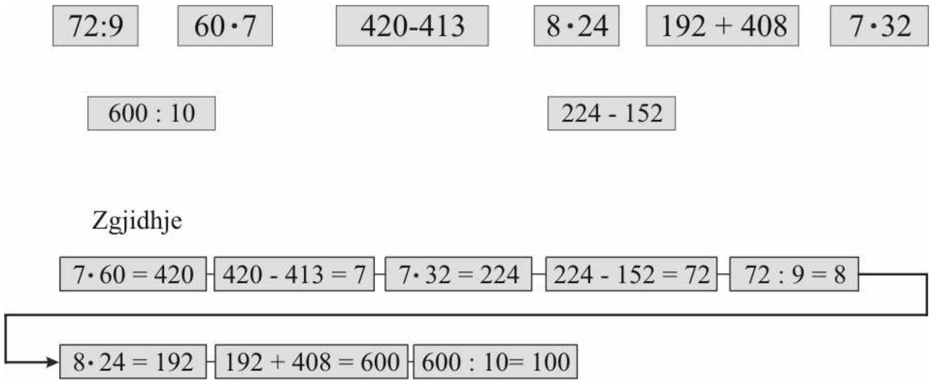
Mësuesi mund të shkruajë 6, 7, 8 e më shumë copëza letrash të veçanta, në të cilat mund të jenë shënuar nënrezultate "të shkëputura" nga një problem "zinxhiror" Ato, vendosen diku afër tabelës shkollore dhe nga nxënësit kërkohet që t'i rivendosin me renditje logjike. Secili nxënës vendos nga një copëz letre (ku mund të jetë i shënuar numërori, relacioni, nocioni…), në "pozicionin" ku ata mendojnë dhe vlerësojnë që është logjike duke i mbështetur ato "pozicione" edhe në arsyetime gojore (provë).

Pasi nxënësit e paraleles, pak a shumë të jenë të një mendjeje me këtë renditje, mësuesi ofron "**një kopje të dytë**", të asaj çfarë është zgjidhja deri në at çast, **për të krahasuar, nëse dhe kopja e dytë përmban renditje të njëjtë, sikurse ajo, që kanë bërë ata vetë**.

Shembull 1° “Murin” vijues, plotësoni me “tullat” që “ndreqin punë”:



Shembull 2° Sistemojeni copëzat e letrave në mënyrë që të na paraqesin lojën e dominos:



8.1.1.3.4.2. Ngjyrosje “e lirë”

Në fazën e **Evokimit**, mund të merren detyra, të cilat paraqesin si “**një lloj kalimi nga matematika në art**”, të zëmë “pankarta” të veçanta të një tabele, e cila mund të jetë e “qëndisur” me shuma, ndryshesa, mbledhje dhe zbritje të numrave. Vlerat numerike nëpër ”pankarta”, së pari do të duhej t’i llogaritnim, e më pastaj t’i ngjyrosnim dhe kjo, vlerat numerike të barabarta “hijesohen” me ngjyrë të njëjtë.

Shembull 3°

Kësaj radhe nxënësit “do të duhej” të jenë nën trysninë e kohës, duke zënë kështu fill **saktësia dhe shpejtësia e zgjidhjes së detyrave**. Po qe se forma e

7	14 - 9	7 + 8	13 - 6
12 - 7	15	16 - 9	5
6 + 9	15 - 8	13 - 8	9 + 6

punës individuale del joefikase (nxënësit “nuk janë shumë të sigurt në caktimin e ngjyrës” për pankarta të caktuara), ajo do të mund të zëvendësohet me formën e punës në çifte. Në vazhdim, nxënësit do t’ia “lexojnë” njëri-tjetrit ngjyrosjet (hijesimet) e shumave dhe ndryshesave korresponduese.

8.1.1.3.4.3. Analiza e tipareve kuptimore

Është njëra ndër llojet e teknikave të mësimdhënies. Trajtohet atëherë, po qe se paranjohuritë e nxënësve lidhur me nocionin (relacionin…) e caktuar nuk janë të mjaftueshme. Kjo teknikë iu referohet analizave krahasuese të tipareve të një nocioni (relacioni…) të ri, më pak të njohur, me tiparet e dy nocioneve (relacioneve…) më të njohura për nxënësit.

Mësuesi përpilon një tabelë dhe e paraqet para nxënësve nëpërmjet aparateve projektuese ose në një tabak të madh letre. Emërtimet e tri nocioneve, që do të krahasohen, shkruhen në një shtyllë, në të majtë të tabelës dhe në rreshtin horizontal, në krye të tabelës, vendoset një listë me tiparet, në mbështetje të së cilës do të krahasohen këto nocione.

Fillimisht, nxënësit diskutojnë për dy nocionet e njohura, duke shënuar “+” për ”**PO**” dhe “-“ për “**JO**”, apo edhe “?” për të treguar “**PASIGURINË**” e tyre për atë tipar.

Shembull 4^{o}

	NJËSI PËR MATJEN E		NËNFISH	SHUMËFISH	SIMBOLI		
	GJATËSIVE	PESHAVE			1 dkg	1 dkm	1 q
DEKAGRAMI	–	+	+	–	+	–	–
DEKAMETRI	+	–	–	+	–	+	–
KUINTALI	–	+	–	+	–	–	+

Para se të fillojë **faza e Realizimit të kuptimit**, nxënësit i lexojnë “parashenjat” e shënuara, të cilat, me gjasë edhe i korrigjojnë.

8.1.1.3.4.4. Klastëring

Fjala **Klaster** (në anglishte cluster) e ka kuptimin si "**Harta e mendimeve**", "**Pema e mendimeve**" apo "P**ema e mendjes**".

Klastëring është një teknikë (ecuri) e mësimdhënies, e cila i nxit nxënësit të mendojnë, të flasin dhe të shkruajnë lirisht lidhur me "asociacionet aritmetike". Përdoret në fazën e **Evokimit** dhe të **Reflektimit** për të grupuar nocione, ide, fjalë, simbole, relacione…, për të nxitur të menduarit, para se të shtjellohet dhe zbulohet përmbajtja e re mësimore, si një shteg për të kapur dhe ndërtuar lidhje të reja.

Klasteri mund të komponohet nëpërmjet punës individuale ose nëpërmjet punës në çifte. Formimi i tij nuk do të duhej të paraqesë vështirësi:

a) – Shkruani një nocion të përzgjedhur, në qendër të një cope letre, grafofolie apo në tabelë;

b) – Filloni të shkruani të gjitha nocionet e tjera që mendoni se asocojnë (kanë lidhje) me nocionin e zgjedhur;

c) – Filloni t'i vëni lidhjet dhe "urat" grafike midis nocioneve që i përkasin "gjinisë së njëjtë" apo "të ngjashme";

d) – Gjatë punës së komponimit të klasterit (10-15 min) duhet të shkruani sa më shumë nocione.

Për ta sajuar një klaster, ekzistojnë disa rregulla, të cilat do të duhej të ndiqen:

(1) - Shkruani atë, që në momentin aktual ju vjen në mendje, duke mos i paragjykuar mendimet;

(2) – Shkruaj, shkruaj dhe vetëm shkruaj: nocione, fjalë, shenja, ide të reja, derisa të mbarojë koha e lejuar, 10 apo 15 minutëshe dhe

(3) – Në "lëmshin e nocioneve", "zbulo" në mes tyre "fije lidhjeje" sa më shumë që të jetë e mundur.

Po qe se do ta përdorim klasterin, do të duhej ta zgjedhim nocionin apo temën, për të cilën i tërë grupi i nxënësve ka paranjohuri të mjaftueshme dhe preferenca. Tema do të duhej të jetë joshëse, interesante dhe e njohur, nga e cila do të mund të "lulëzojë" një klaster i plotë. Kur të gjithë pjesëmarrësit ta kenë formuar klasterin, ekziston mundësia për ta këmbyer në mes veti "Pemën e mendimeve".

Shembull 5°

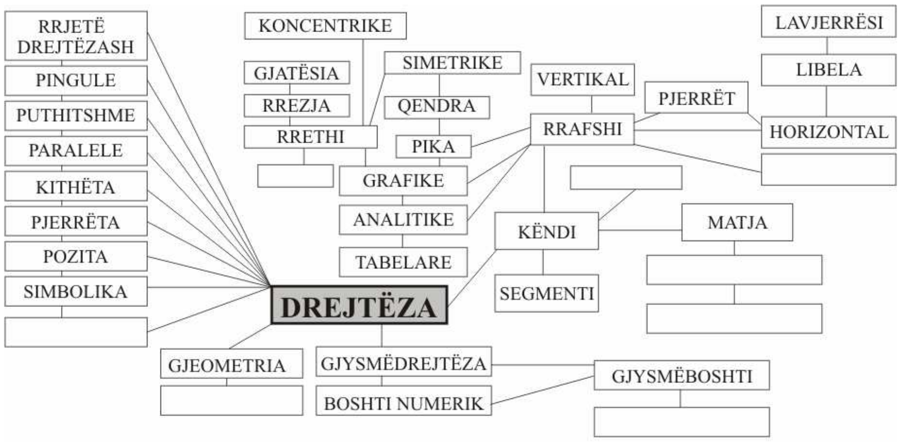


Fig. 29

FAZA E REALIZIMIT TË KUPTIMIT

Pasi nxënësit t'i kenë "kontrolluar" njohuritë e tyre (të zëmë, nëpërmjet **Klasterit**), pasi të kenë parashtruar pyetje, duke vënë para vetes objektivat dhe qëllimet mësimore, ata futen në fazën tjetër, në atë të **Realizimit të kuptimit**, e cila mesatarisht zgjat 20-25 minuta.

Në mbështetje të modelit ERR, kjo fazë sendërtohet nëpërmjet disa teknikave të mësimdhënies apo varianteve të tyre.

8.1.1.3.4.5. Ecuria e të ripyeturit

Aplikohet në mbështetje të një teksti informues.

Dy nxënës lexojnë tekstin së bashku dhe ndalojnë në fund të çdo paragrafi dhe pyesin njëri-tjetrin ndërsjell. Pyetjet janë të lidhura me ide thelbore të paragrafit. **Ato do të duhej të komponohen në atë mënyrë që të mos vjelin përgjigje të gatshme në paragraf**.

Ecuria e të ripyeturit konsiston në atë, përgjigjet do të duhej të jenë **produktive** (**zbuluese**). Kuptohet vetiu, modelimi dhe rrjedha e disa pyetjeve mund të jenë të paqarta, por edhe disa përgjigje të nxënësve, mund të jenë të pasakta!

Në vazhdim, **mësuesit i vjen radha për t'u pyetur nga nxënësi, për paragrafin, rregullën, detyrën, relacionin, algoritmin,… e njëjtë dhe ai duhet të përgjigjet**!

Kështu, duke i krahasuar përgjigjet e nxënësve me ato të mësuesit, nxënësit e tjerë "do t'i hetojnë" gabimet eventuale tek pyetjet dhe përgjigjet e nxënësve, të cilat me gjasë do të korrigjohen.

Pasi të jetë sqaruar përmbajtja e paragrafit të parë, me ecuri identike apo të ngjashme, do të mund të kalohet në paragrafin e dytë dhe kështu me radhë.

Shembull 6^o

Shumën e gjatësive të të tri brinjëve të trekëndëshit e quajmë Perimetër të trekëndëshit.

Në qoftë se gjatësitë e brinjëve të trekëndëshit brinjëndryshëm ABC i shënojmë me a, b, c, atëherë perimetri i tij është baras P=a+b+c.

Ja pyetjet e lidhura me ide thelbësore të paragrafëve të mësipërm:

1^o **Zbulojeni algoritmin e perimetrit të trekëndëshit barabrinjës**! (P=3a). Përse?:

2^o **Zbulojeni algoritmin e perimetrit për trëkëndëshin barakrahës**! (P=a+2b). Përse?

3^o **Zbulojeni algoritmin e perimetrit për trekëndëshin kënddrejt**! (P=a+b+c)

4^o **A mund të jetë edhe ndryshe**? Të zëmë, P=2a+c!

5^o **Si quhet trekëndëshi, perimetri i të cilit është** P=2a+c? (Trekëndësh kënddrejt barakrahas).

8.1.1.3.4.6. Mësimdhënia e ndërsjellë

Qëmoti dihet: **Shtegu më efiçent për të nxënë është, të mësosh duke dhënë mësim**. Në këtë kuptim, është indikativ aforizmi i Sami Frashërit: "**Kush mëson të tjerët, mëson më shumë, se ata që mësohen (kush shkruan, përfiton më shumë se ata që lexojnë**)". Kështu e mira e së mirës është **aftësimi i të gjithë nxënësve, për ta provuar rolin e mësuesit**.

Fillimisht, mësuesi do të jetë drejtues i diskutimit dhe i sqarimeve 10 minutëshe, të paragrafit, detyrës problemore, plotësimit të "tabelës", vizatimit,…, të parë. Mësuesi para nxënësve shpalos **artin e të pyeturit**. Ai do të përpiqet të sqarojë ndonjë përmbajtje "të errët", duke shprehur thelbësoren e saj.

Do të ishte me shumë dobi, kultivimi **i të vërejturit të kujdesshëm** tek nxënësit; Mësuesi si e drejtoi diskutimin? – Si i parashtroi ai pyetjet?

Në vazhdim, "stafetën" për mësimdhënie, do ta marrë nxënësi. "Mandati" i tij, në rolin e mësuesit, gjen terren dhe shprehje po qe se ai di:

- Të "përkthejë" përmbajtjen që sapo është thënë, d.m.th. "me fjalët e tij" ta thotë dhe ta shprehë rregullën, pohimin, relacionin, plotësimin…
- Të formulojë së paku një pyetje për "tekstin e ri", ndërsa pjesëtarët e grupit (4-7 nxënës) të bëjnë përpjekje për të dhënë përgjigje të kënaqëshme;
- Të sqarojë dhe të mbrojë ecuri, relacione, zgjidhje, formulime, plotësime…, të cilat, nga disa nxënës nuk mund të kapen për të parën herë;
- Të normojë paragrafin apo një pjesë të tij, që do të lexohet dhe do të interpretohet apo detyrën problemore që do të zgjidhet në vazhdim, nga një nxënës i ardhshëm.

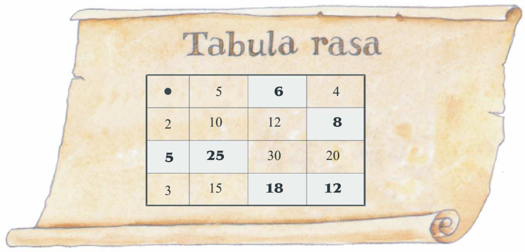
Në punën e nxënësit nuk përjashtohet asistimi “miniatural”, i drejtpërdrejtë i mësuesit, në ndonjë qasje; (të zëmë: ja se si do ta:

- plotësoja unë “tabelën”;
- zbërtheja unë faktorin:
- formuloja unë pohimin;
- zgjidhja unë problemin;
- vizatoja unë figurën….),

për t’i mposhtur vështirësitë aktuale, për të fituar pavarësinë në punë. **Puna praktike e nxit, e stimulon, e këndell dhe e pasuron prirjen intelektuale të nxënësve.**

Shembull 7^o

Plotësojeni ‘TABULA RASA”-n vijuese:



•	5	**6**	4
2	10	12	**8**
5	**25**	30	20
3	15	**18**	**12**

Fillimisht, mësuesi do të duhej ta “elaborojë” ecurinë e plotësimit të katrorëve bosh, të tabelës.

Parashtrojmë disa pyetje:

a) Cilat prodhime janë dhënë që në “start”?

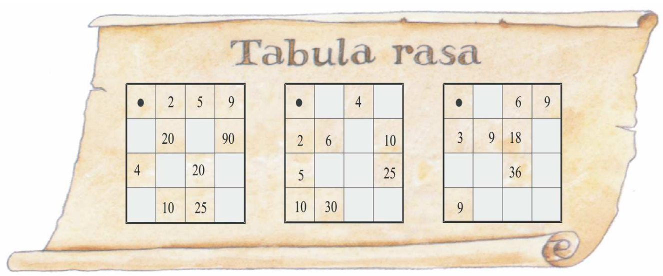
b) Cilat prodhime do të duhej t’i dimë?

c) Po qe se është dhënë prodhimi 30 (rreshti i tretë), a mund t’i dimë që në “start” faktorët e tij?

d) Nëpërmjet njërit faktor a mund të “zbulohet” prodhimi dhe faktori tjetër, dhe kjo që në “start”?

Sqarojmë: Plotësimi i kësaj “TABULA RASE” si të ishte një “fjalëkryq”, shpie në llogaritjen e prodhimeve të formës a·b = **x** dhe barazimeve të formës a **x** = b dhe **x** a = b. Kështu dimë, 10 = 2·5, 2·x = 12, d.m.th. x = **6**; 2·4 = **8**; **x**·6 = 30 d.m.th.: **x** = **5** (në rreshtin e tretë). Provohet me **5**·4 = 20; 5·5 = **25**; 3·5 = 15 (e gatshme) 3·6 =**18** dhe 3·4 = 12

Në vazhdim, nxënësit me radhë duke marrë rolin e mësuesit do të



•	2	5	9
	20		90
4		20	
	10	25	

•		4	
2	6		10
5			25
10	30		

•		6	9
3	9	18	
		36	
9			

përpiqen t’i plotësojnë “TABULA RASA”-t vijuese:

Nëpërmjet mësimdhënies së ndërsjellë, te të gjithë nxënësit zgjohen asociacione, që megjithatë, matematika mund të mësohet!

8.1.1.3.4.7. Ditari dypjesësh

Përfaqëson një teknikë mësimore, përmes së cilës "ballafaqohen" njohuritë e deriatëhershme dhe përvojat vetanake të nxënësit me paqartësitë, "misterin" dhe të "panjohurat" e një përmbajtjeje apo detyrë problemore tekstuale.

Ditari dypjesësh sajohet duke hequr një vijë vertikale në mes të faqes së fletores.

• Në anën e majtë të pjesës së ndarë shkruhen ato pjesë të tekstit, të cilat mund të kenë zgjuar kureshtjen apo të cilat duken të "mjegulluara", apo me të cilat ndoshta edhe nuk pajtohet!

• Në anën e djathtë të faqes shkruhen:

- Mendimi personal i nxënësit lidhur me tekstin e ofruar;
- Cilat elemente të tekstit bien ndesh me lexuesin;
- Vërejtjet, sugjerimet dhe kërkesat e tjera eventuale.

SHEMBULL 8°

Numrat 3 dhe 5 janë mbledhorët e numrit_______, sepse ____+____=8. Përse, asnjëri nuk është gjysma e numrit 8?

____ 7 + 5 = _________,

numri__________ gjysma e numrit _______ dhe as numri _________ nuk është

gjysma e _______sepse______ është gjysma e numrit ______ dhe as numri ______ nuk

është gjysma e numrit _______ sepse _________________________.

Ditari

-Pjesa e parë e detyrës është paksa më e qartë, ndërsa pjesa e mesme dhe pjesa përfundimtare e detyrës, janë "të mjegulluara" për mua! - Nuk pajtohem me dhënien e kësaj detyre, sepse unë di: 7+5=12 në vazhdim mund të shkruhet **numri 6 është** gjysma e **12**, por edhe numri 7 nuk është gjysma e 12, etj.	-Disa nga vendet bosh në këtë tekst, do të duhej të jenë plotësuar nga xhaxhi autor! - Mungojnë fjalët dhe numërorët, të cilët përcaktojnë rrjedhën e pohimit, detyrës… - Për t'i plotësuar vendet bosh, unë kërkoj ndihmë! - Detyrat e tjera të cilat mund të më ofrohen, dëshiroj të jenë më të qarta, në mënyrë që "me dorën time" do t'i plotësoja vendet bosh.

8.1.1.3.4.8. Di Dua të di Mësoj

Kjo teknikë përdoret në fazën e Realizimit të kuptimit. Zbatimi i saj zgjat 20-25 min. Përdoret në të gjitha lëndët e mësimit dhe në të gjitha klasat. Fillimisht, mësuesi ndërton një tabelë të këtij lloji:

DI	DUA TË DI	MËSOJ
Renditen njohuri që nxënësit i dinë.	Renditen pyetje lidhur me njohuri për të cilat nxënësit duan të dinë më shumë.	Renditen njohuri, të cilat nxënësit i vlerësojnë si informacione të reja, të mësuara në klasë.
* * *	* * *	* * *

Në shtyllën "**DI**" radhiten nocionet, relacionet,…, informacionet, të cilat nxënësit tashmë i dinë (të zëmë, të testuara nëpërmjet klasterit në fazën e Evokimit).

Në shtyllën "**DUA TË DI**" radhiten pyetjet, të cilat nxënësit dinë t'i formulojnë dhe për të cilat shfaqin interesim. Po qe se nxënësit janë të pasigurt, apo nuk dinë të formulojnë pyetje, mësuesi do të duhej t'i këshillojë apo t'i ndihmojë ata.

Nga nxënësit kërkohet t'i mbajnë në mend këto pyetje dhe ndërkohë atyre iu ofrohet **leksioni për ta lexuar**.

Pas leximit, nxënësit orientohen serish tek shtylla "**DUA TË DI**". Këtu "zbulohen" përgjigjet që janë gjetur gjatë leximit të leksionit dhe shënohen në shtyllën **MËSOJ**.

Më pas, mësuesi pyet çfarë informacioni tjetër ndeshim për të cilin nuk keni shtruar ndonjë pyetje më parë. Edhe këto informacione do të shënohen në shtyllën **MËSOJ**.

Në fund diskutohet: Përgjigjet e pyetjeve të caktuara ku mund të gjenden, apo, përse disa pyetje nuk kanë marrë përgjigje?

Shembull 9^{o}

DI	DUA TË DI	MËSOJ
1^{o} Këndi **2^{o} Kulmi i këndit** **3^{o} Krahët e këndit** **4^{o} Emërtimi i këndit** **5^{o} Vizatimi i këndit** **6^{o} Matja e këndit** **7^{o} Krahasimi i këndeve**	1^{o} Cilat janë llojet e këndeve? 2^{o} Në cilat figura gjeometrike, këto kënde i "prekim me dorë"? 3^{o} Madhësinë (në shkallë) të këtyre këndeve. 4^{o} A ekziston këndi po qe se krahët e tij shtrihen në një drejtëz? 5^{o} Po qe se krahët e këndit pu-	1^{o} Këndet mund të jenë: **i ngushtë, i drejtë** dhe **i gjerë.** 2^{o} Trekëndëshi, drejtkëndëshi, paralelogrami, trapezi. 3^{o} Këndi i ngushtë ka më shumë se 0^{o} dhe më pak se 90^{o}.

	thiten, a përfaqëson kënd? 6^o Po qe se dy drejtëza priten, sa kënde formohen dhe si quhen këto kënde? 7^o Po qe se dy drejtëza paralele a dhe b priten me një drejtëz të tretë c, sa kënde formohen dhe si quhen këto kënde?	- Këndi i drejtë ka $90^{\mathbf{o}}$. - Këndi i gjerë ka më shumë se 90^o dhe më pak se 180^o 4^o Po, ky quhet **kënd i shtrirë**. 5^o Po, ky quhet **këndi zero**, por edhe **kënd i plotë**, i cili ka 360^o (Pason interpretimi!) 6^o Formohen 4 kënde dhe këto quhen **kënde kryqëzore**. 7^o Formohen 8 kënde, të cilat quhen **kënde me krahë paralele**

FAZA E REFLEKTIMIT

Në këtë fazë të strukturës **ERR**, nxënësit përforcojnë të nxënit e ri, i cili do të duhej të jetë i qëndrueshëm. Disa nga teknikat e përmendura, të cilat aplikohen në fazën e parë dhe të dytë gjejnë terren dhe shprehje edhe në fazën e Reflektimit, rëndom me kohëzgjatje 10-minutëshe.

8.1.1.3.4.9. Fletushkat e përziera

Para se nxënësve t'iu ofrohen bashkësi nocionesh të përziera, një "thes" simbolesh të çfarëdoshëm, algoritme të sakta dhe të pasakta, pjesë fjalësh e fjali të shkëputura dhe të përziera, me shumë rëndësi është që mësuesi (apo edhe nxënësi) t'u tregojë nxënësve: Çfarë do të përsëritet; Përse do të përsëritet dhe si do të përsëritet përmbajtja e caktuar mësimore? – Këtu, për të qenë pohimi apo zgjidhja e vlefshme, do të duhej të bëhet **renditja logjike e "copëzave" të përziera**.

Shembull:

a) MBLEDHJA DHE ZBRITJA JANË   TË SHKALLËS SË DYTË

TË SHKALLËS SË PARË   VEPRIME ARITMETIKE

VEPRIME ARITMETIKE SHUMËZIMI DHE PJESËTIMI JANË

b) MË PARË DUHET TË LLOGARITEN TË SHKALLËS SË PARË

VEPRIMET ARITMETIKE TË SHKALLËS SË DYTË

DHE MË PASTAJ VEPRIMET ARITMETIKE

8.1.1.3.4.10. Fjalët kyçe

Fillimisht, mësuesi shkruan në tabelë **tri apo katër nocione (fjalë), të rëndësishme (kyçe),** të cilat nxënësit do t'i ndeshin gjatë leximit të një teksti, të zëmë, **këmbimi; 10 milionëve, 10 dhjetë milionëve; 10 qind milionëve** dhe **miliard**.

Nxënësit do të duhej të përfytyrojnë çfarë do të ndodhë, çfarë të re mund të sjellin këto nocione, duke krijuar kështu asociacione me nocionet e dhëna.

8.1.1.3.4.11. Tabela T

Tabela T gjen zbatim për të mbajtur shënim përgjigjet binare (**PO, JO**) gjatë një diskutimi. Rëndom, diskutimet parapëlqehen atëherë, kur drejtohen nga nxënësit vetë.

Pas leximit të thënieve apo pyetjeve të parashtruara, nxënësit në dyshe mund të ndërtojnë një tabelë T dhe në të majtë të saj, do të duhej të shënohen arsyeshmëri të mbështetura në ligjësori, përse jemi përcaktuar për përgjigjen **PO**, ndërsa në të djathtë, përse jemi përcaktuar për përgjigjen **JO**.

Në fund të këtij harku kohor 10 minutësh, për 5 minuta të tjera, ata mund të krahasojnë tabelën T, të tyre, me atë të një dysheje tjetër.

Në përmbyllje, mësuesi mund të shpalosë tabelën T të tij për t'u mundësuar nxënësve – vetëvlerësimin.

SHEMBULL

1). Thyesat janë numra…… PO JO

2). $\frac{1}{3} > \frac{1}{2}$ ………………. PO JO

3). $1 < \frac{3}{3}$ ………………….PO JO

Faktet për PO	Faktet për JO
-	-
-	-
-	-

4). $\frac{4}{4} = \frac{6}{6}$ ……………….....PO JO

5). 5 dm < $\frac{1}{2}$ m………….. PO JO

6). $\frac{1}{2} \cdot 14 = \frac{1}{4} \cdot 28$ ....PO JO

8.1.1.3.4.12. Diagrami i Venit

Me qëllim që bashkësitë numerike, të figurave dhe të trupave gjeometrikë, të nocioneve, të relacioneve… dhe marrëdhëniet ndërmjet tyre “t’i vërejmë sa më mirë”, aplikojmë Diagramin e Venit, rrathë apo “vija të mbyllura”, të vizatuara, në një rrafsh, të cilat kanë një, dy apo më shumë veçori (elemente) të përbashkëta ose nuk kanë asnjë sosh.

SHEMBULL

Shqyrto tri veprimet aritmetike **mbledhjen, zbritjen** dhe **shumëzimin**, lidhur me **vetinë komutative** dhe **asociative** të tyre.

- Veprimet aritmetike të **mbledhjes** dhe të **shumëzimit** përmbajnë **vetitë komutative** dhe **asociative**;
- Veprimi aritmetik i **zbritjes nuk përmban asnjërën nga këto veti;**
- Veçoritë e përbashkëta të të dy bashkësive (**vetitë komutative** dhe **asociative**) i përkasin si bashkësisë së parë, ashtu edhe bashkësisë së dytë.

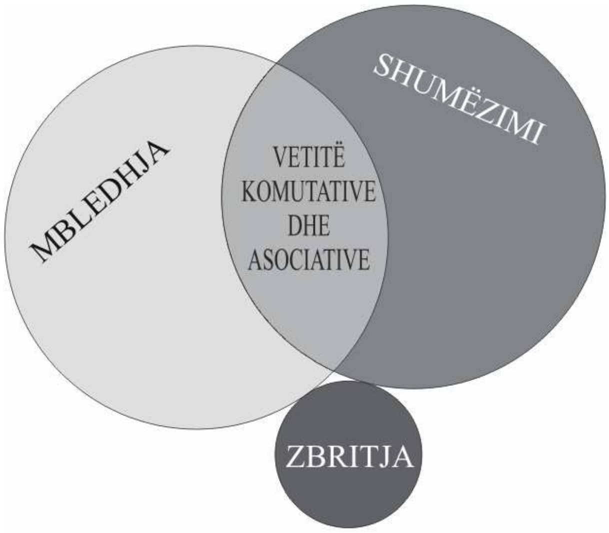


Fig. 30

8.1.1.3.4.13. Pesëvargëshi

Ndonjëherë, në jetë kërkohet të flasësh apo të shkruash shkurtimisht.

Nxënia, e cila shpalos informacionin e caktuar me pak fjalë, është aftësi intelektuale, e cila kërkon kultivim.

Pesëvargëshi, në cilësinë e teknikës së mësimit, konsiston në përmbledhjen e informacionit nëpërmjet shprehjeve të shkurtëra, por të sakta, të cilat përshkruajnë apo reflektojnë diçka lidhur me temën.

Kohëzgjatja për ta shkruar pesëvargëshin numëron 5 deri 7 min.

Një ecuri e punës së frytshme është që grupi i nxënësve të ndahet në çifte, ku secili do të shkruajë nga një pesëvargësh. Nëpërmjet ndihmës së ndërsjellë ata do të përvetësojnë njohuri dhe shkathtësi nga njëri-tjetri. Këta pesëvargësha të çiftëzuar, më pas, mund të shkëmbehen në grup.

Si shkon puna për të shkruar pesëvargëshin? (Formimi i pesëvargëshit, për herë të parë, me gjasë, nuk është punë e lehtë!)

Ofrohet nocioni i një teme për pesëvargësh.

1^o **Rreshti i parë paraqet një nocion të temës,**

2^o **Rreshti i dytë paraqet përshkrimin me dy fjalë të temës,**

3^o **Rreshti i tretë përmban tri fjalë, të cilat shprehin veprim apo demonstrim, lidhur me temën,** 4° **Rreshti i katërt përmban një fjali me katër fjalë, që shpreh qëndrimin për temën** dhe

5° **Rreshti i fundit paraqet një fjalë sinonime apo simbol matematik, që ripërcakton thelbin e temës**.

Shembulli 1°

LITRI

NJËSI MATËSE

PUNOHET VERIFIKOHET PRANOHET

SHUMËFISHA TË LITRIT: DEKALITRI DHE HEKTOLITRI

1 dm^3 (LËNG)

Shembull 2°

PABARAZIMI

ZGJDHJA MË E VOGËL ZGJIDHJA MË E MADHE

ZGJIDHET PROVOHET PRANOHET

PABARAZIMI PËRMBAN SHUMË ZGJIDHJE

INEKUACIONI

8.1.1.3.4.14. Breinstorming

Në bashkësinë e disa ideve, çdo person e ka të vështirë të përgjigjet, për momentin, cila ide është më e përpikëta, më e mira?

Breinstormingu, në cilësinë e teknikës së mësimdhënies dhe të të nxënit, **paraqet aktin e lindjes dhe të shprehjes së lirshme, të shumë ideve, lidhur me një çështje (problematikë) të një teme, fillimisht pa mbajtur qëndrim kritik ndaj tyre.**

Nuk bën, që pjesa më e madhe e kohës të humbaset për të analizuar një përgjigje, për të qenë ajo e drejtë apo e plotë. Në këtë drejtim, po qe se mësuesi udhëhiqet nga saktësia, atëherë me atë rast, nxënësve u është marrë **liria e të shprehurit lirshëm**.

Breinstormingu mund të aplikohet në fazën e Reflektimit me kohëzgjatje deri në 10 minuta. Nëpërmjet pyetësorit vijues, mund të vjelim një Breinstorming cilësor.

Shembull:

1° a) E veçanta e thyesave të thjeshta është:…….

b) E veçanta e thyesave të plota është…………

c) E veçanta e thyesave dhjetore është………….

2° Numëruesi apo emëruesi e përcakton **llojin e ndarjes**?

3° Gjysma e segmentit është segment, gjysma e drejtkëndëshit është drejtkëndësh, gjysma e trekëndëshit është trekëndësh,…, por gjysma e rrethit nuk është më rreth!

4° Atëherë, **objekti që ndahet dhe pjesët e tij,duhet t'i përkasin**….

5^o Po qe se **një mollë e ndajmë në dy gjysma.** Krahasoje **vëllimin** dhe **peshën** e atyre dy gjysmave! Çfarë vëreni? Komentoje!

6^o Plotësoni vendet boshe $\frac{1}{2}=\frac{}{}=\frac{}{}=\frac{}{10}=\frac{15}{}=\frac{20}{}=\frac{}{20}=\frac{}{}=\frac{}{}$

7^o Në ç'mënyrë, thyesa " mund të preket me dorë"?

8^o Përse, përdorimi i thyesave dhjetore daton që nga lashtësia?

9^o Nuk mjafton që nxënësi ta vërejë gjysmën, të katërtën, të tretën, etj. Është e nevojshme që ai përnjëmend… në dy, katër, tre… pjesë dhe kjo, jo vetëm njëherë!

10^o Thyesat do të bëhen "më të afërta" për çdo nxënës, nëse ato sqarohen nëpërmjet……… fizike.

8.1.1.3.4.15. Kubimi

Kubimi është teknikë mësimore, e cila ndihmon shqyrtimin e një teme (njësie mësimore) nga këndvështrime të ndryshme. Të menduarit, i cili buron gjatë procesit të Kubimit, i përngjan të menduarit sipas Taksonomisë së Blumit (me shpalosje të llojeve të ndryshme të të menduarit; **Nga niveli më i ulët i të menduarit – në nivelin më të lartë të tij).**

Kubimi, si një teknikë mësimore "e vështirë" (edhe në qoftë se përdoret shpesh) karakterizohet për shumëllojshmëri të ideve kërkuese-zbuluese. Ai konsiston në përdorimin e një kubi (me gjatësi tehu 15-20 cm), "me lëvizje të shpejta" ku në çdo faqe të tij shkruhen **6 kërkesa të shkurtëra**:

- PËRSHKRUAJE;
- KRAHASOJE;
- SHOQËROJE;
- ANALIZOJE;
- ZBATOJE dhe

- ARSYETOJE (për ose kundër).

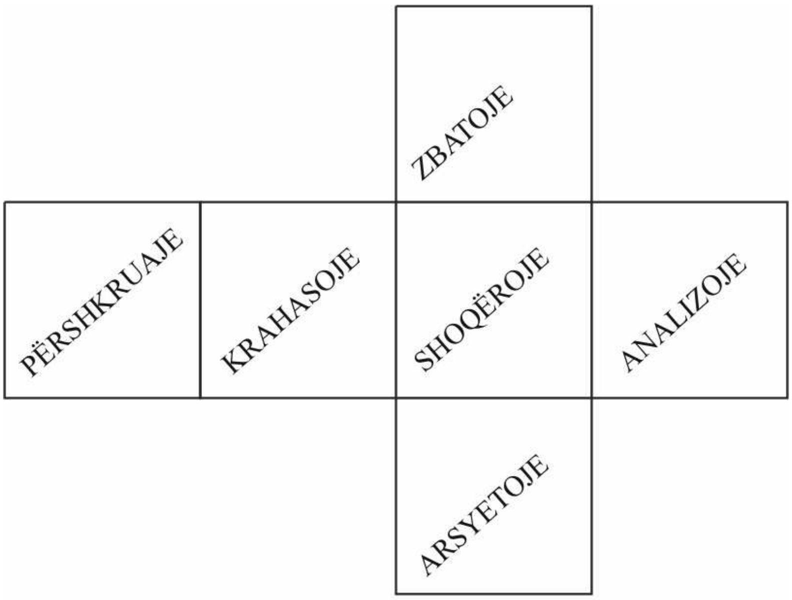


Fig. 31

Nëpërmjet kubimit, mësuesi i udhëheq nxënësit, për të paraqitur nëpër faqet e kubit një “shkrim të lirë”, 2-4 min. lidhur me një temë, të përzgjedhur me kujdes, për të cilën ata kanë njohuri. Kur të veprohet kështu me të gjashtë faqet e tij, e mira e së mirës është të përfillet rregulla: **Nga të menduarit e thjeshtë – tek të menduarit e përbërë**. Kubimi përdoret jo vetëm në fazën e **Reflektimit**, por edhe në atë të **Evokimit**.

Fillimisht, nxënësit udhëzohen të mendojnë për temën dhe ta përshkruajnë atë. – Vëreje **objektin matematik dhe përshkruani vetitë e tij, për të cilat jeni në dijeni: formën, ngjyrën, radhitjen, pozitën, masën, madhësinë, numrin matës…!**

“Aplikacionet” për të gjashtë faqet e kubit janë:

PËRSHKRUAJE: Vërejeni objektin dhe përshkruani çfarë shikoni: formën, peshën, dendësinë, vëllimin, gjendjen agregate (të ngurtë, të lëngët, të gazët), përmasat, materialin ndërtimor…!

KRAHASOJE: Objektin matematik që po e vëreni, të krahasohet me një objekt identik, të ngjashëm apo të ndryshëm. Emërtoni vetitë e ngjashme, identike apo të ndryshme, të tyre!

SHOQËROJE: Çfarë ju bën të mendoni. Në shkollë, në lojë, në jetë… Çfarë shoqërimesh keni me këtë objekt? Persona të caktuar a mund ta “braktisin” këtë objekt?!

ANALIZOJE: Të tregohet, si është ndërtuar objekti? Si mund të shpërbëhet? Cilat janë pjesët përbërëse të tij. Cilët persona nuk mund ta bëjnë shpërbërjen e objektit?

ZBATOJE: Ku, kur, si dhe për çfarë mund të përdoret? Ç'mund të bëni me të? Për cilët persona, përdorimi i tij është i panevojshëm, ndërsa për cilët persona përdorimi i tij është jeta, vetë?!

ARSYETOJE: Përdorni cilindo arsyetim që doni, logjik, jologjik ose ndonjë të ndërmjetëm, për të marrë një qëndrim **për** apo **kundër** tij.

Me fëmijët e vegjël "fjalët e pakuptueshme" të kësaj teknike, zëvendësohen me fjalë të tyre "sinonime":

për PËRSHKRUAJE - SI DUKET?
për KRAHASOJE - ME KËND ËSHTË I NGJASHËM, NDRYSHON NGA….
për SHOQËROJE - ÇFARË JU BËN TË MENDONI?
për ANALIZOJE - NGA SE ËSHTË I PËRBËRË
për ZBATOJE - SI MUND TA PËRDORNI?
për ARSYETOJE - ËSHTË I MIRË APO I KEQ? PËRSE?

Fëmijët e vegjël a do të duhej t'i përdorin të gjashtë faqet? Parimsht, jo! Për ta, shpesh, tri faqe janë të mjaftueshme! Megjithatë, kjo varet nga tema e ofruar dhe nga përbërja e grupit.

Duke vazhduar shkrimin, nxënësit shkëmbejnë përgjigjet për çdo faqe të kubit. Nuk ka rregulla të përcaktuara se në ç'mënyrë nxënësit i shkëmbejnë mendimet e tyre.

Shembull: **PARAJA**

PËRSHKRUAJE: Paraja fabrikohet. Ajo mund të jetë e punuar nga letra speciale (kartëmonedha) dhe nga lëgura metalike (monedhë). Përmasat dhe ngjyrat e kartëmonedhave varen nga vlera blerëse e tyre. Pesha e një kartëmonedhe është jopërfillëse. Ajo mund të griset, të digjet, të fitohet, të harxhohet, të dhurohet, të huazohet, të kursehet…

KRAHASOJE: Kartëmonedha është e ngjashme me fotogafi dhe kartela të ndryshme. Përmasat e kartëmonedhave janë më të mëdha, në krahasim me ato të kartelave. Kartëmonedha ka pamje në të dy anët e saj, ndërsa fotografia, vetëm në njërën anë të saj. Letra e fotografisë është më e trashë në krahasim me atë të kartëmonedhës. Kartëmonedhat kombëtare dhe kartëmonedhat ndërkombëtare janë shumë të ngjashme, por jo edhe identike.

SHOQËROJE: Çdo personi për të jetuar i duhet **Paraja**. Varësisht nga puna që kryen, ai fiton shuma të caktuara parash. Kështu, çdo person gjatë tërë jetës është i shoqëruar me paranë, jeton me dhe për paranë.

ANALIZOJE: Çdo kartëmonedhë e ka vlerën e saj. Të zëmë, 500 €, d.m.th. në 500 "vende" të kemi nga 1 €, apo, në 50 "vende" të kemi nga 10 €, apo, në 5 "vende" të kemi nga 100 €. Çdo kartëmonedhë e vlerës "së madhe", mund të këmbehet me kartëmonedha të vlerave "më të vogla". Ose, çdo kartëmonedhë e çfarëdo vlere, mund të këmbehet me monedha (para prej metali) **Të kursyerit e parasë herë-herë është më i rëndësishëm, në krahasim me të fituarit e parasë!** Fjala e urtë popullore shqiptare: "Më mirë një kursim, se një fitim".

ZBATOJE: Paraja filloi të përdoret që në lashtësi. Ajo mund **të fitohet, të shpenzohet** dhe **të kursehet**. Mallrat me vlerë blihen me para, por edhe shërbimet me vlerë, paguhen me para. Shuma e parasë mund të rritet apo mund të zvogëlohet, mund të bashkohet apo mund të pjesëtohet. Në qoftë se kartëmondha është e vlerës më të madhe, në krahasim me vlerën e mallit, i cili është blerë, atëherë **blerësi**, përveç **mallit**, do ta marrë edhe **kusurin**.

ARSYETOJE: Çdo person i rritur, i vetëdijshëm, i cili jeton larg "xhunglës", pa përjashtim e do dhe e lakmon paranë. Edhe shërbëtori e do paranë, madje "shërbëtori i mirë, bëhet edhe më i mirë, kur paguhet më shumë". Edhe unë e dua paranë, por "**nuk e kam si qëllim të jetës", sepse atëherë, "jeta për mua do ta humbasë kuptimin**".

8.1.1.3.4.16. Teknikat bashkëpunuese në matematikë

Krijimi i një mjedisi shkollor, ku nxitet, stimulohet dhe zhvillohet **Mendimi kritik** mbështetet edhe nga zbatimi i teknikave dhe i metodave **të të nxënit në bashkëpunim.**

Të ndryshuarit e njohjes, kuptimeve, perceptimeve, përvojës, aftësive dhe shkathtësive të nxënësve, duke vepruar dhe mësuar së bashku, në çifte apo në grupe, me qasje gatishmërie dhe mirëkuptimi të ndërsjellë, për të evidencuar dhe zgjidhur një problem të përbashkët, quhet Të nxënit në bashkëpunim.

Çiftet apo grupet e nxënësve mund të punojnë dhe të mësojnë me efiçencë, po qe se i kultivojnë dhe i vënë në përdorim **aftësitë bashkëpunuese**, të cilat janë po aq të rëndësishme, sa edhe vetë **aftësitë intelektuale**.

Aftësitë bashkëpunuese përfshijnë:

- vendimmarrjen për të bashkëpunuar;
- orientimin e bashkëpunimit;
- rritjen e besueshmërisë;
- komunikimin e tolerancën dhe
- "menaxhimin" e konflikteve me urtësi.

Filozofia, e cila mbështet **Të nxënit në bashkëpunim**, është e ndërlidhur me:

- vendimmarrjen e nxënësve;
- përzgjedhjen e problemit;
- formimin e mendimit;
- bashkëpunimin "pa hile" dhe
- ambientimi për të nxënë nga shumë burime.

Karakteristikat e përgjithshme të paraleles, ku përfillet dhe aplikohet **Të nxënit në bashkëpunim**, janë:

- ndërvarësia pozitive;
- përgjegjësia vetanake;
- të vërejturit dhe ndërhyrjet e mësuesit;
- grupimi dhe rigrupimi me përbërje jo të njëjtë dhe
- puna e frytshme e grupit.

Çfarë është puna dhe roli i nxënësve dhe i mësuesit në orën e **Të nxënit në bashkëpunim?**

Nxënësit, për t'i kryer detyrat e grupit, të cilat u janë besuar, mendojnë, gjykojnë dhe vlerësojnë që ata, për njëri-tjetrin janë të nevojshëm.

Nxënësit shtjellojnë, diskutojnë dhe u mësojnë shokëve të klasës "krejt" çfarë ata dinë, ku për punën e tyre, secili do të përfitojë pika shpërblimi. Nxënësit, duke përkrahur dhe ndihmuar përpjekjet e shokëve të tyre për të mësuar, kanë për të reflektuar tek ata asociacione nxitjeje të të nxënit, por duke mos harruar që "kush i mëson të tjerët, mëson më shumë se ata që mësohen".

Mësuesi, nëpërmjet të vërejturit sistematik për ta mbështetur **ndërvarësinë pozitive**, mund të ndërhyjë, duke siguruar kështu që edhe anëtarët e tjerë të grupit të mësojnë. M**ësuesi së bashku me familjen janë bashkëpërgjegjës për kultivimin e aftësive bashkëpunuese të nxënësve.**

Teknikat e mësimdhënies të shpalosura nëpërmjet **Të nxënit në bashkëpunim,** do të ndiqen nëpërmjet **mësimeve model**. Këto të fundit janë **teknika të gatshme të mësimit praktik** që mund të zbatohen drejtpërdrejt në klasë.

Teknikat bashkëpunuese në matematikë ose aplikohen në njërën nga fazat **ERR** ose i përfshijnë të trija fazat.

8.1.1.3.4.16.1. Të gjeturit e numrit shenjë

Në cilësinë e "kuizit të mendjemprehtësisë", nxënësit e një paraleleje, ndahen në grupe me nga 4 apo 5 anëtarë. Çdo grupi ia ndajmë nga një komplet me tiketa, e në secilën prej tyre është i shënuar një numër nga 0 deri në 9.

a] Njëri pjesëtarë i grupit {sikurse në LOTO!} bën tërheqjen e tre numrave. P.sh. 3*8*7 dhe të një **numri shenjë**, p.sh. 5.

b] Çdo grup (me gjasë) bën tërheqjen e numrave të ndryshëm. Për ta gjetur **numrin shenjë**, secili nga numrat, me veprime aritmetike, bën të ndërlidhet vetëm njëherë.

c] Për ta gjetur **numrin shenjë** (shenjën objektiv), mund të përdoren veprimet aritmetike: mbledhje, zbritje, shumëzim dhe pjesëtim.

Zgjidhja për shembullin e mësipërm është

$$(8+7):3=5$$

Grupet mund të punojnë me shkallë të ndryshme vështirësie. Pjesëtarët e grupit do të duhej të vërejnë me imtësi për të parë a ka ecuri të shumta për të gjetur numrin objektiv.

Shembull: 2*3*6 numri shenjë 4

Zgjidhje: (1) $(6:3)\cdot 2=4$ ose (2) $\frac{6}{3}\cdot 2=4$ ose

(3) $(2\cdot 6):3=4$ ose (4) $\frac{2\cdot 6}{3}=4$ etj.

Për nxënësit më të rritur ekziston një variant tjetër i kësaj detyre:

Numrat 1, 2, 3, 4, 5 dhe 6 janë të shënuar në tiketa dhe të vendosura në një kuti. Ndërsa numrat 20, 30, 40, 50 dhe 60 janë të shënuar në pesë fletë të ndryshme.

Një anëtar i grupit tërheq nga kutia njërin nga numrat 1 deri 6. Numri i tërhequr shkruhet dhe futet përsëri në kuti. (Nuk prish punë po qe se ai numër, me gjasë, tërhiqet përsëri!). Tiketat në kuti përzihen dhe të tërhequrit e tyre vazhdon, derisa pranë vetes të kemi pesë numra. Pastaj, bëjmë tërheqjen e njërës nga fletët me numrat 20 30 40 50 dhe 60, **si numër shenjë.**

Çdo grup mund të tërheqë numrat e tyre ose mund të tërhiqen një komplet numrash, për të gjithë.

Shembull:

Numrat në tiketa — Numri shenjë

1 3 6 6 4 — 30

Disa nga zgjidhjet janë:

a) $6 \cdot (6-1) \cdot (4-3) = 30$

b) $(6-4) \cdot (6-1) \cdot 3 = 30$

c) $6 \cdot 6 + 1 - 4 \cdot 3 = 30$

d) $\left(\frac{6 \cdot 6}{4} + 1\right) \cdot 3 = 30$ etj.

8.1.1.3.4.16.2. Cili është numri?

Kjo paraqet një detyrë matematike zbuluese, që mund të gjejë zgjidhje dhe zbatim në çifte apo në grupe të vogla.

Fillimisht, çdo çift shkruan tabelën e numrave:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21*	22	23	24*	25	26	27*	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40

Nga kjo tabelë, njëri anëtar i çiftit, në heshtje e mendon një numër. Pastaj, partneri i tij, nëpërmjet pyetjeve të vazhdueshme, bën përpjekje derisa "ta zbulojë" **numrin e menduar.**

Shembull: **Kam menduar një numër**.

Përpjekja e parë - Është numër i thjeshtë……….............(jo)

Përpjekja e dytë - Plotëpjesëtohet me 5………….........(jo)

Përpjekja e tretë - Është midis 20 dhe 40 ……….........(po)

Përpjekja e katërt (nëse është e nevojshme) – Plotëpjesëtohet me 3…………..........(po)

Përpjekja e pestë

(nëse është e nevojshme) – Herësi është numër njëshifror............(po)
Përpjekja e gjashtë
(nëse është e nevojshme – Shuma e shifrave, më e madhe se 6 ....(po)

Atëherë, numri shenjë është 27.

8.1.1.3.4.16.3. Intervista me tre hapa

Është një teknikë bashkëpunuese, në të cilën partnerët intervistojnë njëri-tjetrin, lidhur me një njësi mësimore.

Po qe se grupi përmban 3 veta, Intervista me tre hapa, ka këtë kahe: PARTNERI A interviston PARTNERIN B, ndërsa PARTNERI C shënon aspektet kryesore të përgjigjes.

Pas çdo interviste, rolet ndërrohen, duke u dhënë mundësi të gjithë anëtarëve të intervistohen.

Po qe se grupi përmban 4 veta, intervista me tre hapa, ka këto kahe (simultane):

Hapi i parë: PARTNERI A interviston PARTNERIN B
PARTNERI C interviston PARTNERIN D
Hapi i dytë: PARTNERI B interviston PARTNERIN A
PARTNERI D interviston PARTNERIN C
Hapi I tretë: PARTNERI A interviston PARTNERIN D
PARTNERI C interviston PARTNERIN B

Grupi me nga 4 veta i ofron mundësi çdo personi që të shkëmbejë dhe t'i vlerësojë përgjigjet e partnerëve.

Intervista me tre hapa mund të zbatohet

- Si një hyrje në mësim:

- Cilat janë pyetjet që ju doni të bëni lidhur me temën?
- Çfarë doni të dini ju lidhur me temën?
- Cilat burime ofrojnë të dhëna, edhe më interesante, lidhur me temën?

- Për të përmbledhur të nxënit e një teme (njësie mësimore):

- Cila është ideja më me vlerë për ju sot dhe përse?
- Cili "episod" i orës së mësimit ishte më interesant dhe përse?
- Për t'i zbatuar ato që mësuat sot, çfarë do të bëni?

- Për të rishikuar dhe rivlerësuar detyrat e shtëpisë:

- Çfarë është preferenca juaj lidhur me detyrat e shtëpisë?
- Cila pjesë e detyrës suaj ishte më interesante dhe përse?
- Çfarë ishte ndihmesa e familjes suaj në zgjidhjen e detyrës suaj?

Dhe më në fund, në bashkësinë e teknikave bashkëpunuese, bëjnë pjesë, edhe disa të tjera, të shkurtëra, por që janë të mbërthyera me qasje skematike.

Në kursin tonë, trajtimi i teknikave bashkëkohëse të mësimdhënies dhe të të nxënit në bashkëpunim, të cilat stimulojnë dhe zhvillojnë **Mendimin kritik**, mbetet "i kufizuar". Fillimisht është hedhur ideja e aplikimit praktik të disave prej tyre.

8.1.2. METODAT ILUSTRATIVE-DEMONSTRUESE

Në literaturën didaktike kemi pikëpamje të ndryshme për metodën ilustrative- demonstruese në mësim. Disa autorë (V. Poljak etj.) bëjnë fjalë vetëm për metodën demonstruese si mundësi të vetme të përjetimit të mësimit në mënyrë perceptive. T. Prodanoviq, ilustrimin dhe demonstrimin i pranon si dy nocione të veçanta, të cilat dallojnë në bazë të karakterit statik, përkatësisht dinamik të tyre. Edhe ne, në kursin tonë, do të veçojmë komponentën ilustrative dhe atë demonstruese të kësaj metode. Kjo metodë, për shkak të përvojës së pamjaftueshme jetësore të nxënësve, aplikohet me intensitet të shtuar në dy klasat e para të shkollës fillore, por kjo nuk do të thotë se nuk aplikohet edhe në klasat e III, IV dhe V. Në veçanti, shpjegimi dhe përvetësimi i përmbajtjeve mësimore nga lëmi i gjeometrisë, bëhet me metodën ilustrative-demonstruese, kuptohet në bashkëveprim edhe me metodat e tjera mësimore.

Kërkesat didaktike-metodike për zgjedhjen dhe shfrytëzimin efektiv të metodës ilustrative-demonstruese përcaktohen nga:

- "natyra" e nocionit, rregullës, ligjësorisë, detyrës problemore, njësisë mësimore;
- aplikimin e saj e "kushtëzon" libri shkollor, i cili është në përdorim për atë klasë;
- freskia dhe gatishmëria punuese e mësuesit si dhe shkathtësia e "talenti" i tij, i cili shquhet në të vizatuar dhe modeluar;
- ruajtja dhe pasurimi i materialit ilustrativo-demonstrues, i cili u është dedikuar gjeneratave të mëparshme;
- aplikimi i saj imponohet nga mosdija e nxënësve dhe varet nga zhvillimi intelektual i nxënësve;
- mundësia optimale për deponime kohore e materiale nga ana e mësuesit dhe shkollës.

8.1.2.1. ILUSTRIMI NË MËSIMIN ELEMENTAR TË MATEMATIKËS

Ilustrimi përfaqëson metodën mësimore që shoqërohet nga një spektër i gjerë dhe i thellë ecurish edukative-arsimore, i cili frymëzon, motivon dhe këndell personalitetin e nxënësit për të përvetësuar mësimet në mënyrë më interesante, më stimulative dhe më efikase. Kjo përpjekje orientohet edhe për të reduktuar burimet e abstraktimit, monotonisë dhe besdisjes në mësimin elementar të matematikës.

Në mësimin elementar të matematikës ilustrimi përfaqësohet nëpërmjet disa formave e varianteve dhe ato janë:

- ilustrimi vizatimor,
- ilustrimi skematik,
- ilustrimi me diagrame,
- ilustrimi grafik dhe
- ilustrimi me konstruksione.

Ilustrimi vizatimor mund të zbatohet në rastet kur, për një arsye apo një arsye tjetër, mungon modeli i figurës, modeli i trupit ose edhe vetë figura e trupi, p.sh.:

1 dm^2 = 100 cm^2
1 dm^3 = 1000 cm^3

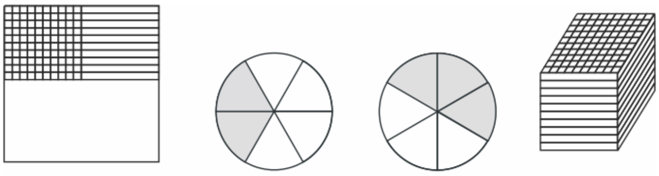


Fig. 32

Ilustrimi skematik i simboleve, ecurive e ligjësorive ndihmon për të shpjeguar, sqaruar e për të mbajtur në mend ato. Kështu, në cilësinë e përkujtuesit, mund të zënë vend ilustrimet:

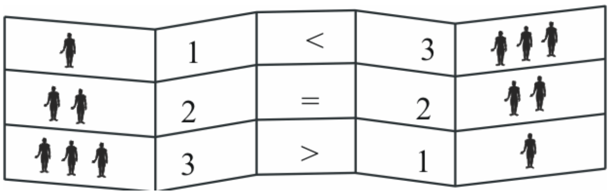


Fig. 33

- krahasimi i tre numrave të parë natyrorë:

- vetia e shoqërimit të mbledhjeve a+(b+c) = (a+b)+c

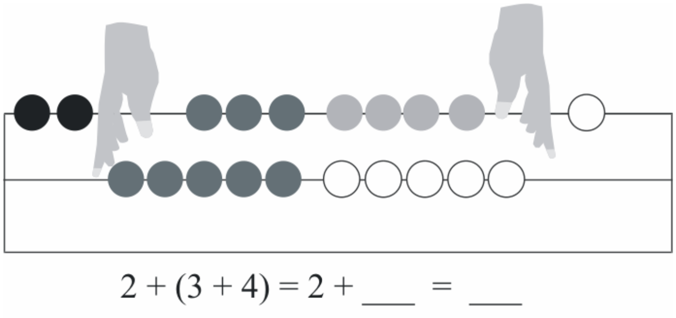


Fig. 34

- vetia e ndërrimit të shumëzimit: $\Delta \cdot \nabla = \nabla \cdot \Delta$

(Δ · ∇) · أ = Δ · (∇ · أ)

- vetia e shoqërimit të shumëzimit:

$$2 \cdot (3 \cdot 4) = (2 \cdot 3) \cdot 4$$

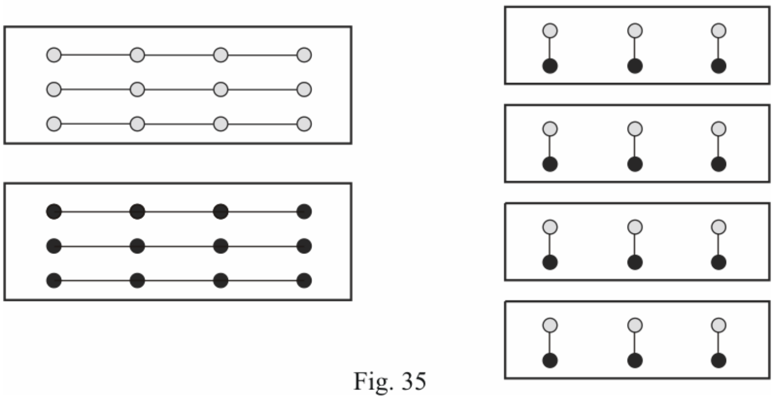


Fig. 35

- vetia e përdasimit nga e djathta:

(Δ + ∇) · أ = Δ · أ + ∇ · أ

- vetia e përdasimit nga e majta:

أ · (Δ + ∇) = أ· Δ + أ· ∇

Ilustrimi me diagrame përfaqëson variantin e metodës ilustruese që ndihmon për të paraqitur një bashkësi, sistem numërimi, krahasimin e numrave, mbledhjen e zbritjen e numrave, kuptimin për funksionin, rreshtimet, operacionet me bashkësi, "të prekurit me dorë" të numrave përtej 1 000 etj.

Shembull: (Shih fig. 36)

(a) Plotëso

(b) Plotëso tabelën

(c) Shkruaj numërorët

(d) Plotëso rreshtimin

(e) Shkruaj dhe lexo numërorin

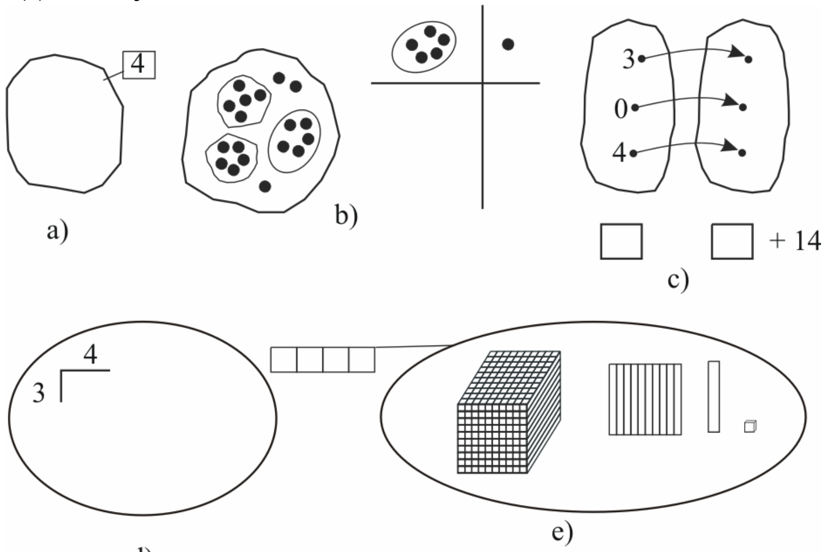


Fig. 36

1 kub i madh = 10 pllaka
1 pllakë = 10 shufra
1 shufër = 10 kube të vegjël
1 kub i madh = 1 000 kube të vegjël

Ai mund të realizohet edhe nëpërmjet detyrave të tjera problemore, nga lëmenjtë e ndryshëm të punës dhe të jetës. Kështu, diagramet ndihmojnë për të paraqitur vijimin e nxënësve në mësime (mungesat e tyre të arsyeshme dhe të paarsyeshme), suksesin në mësime, largimin nga shkolla, zhvendosjen popullore, natalitetin dhe mortalitetin e popullsisë, shkollimin e kuadrove etj.

Qëllimi mësimor-edukativ i ilustrimit me diagrame është i rëndësishëm. Diagrami të inspiron, të konsolidon, të shtyn që të admirosh punën dhe suksesin, në përgjithësi.

Ilustrimi grafik ka pika takimi me ilustrimin nëpërmjet diagrameve. Ai konsiston në paraqitjen grafike të madhësive të caktuara, veçanërisht ka rëndësi për qëllime edukative. Ilustrimi grafik paraqet një ndihmesë të konsiderueshme edhe për disa lëndë mësimore: shkencat e natyrës, teknologji, studimet shoqërore, edukatë fizike...

Nëpërmjet ilustrimit grafik ndihmohet shpjegimi dhe sqarimi i drejtëzës, gjysmëdrejtëzës, segmentit, këndit... thyesave (mbledhje, zbritje e krahasimi i tyre), numrave dhjetorë..., vëllimit të kuboidit, kubit..., sqarohet zhvendosja e figurave gjeometrike në mënyrë paralele... Nëpërmjet shembujve të përshtatshëm të shoqëruar "me të dhëna aritmetike", ai konsiston në paraqitjen grafike të madhësive të caktuara, duke "i prekur ato me dorë", p.sh.: llogaritja (në metra katrorë) dhe paraqitja grafike e një livadhi, në formë drejtkëndëshi, i cili do t'u ndahet tre vëllezërve (1 mm në vizatim paraqet 1 m në natyrë), madhësia e kontinenteve në km katrorë dhe e oqeaneve në milje katrore, të llogariturit e "tokës së pashfrytëzuar përreth një are" (Shih fig. 37), (ku 1 mm në vizatim paraqet 1 m në natyrë) etj.

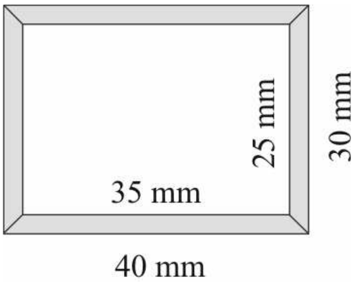


Fig. 37

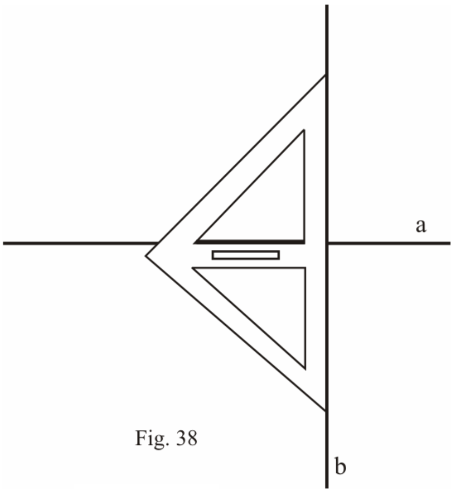
Ilustrimi me konstruksione paraqet një variant të metodës ilustruese, i cili ndihmon të na rikujtojë ecurinë e plotë ose një pjesë të saj, po e zëmë, lidhur me:

- përdorimin e kompasit për të hequr dy drejtëza reciprokisht pingule,
- "lojën" me kompas dhe vizore,
- simetralen e këndit, segmentit, për të hequr dy drejtëza paralele apo dy drejtëza reciprokisht pingule, (Fig.38)
- përdorimin e dy trekëndëshave, një trekëndëshi e një vizoreje, (Fig.39)
- figurat simetrike ndaj një boshti,
- format simetrike ndaj një rrafshi
- konstruktimin:

a) Prej një pike jashtë një drejtëze të hiqet pingulja në atë drejtëz,

b) Nëpër një pikë të një drejtëze të hiqet pingulja në atë drejtëz. (Shih fig. 154 a) b))

- konstruktimin e disa llojeve të



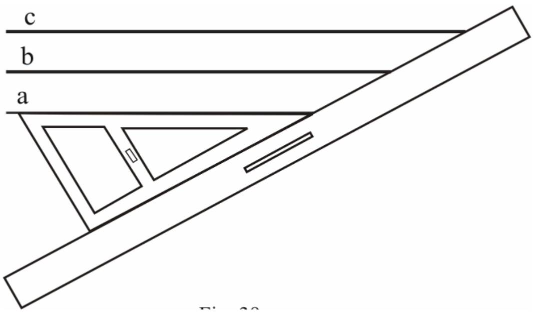


Fig. 39

t ve, katrorit,

Fig. 38

drejtkëndëshit, etj. (Shih. fig. 40)

Vizatimet, skemat dhe konstruksionet e ilustruara, të cilat punohen para se të shpjegohen përmbajtjet e caktuara mësimore, mund të vihen në tabelë, të cilat "jetojnë" vetëm në atë orë mësimi ose vendosen përkohësisht në muret e klasës. Varësisht nga ndërlikueshmëria e formave të ilustruara, nga grupmosha e nxënësve si dhe nga mundësitë kohore e materiale të mësuesit, të nxënësve dhe të shkollës, ato mund të punohen në teknikën "bardhezi" ose me ngjyra. Ilustrimet me ngjyra kanë spektër më të gjerë veprimi në aspektin vizuel, intelektual dhe emocional të nxënësve.

Ilustrimet mund të shfrytëzohen frontalisht, në grupe ose individualisht. Nuk bën që ato, të gjitha dhe gjithnjë, "të paketohen". Me disa prej tyre nxënësit lypset "të ngopen" mirë. Në këtë drejtim, një pjesë e tyre lypset të zënë vend në muret e klasës, pikërisht aty ku ato njohuri aplikohen më tepër, ndërsa dituria e përgjithshme e nxënësve, në lidhje me këto, brenda intervaleve të caktuara kohore, është jo e kënaqshme.

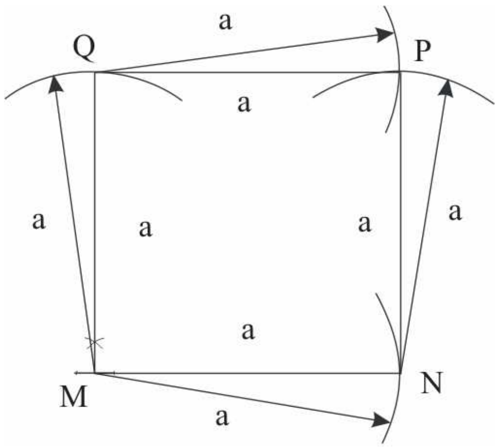


Fig. 40

8.1.2.2. DEMONSTRIMI NË MËSIMIN ELEMENTAR TË MATEMATIKËS

Metoda demonstruese qëndron në bashkëveprim me mjetet mësimore dhe paraqet "ilustrim të përparuar" në pikëpamje kualitative. Aplikimi i saj qëndron në bashkëveprim edhe me parimin e konkretizimit. Aplikohet që nga kl. I fillore.

Duhet të kihet parasysh që çdo ligjërim, interpretim i mangët ose i tepruar, pengon demonstrimin e formës, modelit, vetisë, objektit, raportit, rregullës dhe pozitës. Prandaj, demonstrimet, sikurse edhe ilustrimet, nuk guxojnë të realizohen në cilësinë e "kozmetikës matematike". Vlera reale e demonstrimit varet nga shkathtësia e mësuesit për të demonstruar objektin, formën, pozitën... dhe aftësia e nxënësve për t'i regjistruar nga ajo sa më shumë detaje, pastaj nga koha e nevojshme dhe e mjaftueshme për t'i demonstruar ato, etj.

Në mësimin elementar të matematikës, me demonstrim shpjegohen dhe sqarohen: cilindri, topi, koni, rrethi, piramida, kubi, kuboidi, drejtkëndëshi, katrori, trekëndëshi, vija e drejtë (e lakuar, e mbyllur, e hapur), pika, lidhja e tyre, pozita në hapësirë (mbi, nën, përpara, pas, djathtas, majtas, ndërmjet), krahasimi i objekteve sipas gjatësisë, gjerësisë, trashësisë, të numëruarit, formimi i nocionit të numrave,..., matja e gjatësisë, veprimet aritmetike, ..., format simetrike, thyesat, pozita reciproke e drejtëzave, matja e vëllimit të lëngjeve ($1dm^3 = 1l$), matja e peshës së trupave, bashkësia dhe operacionet në të, vëllimi i kubit dhe i kuboidit, syprina e sipërfaqes së kubit dhe kuboidit, simetria boshtore...

Nxënësve demonstrimi ua mundëson që direkt t'i perceptojnë objektet, format gjeometrike, raportet ndërmjet tyre, orientimin hapësinor, raportet sasiore...

Metoda demonstruese nuk mund të aplikohet si e pavarur; ajo praktikisht bashkëvepron me metodën monologjike dhe bashkëbiseduese. Gjithashtu ajo ndihmohet dhe plotësohet edhe nga metoda ilustruese dhe anasjelltas.

Shembull: Me ndihmën e demonstrimit bëjmë krahasimin e madhësisë së këndeve.

Le të jenë dhënë dy kënde $\sphericalangle AOB$ dhe $\sphericalangle A_1 0_1 B_1$. Këndin $A_1 0_1 B_1$ e bartim (po e zëmë duke e kopjuar me ndihmën e një letre të tejdukshme) mbi këndin AOB, në mënyrë që kulmi 0_1 të puthitet me kulmin 0, ndërsa krahu $0_1 A_1$ të puthitet (ta mbulojë) me krahun 0A. Veçojmë tri raste:

1) Krahu $0_1 B_1$ puthitet me krahun 0B, do të thotë fushat e këtyre këndeve puthiten. (Fig. 41)

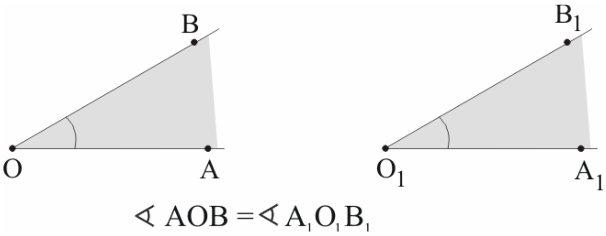


Fig. 41

2) Krahu $0_1 B_1$ bie jashtë fushës së brendshme të këndit A0B, (Fig. 42)

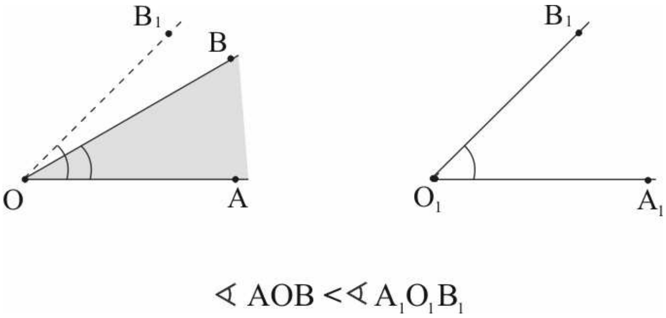


Fig. 42

3) Krahu $O_1 B_1$ bie në fushën e brendshme të këndit AOB, (Fig. 43)

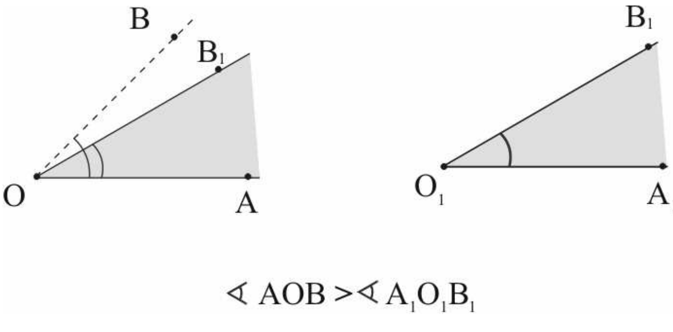


Fig. 43

Demonstrimi zhvillon dhe përparon të menduarit funksional të nxënësve. Prandaj, gjatë demonstrimit të figurave, skemave, numrave, modeleve,... nuk duhet që i tërë aktiviteti të përqëndrohet vetëm "në duart e mësuesit", por këtë nxënësit, jo vetëm që duhet ta shohin, por edhe ta prekin me dorën e vet, po qe se ekziston mundësia për një gjë të tillë. Angazhimi konkret i nxënësve gjithsesi duhet të bëhet, meqenëse ata vetë duhet të binden për justifikimin e ndonjë pohimi, rregulle, algoritmi...

Për të siguruar demonstrim të suksesshëm, duhet të bëhen parapërgatitje të duhura nga ana e mësuesit. Ai lypset që me kohë të pajiset me mjetet e nevojshme mësimore, dhe të fitojë edhe shkathtësinë e nevojshme për të demonstruar. Ekzemplari që demonstrohet "nuk guxon" të jetë i formatit miniatural. I tërë demonstrimi duhet të bëhet para nxënësve, por duke pasur përherë kujdes që ai asnjëherë të mos banalizohet.

Si përfundim, e shohim të nevojshme të theksojmë **kërkesat didaktiko-metodike, psikologjike** e të tjera, nga të cilat varet **suksesi i aplikimit të metodës së demonstrimit** edhe në mësimin elementar të matematikës, siç janë:

- të përfillurit e kërkesave që kanë të bëjnë me veçoritë didaktiko-metodike të mjetit mësimor dhe materialit didaktik, duke mos e trajtuar atë si "lodër dëfrimi",
- të përfillurit e kërkesave për të pasur një vendqëndrim, prej nga demonstrimi shihet si "në shuplakë të dorës",
- të përfillurit e kërkesave që kanë të bëjnë me kohëzgjatjen e demonstrimit,
- të përfillurit e kërkesave që kanë të bëjnë jo vetëm me "të pamit", por edhe me "të prekurit" e numërorit, figurës, objektit, trupit, relacionit...,
- të përfillurit e kërkesave (të nxënësve që kanë prapambetje në nxënie), për "përdorim personal", paksa më të gjatë të figurës,skemës, vizatimit...,
- të përfillurit e kërkesave që kanë të bëjnë me bashkëpjesëmarjen e nxënësve për të demonstruar,
- të përfillurit e kërkesave për t'i shpërblyer interesimet e fatosave, të cilët në këso rastesh vlerësojnë: "Mësuesi ynë është më i mirë në shkollë, asnjëherë nuk vjen duarthatë!"

8.1.3. METODA TEKNIKE-PUNUESE

"Disa metodistë dhe didaktikanë mbrojnë tezën: Metodat tekniko-punuese nuk mund të veçohen si grup i metodave mësimore. Elementet e veprimeve teknike të punës (sipas tyre) kryhen nëpërmjet metodës së demonstrimit dhe grupi i metodave tekniko-punuese (edhe në mësimin e matematikës) duhet të zëvendësohet me metoda laboratorike-eksperimentale. Pra, këta metodistë nocionin **"teknik"** të kësaj metode e zëvendësojnë me atë **"laboratorik"**, ndërsa nocionin **"punues"** me atë **"eksperimental".**[24]

Së pari, duhet thënë: Në mësimin elementar të matematikës (sot për sot) me të vërtetë mungon puna në laboratorë!

Së dyti, edhe sikur të ekzistonin, grupi i metodave laboratorike-eksperimentale (kuptohet në mësimin e matematikës) edhe elementet e veprimeve laboratorike-eksperimentale kryhen nëpërmjet metodës së demonstrimit.

Së treti, metoda e punimeve laboratorike e ngushton nocionin e punimeve praktike vetëm në punime laboratorike që shfaqen në formë tejet të gjerë në kimi, fizikë, biologji, gjuhët e huaja, gjeografi (astronomi, astrofizikë) etj., ndërsa në matematikë, gjuhë amtare etj., puna laboratorike nuk gjen terren dhe zbatim. Sa i përket termit eksperimental, të cilin në kursin tonë nuk do ta pranojmë, ekzistojnë kryesisht dy interpretime: njëri grup i metodistëve të matematikës me fjalën eksperiment kuptojnë atë metodë, me ndihmën e së cilës kontrollojnë njohuritë, shprehitë dhe shkathtësitë e nxënësve përmes detyrave të shtëpisë, testimit dhe detyrës kontrolluese njëorëshe me shkrim. Grupi tjetër i metodistëve me nocionin eksperiment kupton vërtetimin e pohimeve, e rregullave matematike si dhe provën për të justifikuar saktësinë e zgjidhjes analitike të detyrave të caktuara problemore.

Në kohën e fundit, disa didaktikanë të tjerë insistojnë zëvendësimin e **metodës tekniko-punuese me metodën laboratorike e të punimeve praktike**.

---

[24] Jaka, B.: "Çfarë metodash të përdorim në mësimin e matematikës", "Shkëndija", Prishtinë, 15 tetor 1984, f. 12.

Siç e dimë, punimi i formave, figurave dhe trupave gjeometrikë; copëtimi i formave gjeometrike; shpërbërja e formave gjeometrike dhe rikomponimi i tyre në një figurë të re, të kërkuar; punimet didaktike-zbavitëse me elemente të lojës ("lo-ja" me kompas dhe vizore, figura simetrike, figura numerike, punimi i xhitës, i lundrës, i shenjave të komunikacionit...); matjet në terren (matja e ngastërave tokë-sore, kubaturës, peshës, vëllimit të lëngjeve, lartësisë së objekteve...) pikësëpari janë **punime teknike (politeknike)** dhe

"Të gjitha punimet teknike janë punime praktike", ndërkaq,

"Ndonjë punim praktik nuk është punim teknik"

Pra, midis tyre ekziston raport subordinues.

Në vazhdim, sipas tyre, "në matematikë nuk mungon **puna laboratorike".**

Mirëpo, "me punë laboratorike nënkuptojmë **eksperimentet**, të cilat nxënësit i kryejnë nëpërmjet punës së pavarur (sipas udhëzimeve të mësuesit apo autorit të librit).

Dimë që **eksperimentet mund të jenë edhe të rrezikshme**! Shtrohet pyetja: Në mësimin elementar të matematikës, cilat eksperimente janë të rrezik-shme?! Kështu, "të strehuarit" e tyre në kursin tonë, nuk është pa rrezik!

"Në këtë kontekst, vlerësojmë që metoda teknike-punuese nuk ka për objekt:

- kontrollimin e njohurive, aftësive e shprehive të nxënësve
- vërtetimin e ligjësorive të caktuara matematike"[25] dhe as
- punën "në kushte laboratorike".

Me metodën teknike-punuese kuptojmë përpjekjet e orientuara të mësuesit:

- Për aftësimin e nxënësve që të përdorin lehtë dhe me shkathtësi veglat e punës për vizatimin dhe konstruktimin e trajtave, figurave dhe trupave gjeometrikë (vizorja, kompasi, këndmatësi, trekëndëshi, dy trekëndësha).
- për të hequrit e drejtëzave paralele: (Fig. 44)

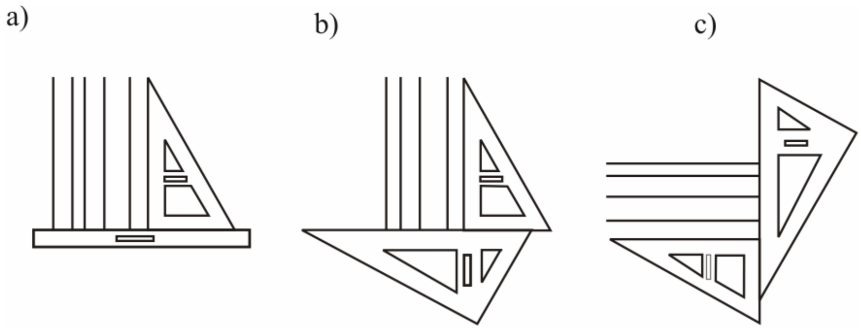


Fig. 44

- për "lojën" me kompas:

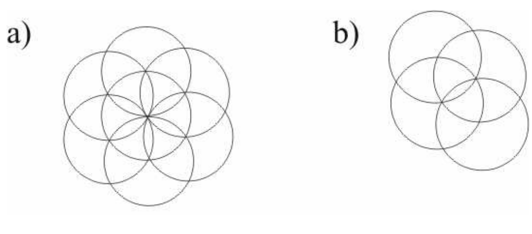


Fig. 45

[25] Po aty, fq. 12.

- për konstruksionin e drejtëzave të ndërsjella pingule dhe simetraleve të këndit,: (Fig. 46)

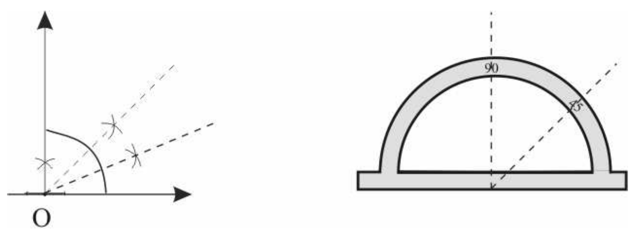


Fig. 46

- për punimin e këtyre trupave gjeometrikë: kubit, kuboidit, paralelopipedit kënddrejtë, piramidës dhe cilindrit,
- për punimin e njësive matëse prej argjile, druri e kartoni,..., (Fig. 47)
- për të përdorur kalkulatorin llogaritës,
- për të përdorur kompjuterin dhe për të ndjekur **mësimet nëpërmjet internetit**
- për të aftësuarit për të matur në terren, përkatësisht për të përdorur instrumentet për matje (matja e gjatësisë, peshës, në peshojë e vagë, (1 kg dare = 10kg mall); 200 gr dare = 2 kg mall...) (Fig. 48); matja e sipërfaqeve, kubaturës etj, makinat e ndryshme llogaritëse);

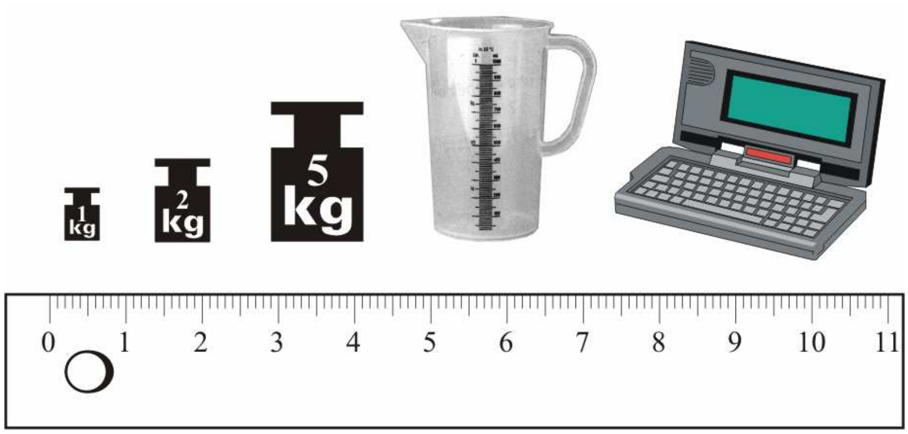


Fig. 47

- për të aftësuarit për punimin e mjeteve mësimore prej kartoni, druri,

teli, argjile dhe materialit tjetër didaktik;

- për të aftësuarit për aplikimin e njohurive matematike në jetën e përditshme dhe praktikën profesionale;

Fig. 48

- për të aftësuarit politeknik të nxënësve (punimi i topit me ndihmën e 12 pesëkëndëshave të rregullt, punimi i xhitës, punimi i treguesit të erës, punimi i lundrës, punimi i orës, i shenjave të komunikacionit). Të gjitha këto fillojnë nga konstruksioni i pesëkëndëshit të rregullt (topi) deltoidit (xhita), katrorit (treguesi i erës), drejtëkëndëshit (lundra), rrathëve koncentrikë (ora), trekëndëshave të rregullt (shenjat e komunikacionit) etj. (Fig. 49)

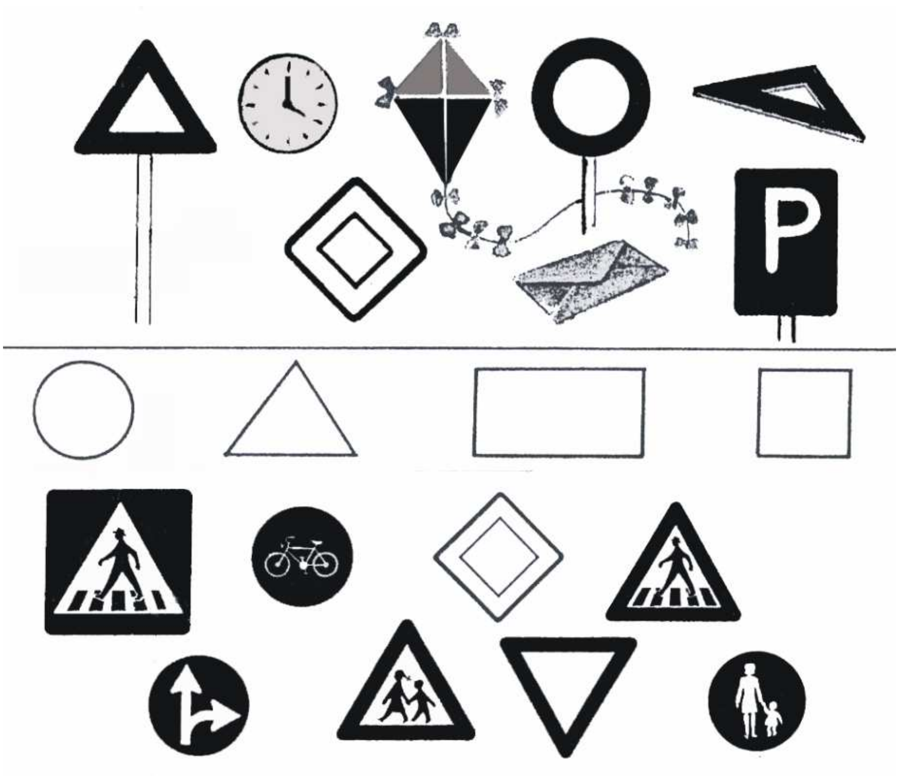


Fig. 49

Në fazën fillestare të punimeve teknike (duke vizatuar e konstruktuar) mungojnë shkathtësitë për përdorimin "pa pengesa" të kompasit, vizores, dy trekëndëshave, këndmatësit etj. Në këtë mes, është mjaft e rëndësishme ndihma dhe përkrahja profesionale e mësuesit që duhet t'u ofrojë nxënësve, veçanërisht nëse gjatë mësimit të rregullt aplikohet forma individuale e punës. Me kalimin e kohës, kjo ndihmë duhet të jepet më rrallë.

Punimi i një mjeti mësimor nga "dora e vetë nxënësit" paraqet punë teknike kreative. Nxënësi me atë rast: mat, vizaton, konstrukton, pret me gërshërë (kartonin...), duke ndërtuar trupin, modelin,... me përpikëri e saktësi nivelesh të ndryshme.

Zgjidhja e detyrave të caktuara me ndihmën e metodës teknike-punuese kërkon aktivitet intensiv intelektual, vetiniciativë, vetëkontroll, vetëveprim dhe krijon vetëbesim te nxënësit, natyrisht me ndihmën e udhëheqjen kreative të mësuesit.

Në përmbyllje, e shohim të udhës të theksojmë faktin se: E mira e së mirës është që mësuesi të dijë të kultivojë, të kombinojë dhe të aplikojë, të baraspeshuara ato **metoda** dhe **teknika të mësimdhënies (tradicionale apo bashkëkohëse), të cilat nuk bijnë ndesh me aktualitetin arsimor, preferencën, vullnetin dhe aspiratat e vetë nxënësve.** Metodat mësimore paraqesin "kurrizin" e artit dhe të shkathtësisë së mësimdhënies. Njohja e thellë dhe e gjerë e pikëpamjeve dhe zgjidhjeve nga kjo fushë, është e lidhur ngushtë me mundësitë e zbatimit të tyre në praktikën shkollore. Domosdoshmëria e arsimimit të mësuesit gjatë tërë jetës, do të shpjerë pashmangshëm te kultivimi i qëndrimit kërkimor dhe krijues ndaj teknikave dhe metodave të mësimdhënies dhe të të nxënit.

9. ORGANIZIMI I MËSIMIT ELEMENTAR TË MATEMATIKËS

9.1. ORA E MËSIMIT DHE STRUKTURA E SAJ

Ora e mësimit përfaqëson njësinë elementare kohore për mësimdhënie të organizuar. Nuk ka dilema se, në përgjithësi, çdo orë mësimi duhet t'i ketë tri pjesë (etapa) kohore.

Etapat e mësimdhënies tradicionale i gjejmë të renditura kështu:

Pjesa e hyrjes ("përgatitore");

Pjesa kryesore (shtjellimi i përmbajtjes mësimore) dhe

Pjesa përfundimtare (përsëritje, e shoqëruar me plotësime, sqarime, aplikime, …, dhënie me gjasë e detyrave të shtëpisë).

Etapat e mësimdhënies bashkëkohëse, të mbështetura në metodologji dhe strategji të reja, janë tri:

Etapa përgatitore,

Etapa zbatim-realizim-zhvillim dhe

Etapa verifikim-përsëritje-zhvillim.

*** Etapa përgatitore** përmban në vete planifikimin në detaje:

- **të metodave, të formave, të teknikave dhe të ecurive të mësimdhënies me kohëzgjatje, të paracaktuar, të tyre;**
- **të mjeteve mësimore dhe materialit didaktik përkatës;**
- **të objektivit kryesor dhe të të tjerëve dytësorë** dhe
- **të (vetë)vlerësimit.**

Etapa përgatitore (e sëndërtuar kohë më parë, para se të fillojë ora e mësimit) ka rëndësi parësore. Përgatitja e mësuesit, por edhe e nxënësit, për mësimdhënie, duhet të kuptohet si nevojë dhe domosdoshmëri.

** **Etapa e dytë** e mësimdhënies mbështetet në **zbatim-realizim-zhvillim**, "bagazhi" i së cilës përmban tri faza:

Evokimin (E)

Realizimin e kuptimit (R) dhe

Reflektimin (R), e quajtur ndryshe, **Struktura ERR**.

*** **Etapa e tretë** e mësimdhënies, në fakt paraqet "rendimentin" e mësimdhënies. **Verifikimi** dhe **përsëritja** e njohurive shoqërohet, nëpërmjet vlerësimit të mësuesit dhe vetëvlerësimit të nxënësit për punën e kryer.

Struktura sipas shtyllës së parë (Pjesa e hyrjes; Pjesa kryesore dhe Pjesa përfundimtare) tashmë është "vjetruar" dhe u përket shkollave tradicionale. Modelit **HKP**, në shkollën e reformuar (I-V) i korrespondon modeli **ERR** (**Evokim**, **Realizim i kuptimit**, **Reflektim**).

Mësimdhënia dhe të nxënit në shkencat e natyrës, kuptohet vetiu edhe në mësimin e matematikës, shoqërohen nga specifika të veçanta, të elaboruara edhe në kursin tonë. Kështu, pa mëdyshje, **strukturës ERR**, në mësimin e matematikës i korrespondon **struktura ZSHZ Zbulim** (10-15 min), **Shtjellim** (20-25 min), **Zgjerim** (5-10 min)].

Në të gjitha nismat "miniaturale" matematike, po qe se nxënësi vetë, mund ta zbardhë (ta nxjerrë dhe ta mbrojë) ligjësorinë, apo ta artikullojë nocionin, operacionin, relacionin,…, "e panjohur më parë" ai është **zbulimi** vetë, i cili mund të jetë **i pjesshëm** ose **i plotë**.

Mësimi elementar i matematikës është i mbushur përplot me të panjohura, rregulla, algoritme, nocione, relacione, matje, modele, detyra problemore,…, dhe paraqet një larmi të tërë të panjohurash për "zbuluesit" e rinj. Duke i vënë nxënësit në pozicionin e "hulumtuesve në miniaturë", me atë rast, mund të aplikohet edhe "gara në zbulim".

Faza e dytë artikullon dhe mbështet **shtjellimin e përmbajtjes mësimore**, i cili, në mësimin e matematikës, mund të jetë **zbulues** dhe **zhvillimor**. Pasi nxënësit ta kenë zbuluar apo shtjelluar nocionin, relacionin, operacionin, vizatimin,…, dhe ta kenë bërë të vërejturit e tyre, mësuesi i drejton ata që, me fjalët e tyre, të shprehin atë çfarë kanë vërejtur dhe të nxjerrin **përfundime** vetanake për ligjësorinë e caktuar.

Faza e tretë paraqet **zgjerimin** e njohurive të nxënësve. Ata gërshetojnë njohuritë "e zbuluara" me ato që tashmë i kanë të përvetësuara.

Mësimdhënia tradicionale dhe mësimdhënia bashkëkohëse "nuk janë dy rrathë që nuk përputhen dot askund", por janë "dy rrathë që posa kanë filluar të zhvendosen".

A thua ku ndryshon mësimdhënia tradicionale nga mësimdhënia bashkëkohëse?

Dallimet thelbësore ndërmjet tyre konsistojnë në mënyrën dhe qasjen metodologjike ndaj planifikimit të mësimdhënies dhe të procesit të të nxënit.

Në **mësimdhënien tradicionale, përgatitja e mësuesit ka qenë përqëndruar në pjesën kryesore të orës së mësimit, përkatësisht në etapën e shtjellimit të temës (njësisë mësimore), ndërsa në mësimdhënien bashkëkohëse, përgatitja e mësuesit, së bashku me nxënësit, përqëndrohet në etapën përgatitore**.

Në **mësimdhënien tradicionale**, rregullat i nxirrte mësuesi dhe nxënësit i ndiqnin ato **(mësuesi ishte në epiqendër)**, ndërsa **mësimdhënia bashkëkohëse** mbështet kërkesat dhe interesimet e nxënësit. Ai konsiderohet partner i barabartë me mësuesin dhe bashkëpjesëmarrës aktiv në procesin e mësimdhënies **(nxënësi është në epiqendër).**

Një dallim tjetër thelbësor ndërmjet mësimdhënies tradicionale dhe asaj bashkëkohëse shpaloset me **përgatitjen e nxënësve dhe të mësuesit për procesin e mësimdhënies**.

Në mësimdhënien tradicionale, mësuesi ishte i obliguar t'i bënte përgatitjet për shtjellimin e mësimit. Detyra e nxënësit ishte që të dëgjojë, të përsërisë, të përshkruajë, të ushtrojë dhe më në fund ta përvetësojë mësimin.

Në **mësimdhënien bashkëkohëse**, mësuesi, së bashku me nxënësit, kanë për detyrë të përgatiten për mësimdhënie. – Nxënësi mendon, evokon, vizaton, krahason, analizon, zgjidh probleme vetëm për vetëm apo bashkëpunon me shokët në grup dhe më në fund ato zgjidhje i argumenton dhe i mbron, **duke avancuar kështu Mendimin kritik**. – Ndërsa, mësuesi "i pozicionuar në plan të dytë" vëzhgon dhe kujton; orienton dhe koordinon; nxit dhe motivon; ndihmon dhe shtjellon; ilustron dhe demonstron; pyet dhe vlerëson.

9.2. TIPAT E ORËVE TË MËSIMIT

Sipas tipave, ekzistojnë shumë klasifikime të orëve të mësimit. Në mësimin elementar të matematikës, varësisht nga qëllimi edukativo-arsimor që do të realizohet, kryesisht aplikohen këta tipa të orëve të mësimit:

1. Ora e kombinuar,
2. Ora e shpjegimit të mësimit të ri,
3. Ora e ushtrimeve dhe
4. Ora e përsëritjeve dhe e përforcimeve.

Orët e mësimit elementar të matematikës (I-V) krejtësisht "të pastra", në të cilat aplikohet një komponentë didaktike (p.sh.: vetëm shpjegimi i mësimit të ri ose vetëm të ushtruarit ose vetëm kontrollimi i diturive etj.), nuk ekzistojnë! Pra, ora e mësimit e matematikës (meqë nxënësit janë të moshës 6-11 vjeç) do të duhej të jetë sintezë e së paku dy komponenteve didaktike, në të cilën realizohen dy apo më shumë qëllime edukative-arsimore (p.sh.: shpjegimi i mësimit të ri - detyra për ushtrime ose përsëritja thelbësore e përmbajtjeve të caktuara mësimore – kontrollimi i diturive, shkathtësive e shprehive etj.). Orët e lartpërmendura njihen me emrin orë të kombinuara.

"Nuk duhet kursyer kohën, e cila shpenzohet për zgjedhjen e tipit më të përshtatshëm të orës së mësimit, meqenëse për të eliminuar pasojat negative, të shkaktuara nga tipi jo i përshtatshëm i orës, duhet të shpenzojmë shumë më tepër kohë".[26]

9.2.1. ORA E KOMBINUAR

[26] Gorušanin, S., Užičanin, A.: "Priručnik za matematiku" uz udžbenik matematike za II razred osnovne škole, Sarajevë, 1979, f. 12.

Në mësimin shkollor të matematikës më së shumti aplikohen orët e kombinuara, të cilat shfrytëzohen për shpjegimin e njohurive të reja, për përsëritje e përforcim të njohurive të mësuara më parë, për kontrollimin e njohurive, shprehive e shkathtësive dhe për qëllime të tjera edukative-arsimore. Pra, ora e kombinuar përfaqëson sintezën e disa tipave të orëve të mësimit dhe, si e tillë, është më atraktive, më joshëse, jo vetëm për nxënësit, por edhe për mësuesin dhe i përshtatet plotësisht përqëndrimit të vëmendjes së fëmijëve.

Orët e kombinuara ndërmjet vete ndryshojnë. Ekzistojnë orë, në të cilat vend parësor zënë përsëritja e përforcimi i njohurive të mësuara më parë ose shpjegimi i mësimit të ri ose kontrollimi i njohurive... Pra, ato dallojnë për nga struktura e brendshme, por edhe nga aplikimi i metodave, formave dhe mjeteve mësimore. Shumë përmbajtje mësimore nga matematika, në pamundësi që të shpjegohen brenda një ore mësimi, lypset "të copëtohen" në dy, tri ose më shumë tërësi mësimore më të vogla, të cilat mund të shpjegohen me kohëzgjatje 20-25 minuta, kështu që koha para shpjegimit dhe pas tij shfrytëzohet racionalisht për realizimin e qëllimeve të tjera edukative-arsimore. Nga kjo del se ora e kombinuar mundëson një planifikim më real të përmbajtjeve mësimore, që do të shpjegohen dhe mundëson shkallë të lartë sistematizimi dhe gradualiteti në përvetësimin e përmbajtjeve të reja mësimore. Struktura e tipit të orës së kombinuar, që ka për qëllim didaktik shpjegimin e përmbajtjes së re mësimore, përfshin këto etapa mësimore:

a) kontrollimi i detyrave të shtëpisë,

b) zgjidhja e ndonjërës prej detyrave të shtëpisë (rëndom, detyra më e ndërlikuar), e cila njëherit përcillet me përsëritje dhe interpretim të mësimit nga ora e kaluar,

c) shpjegimi i mësimit të ri,

d) detyra për ushtrime nga mësimi i ri dhe

e) dhënia e detyrave të shtëpisë me sqarime përkatëse: çfarë duhet zgjidhur dhe si?

Shumë njësi mësimore (I-V) nuk mund të shpjegohen brenda një ore mësimi. Në orën e ardhshme, në **Fazën e evokimit**, me përsëritje prej disa minutash (me gojë ose nëpërmjet ushtrimeve) e rikujtojmë thelbësoren e mësimit të mëparshëm, duke sajuar një "embrion" ndërmjet mësimit "të vjetër" dhe atij "të ri", i cili do të mësohet në atë orë mësimi. "Lëndë e parë" e orëve të kombinuara mund të jenë: pabarazimet, shprehjet numerike, shprehjet me ndryshore, format simetrike, thyesat, pjesëtimi me mbetje, drejtëzat paralele, pingule dhe të pjerrëta, trekëndëshi, llojet e vizatimi i tij, etj.

9.2.2. ORA E SHTJELLIMIT TË MËSIMIT TË RI

Gjatë kësaj ore të mësimit, nxënësit, për herë të parë në jetën e tyre, në mënyrë të organizuar, nën udhëheqjen e mësuesit-nxënësit dhe mbikëqyrjen e mësuesit, mësojnë për nocionet, simbolet, objektet, relacionet dhe mënyrën e zgjidhjes së detyrave problemore, të cilat i "imponon" shtjellimi i mësimit të ri.

Disa mësues, në praktikën e tyre edukative-arsimore, "petkun" e orës së shtjellimit të mësimit të ri, shpeshherë e "zhveshin". Sipas tyre, "në këtë tip të orëve të mësimit shtjellohet dhe përvetësohet vetëm mësimi i ri dhe asgjë tjetër". Këta mësues në **Fazën e evokimit**, e cila ka më tepër "karakter telegrafik", bashkëbisedojnë shumë pak me nxënës për mësimin e shtjelluar kohë më parë, i cili, për nga "natyra" e tij përfaqëson "hallkën lidhëse" me mësimin e ri. Kjo ecuri e mësimdhënies ka për synim përgatitjen e "terrenit të përshtatshëm" për ngecjen e nxënësve në mësimin elementar të matematikës, e së fundi, po qe se nuk intervenojmë me kohë, na shpie te mossuksesi në mësimin e saj.

Pra, le të mbajmë mend, ky tip i orës së mësimit asnjëherë nuk bën të paraqitet në formën e tij të kulluar, por vetëm si komponim i disa komponenteve didaktike (përsëritje, aplikim, zgjerim, ushtrim, verifikim i njohurive...).

Të mësuarit e matematikës është veprimtari tejet e ndërlikuar, e cila kërkon përpjekje të vazhdueshme. Prandaj, ekziston mundësia e përjetimit të vështirësive, pakënaqësisë, mossuksesit, që edhe më shumë e vështirësojnë të mësuarit e saj. Me këtë rast po e theksojmë aforizmin e G. Polya-s: "**Arsimtari duhet të vihet në pozitën e nxënësit, duhet të vështrojë situatën si mund ta vështrojë nxënësi, duhet të orvatet të kuptojë se çfarë po ndodh me qenien e nxënësit**".[27] Pra, me mjaft rëndësi është që mësuesi shpesh t'ia përkujtojë vetvetes vlerësimin: **Ajo çka nuk i ka pëlqyer atij kur ka qenë nxënës i kl. I-V, po ajo gjë nuk do t'u pëlqejë as nxënësve të tij**. Në këtë drejtim mësimi elementar i matematikës (veçanërisht në kl. I e II fillore) këshillohet që të jetë i komponuar me elemente të lojës, kërshërisë, me qëllim që, sa është e mundur, mësimi të udhëhiqet nën dhe me vulën e motivit. Kjo njëherit është njëra ndër shërbimet më të mira që mësuesi mund t'ia bëjë nxënësit.

Njëra ndër detyrat parësore gjatë shpjegimit të mësimit të ri është që mësuesi, me qëndrimin e tij, të zhvillojë dhe të përparojë te nxënësit pavarësinë, qëndrueshmërinë, iniciativën dhe vetëbesimin në aftësitë e tij, pra duhet insistuar në "trimërimin" e nxënësve për nxënie të reja matematike, duke flakur nxënien, e cila shikohet nën prizmin e pasigurisë, paperspektivës dhe frikës.

Para së gjithash, mësuesi duhet të përkujdeset që çdo nxënësi t'i sigurojë kushte të volitshme për mësim të papenguar dhe pavarësi në punë. Për këtë arsye, në situatat kur duam të marrim përgjigjen individuale të nxënësit, lypset të pengohet dukuria e pëshpëritjes, përshkrimit (kopjimit), bashkëbisedimit me shokë e kështu me radhë.

Me gjithë përpjekjet maksimale që kanë bërë nxënësit, shtjellimi i mësimit të ri edhe gjatë disa ditëve të ardhshme mund të sjellë pasiguri dhe frikë, derisa ai të

---

[27] Polya, G., sipas Radić, Dr. M. "Priručnik za nastavnike" uz udžbenik matematike za VI razred osnovne škole, Sarajevë, 1977, f. 3.

kuptohet në plotësinë e tij, me orvatje edhe për ta aplikuar. Në momentin **kur nxënësi aftësohet t'ua shpjegojë mësimin e ri shokëve, shoqeve, prindërve... dhe ta aplikojë pa gabime, vlerësohet se atë, nxënësit "mësues", e kanë përvetësuar.**

Me rastin e përvetësimit të mësimit të ri, mund të shfaqet ndjenja e kënaqësisë, e cila ndikon fuqishëm që mësimi elementar i matematikës të shikohet "me sy të mirë". Në të kundërtën, po qe se nxënësi ka pasur vështirësi, të cilat i kanë shoqëruar ndjenjat negative, atëherë çdo "takim" me mësimin e ri mund të ndikojë negativisht te nxënësi. Prandaj, nga qëndrimi i mësuesit me rastin e shpalosjes së mësimit të ri, varet edhe qëndrimi i përgjithshëm i nxënësit ndaj mësuesit dhe mësimit elementar të matematikës.

9.2.3. ORA E USHTRIMEVE

Pas shpjegimit të njohurive të caktuara, pjesët e caktuara të po kësaj ore mësimi, ose orët vijuese, karakterizohen me aktivitet mjaft të ngjeshur, në radhë të parë të nxënësve, por edhe të mësuesit, me të vetmin qëllim për të formuar "një hallkë lidhëse të qëndrueshme" në aplikimin e diturive, e të shprehive të fituara kohë më parë.

Në të vërtetë, ushtrimi synon verifikimin e diturisë së përvetësuar, që realizohet nëpërmjet detyrave problemore. "Për zgjidhjen e detyrave shpesh aplikohet skema vijuese:

a) të kuptuarit e detyrës,
b) hartimi i planit të zgjidhjes,
c) realizimi i planit të zgjidhjes dhe
d) analiza e rezultateve të punës".[28]

Nxënësi, për ta kuptuar detyrën problemore, duhet të disponojë një kuantum të caktuar diturish. Të kuptuarit e detyrës nga ana e nxënësit nuk do të thotë edhe të kuptuarit e procesit të zgjidhjes. Për këtë arsye, hartimi i planit të zgjidhjes së detyrës paraqet një "udhëkryq" tejet të rëndësishëm: Cila është "rruga", që shpie në zgjidhje të detyrës! Po qe se hartimi i planit të zgjidhjes është gojor, herë pas here duhet të orvatemi të dëgjohen propozimet e disa nxënësve. Çdo propozim (i drejtë ose jo) paraqet një bazë reale për debatim. Themi që detyra është zgjidhur, nëse zgjidhja është e saktë, e dokumentuar dhe e detajizuar. Përfundimet e nxituara dhe sipërfaqësore janë ndër burimet kryesore të gabimeve. Gabimet eventuale mund të mënjanohen, duke e analizuar detajisht zgjidhjen e detyrës.

Në vazhdim, po japim një shembull të zgjidhjes së një detyre: Automobili i udhëtarëve "Reno 4" në 100 km shpenzon 7l benzinë. Sa litra benzinë do të shpenzojë kjo makinë, po qe se do të kalojë 500 km?

---

[28] Jovanović,.V "Priručnik za nastavnike" uz udžbenik matematike za VIII razred osnovne škole, Sarajevë, 1980, f. 60.

a) Të kuptuarit e detyrës: Nxënësit duhet të dinë se çka është dhënë e çka duhet të llogaritet. Në rastin konkret është dhënë që, për 100 km rrugë të kaluar, shpenzohen 7 l. benzinë. Kërkohet të dimë për 500 km rrugë, sa litra benzinë do të harxhohen? Më pak apo më shumë benzinë se 7 l ?! Sa herë më shumë?

b) Hartimi i planit të zgjidhjes: Nxënësi ose grupi i nxënësve (nëse punohet me grupe) harton planin e zgjidhjes së detyrës, që mund të jetë me gojë ose me shkrim. Në këtë shembull shfrytëzojmë "paraqitjen tabelare të madhësive" dhe në çdo 100 km rrugë të kaluar, kemi një zbrazje (harxhim) prej 7 l benzinë nga rezervuari. Për këtë arsye është e nevojshme të caktojmë: Sa do të jetë harxhimi i benzinës për 200 km, 300 km, 400 km dhe 500 km rrugë të kaluar?

c) Realizimi i planit të zgjidhjes:

Benzina e harxhuar në litra	7 l	14 l	21 l	28 l	35 l
Rruga e kaluar në	100 km	200 km	300 km	400 km	500 km

d) Analiza e rezultatit të punës: - Interpretohet saktësia e zgjidhjes së detyrës. Pra, bëhet e ashtuquajtura "prova" e zgjidhjes. Në të vërtetë, meqenëse numri i km të kaluar rritet për 5 herë ($5\cdot100$ km. = 500 km), atëherë do të rritet edhe numri i litrave të benzinës së shpenzuar po aq herë, pra 5 herë ($5 \cdot 7\ l = 35\ l$), që do të thotë se për 500 km rrugë të kaluar nga kjo makinë do të harxhohen 35 *l* benzinë.

Me ushtrim të planifikuar në mësimin elementar të matematikës realizohën këto qëllime:

- Aftësimi i nxënësve për të aplikuar ecuritë dhe rregullat e caktuara matematike në zgjidhjen e detyrave problemore dhe

- Përparimi i përhershëm i teknikës së llogaritjes, e cila shprehet me saktësi, përpikëri e shpejtësi. Përherë duhet të kihet parasysh: **Nuk duhet tentuar që të zgjidhet numri sa më i madh i shembujve, por numri sa më i madh i shembujve të ndryshëm.** Pra, detyrat, të cilat zgjidhen brenda një ore mësimi, "nuk guxojnë" t'i ngjajnë sikurse veja - vesë.

Zakonisht, gjatë të ushtruarit, punohet me një nxënës në tabelë, ndërsa të tjerët e zgjidhin detyrën "para", "paralel" ose "pas" nxënësit që ushtron në tabelë. Një formë e tillë e punës nuk shfaq efikasitet të madh, meqenëse plotësisht aktiv në të ushtruar është vetëm nxënësi që ka dalë në tabelë si dhe disa të tjerë, me gjasë ata që janë tepër të interesuar që ta zgjidhin problemin. Në të ushtruarit matematik, më efikase janë puna në grupe, me ç'rast të gjithë nxënësit së bashku zgjidhin detyrën dhe puna individuale, me ç'rast, manifestohet puna e pavarur e nxënësve në zgjidhjen e problemit të parashtruar. Mësuesi e përcjell punën e tyre dhe eventualisht mund t'u ndihmojë, duke iu treguar gabimet. Në tabelë mund të shënojë rezultatin e zgjidhjes dhe ai u shërben të gjithë nxënësve si vetëkontroll në punën e tyre të pavarur. Mënyra e parë aplikohet në fazën fillestare të ushtrimeve, ndërsa e dyta më vonë. Po qe se na jepet "rasti", nxënësve mund t'u bëjmë edhe këto pyetje:

- Si mund ta zgjidhësh ndryshe detyrën?

- A mund të pranohet kjo zgjidhje? Përse?

- Formuloje dhe zgjidhe një detyrë të ngjashme?!

Në mësimin elementar të matematikës, në fazat e caktuara të orës së mësimit, organizohen edhe **ushtrimet me gojë,** si formë "speciale" e përparimit të shprehive dhe shkathtësive llogaritare. Rëndom, ushtrimet e tilla organizohen në fillim të orës së mësimit, me kohëzgjatje afro 5 minuta. "Tipat" e detyrave, të cilat merren për të ushtruar, mund të jenë: të numëruarit, të mblidhen numrat, numrit të dhënë, t'i shtohet numri, numri i dhënë të rritet për disa herë, "tabela e shumëzimit", të gjendet herësi i numrave... etj.

Është me rëndësi të theksojmë faktin se: Mësimi i matematikës "nuk lexohet", por "ushtrohet" në vazhdimësi, duke përfillur, para së gjithash, parimin e shkallëzimit me 4 rregullat e Distervegut. Pra, ajo nuk mund të mësohet duke ushtruar vetëm "një ditë", por as nuk harrohet dot po qe se nuk ushtrojmë vetëm "një ditë".

BASHKËBISEDIM:

- Si e shpjegoni dukurinë që ushtrimet lypset të kenë "shtrirje" në një periudhë sa më të gjatë kohore?
- Çfarë është ritmi i punës në fillim të ushtrimeve dhe si ecën shpejtësia e llogaritjes me saktësinë e zgjidhjes së detyrës?
- Çfarë kupton me të ushtruarit e motivuar dhe shfaqje e freskisë në të ushtruar?

9.2.4. ORA E PËRSËRITJEVE DHE E PËRFORCIMEVE

Në praktikën shkollore, ky tip i orës së mësimit identifikohet me orën e ushtrimeve.

Ç'është në të vërtetë përsëritja, çka duhet të përsëritet dhe kur? Me përsëritje pengohet harresa e mësimit, i cili është përvetësuar njëherë me pikësynim që ai të mbetet dituri e përhershme e nxënësve.

"Përsëritja nuk është qëllim në vetvete, por mjet për aplikimin e diturive në situata të shumëllojshme, në të cilat gjendet nxënësi në jetën e përditshme". [29]

Përgjithësisht themi se duhet të përsëritet e gjithë ajo lëndë, që duhet ta mbajnë mend nxënësit, e tërë ajo që planifikohet të realizohet nga lënda mësimore. Më shpesh dhe më detajisht duhet të përsëritet ajo përmbajtje mësimore, të cilën

[29] Gorušanin, S., Užičanin, A. "Priručnik za nastavnike" uz udžbenik matematike za II razred osnovne škole, Sarajevë, 1979 f. 29.

mësuesi e vlerëson që është thelbësore për një klasë të caktuar dhe për nxënësit e caktuar.

Insistohet që të përsëriten nocionet, pohimet, rregullat dhe ecuritë, të cilat aplikohen më shpesh dhe prej të cilave burojnë nocionet, rregullat, pohimet dhe ecuritë e tjera matematike. Pra, më shpesh përsëriten "nyjat e burimeve" të reja matematike. Kështu, në kl. II fillore po e zëmë, nga mospërfillja e përsëritjeve të duhura në lidhje me "tabelën e shumëzimit", mund të ndodhë që një pjesë e nxënësve ta kryejnë edhe kl. V fillore dhe "të çalojnë" në disa "pika neuralgjike" $... \cdot ...$ 54, $... \cdot ... = 56$, $... \cdot ... = 63$, $... \cdot ... = 72$, etj.

Kur duhet të aplikohet përsëritja? Përsëritjet mund të organizohen në fillim të orës së mësimit, në fillim të vitit shkollor, në fund të gjysmëvjetorëve, para se të fillojë shpjegimi i kapitujve të rinj mësimorë dhe në raste të tjera, po qe se ndërkohë ndërrohet mësuesi...

Duhet të kihet parasysh fakti që ora e përsëritjes nuk mundet dhe as që duhet të jetë "një reprodukim i thjeshtë" i lëndës me strukturën e njëjtë të ores kur është shpjeguar ajo. Përsëritja duhet të përgatitet mirë nga ana e mësuesit, me ndonjë risi, duke mos pasur si pikësynim vetëm kontrollimin e njohurive, shprehive dhe shkathtësive të nxënësve. Me rëndësi parësore është që mësuesi t'u tregojë nxënësve se: **Çka do të përsëritet, përse do të përsëritet çka** dhe **si do të përsëritet** një përmbajtje e caktuar mësimore? Kjo e mobilizon vetëdijën e nxënësve dhe i obligon ata për bashkëpunim.

Rezultati i përsëritjes së lëndës mësimore është **përforcimi** i saj, i cili, në mësimin elementar të matematikës realizohet më tepër nëpërmjet ushtrimeve.

Përsëritja e njohurive të shpjeguara përmban në vete, jo vetëm vlera arsimore, por edhe vlera edukative. Në radhë të parë, nxënësit "testojnë" vetveten, duke parë për së afërmi rezultatet e punës së vet. Në këtë mënyrë shtohet përgjegjësia ndaj punës dhe vlerave të saj te secili nxënës veç e veç, forcohet dhe përparon vetëdija e bashkësisë së klasës, me qëllim të ndikimit të saj te personat e caktuar, të cilët eventualisht mund të kenë ngelur prapa në mësimin elementar të matematikës.

Në përmbyllje, po i theksojmë disa nga kërkesat didaktiko-metodike dhe psikologjike nga të cilat varet trajtimi dhe suksesi i përsëritjes në mësimin elementar të matematikës:

- përsëritja do të duhej të jetë "e rastësishme", e hareshme, e mbështetur dhe "të ushqejë" krenarinë,
- duhet përfillur preferencën e nxënësve: përsëritjet e njohurive të mos vështrohen "nën prizmin" e "pushtetit të notës",
- përsëritja do të duhej të përmbajë dhe të shfrytëzojë "rrethana" dhe "situata" të reja, të papara deri atëherë, joshëse, stimulative, shenja, simbole, vizatime, skema..., të reja, "raste speciale", ku metodat dhe format mësimore të komponuara, bën të shfaqen edhe me elemente "të lojës",
- përsëritja nuk bën të paragjykohet,
- gjithmonë fillohet me përsëritje riprodhuese, për të kaluar pastaj në atë prodhuese,

- pyetjet e parashtruara lypset të jenë: të matura, logjike, sistematike dhe të shkallëzuara,

- përgjigjet e sakta të dhëna njëherë nuk bën të përsëriten nga dy-tre nxënës, me përjashtim të atyre, të cilat janë tejet “origjinale”,

- përgjigjet tradicionale "në kor" do të duhej të eliminohen nëpërmjet një vetëkontrolli më të madh,

- mësuesi "nuk guxon" që të legalizojë vlerësimin: "një pjesë e nxënësve, në mënyrë të pashmangshme duhet të përjetojë mossukses në mësimin elementar të matematikës!"

BASHKËBISEDIM:

- Çfarë kuptojmë me shprehjen përsëritje formale të diturive matematike?

- A na shpie gjithmonë në aplikimin e po asaj diturie përsëritja e diturisë matematike?

- Cilët janë ata mësues dhe çka punojnë, kur orën e përsëritjes e konsiderojnë si "orë pushimi"?

- Praktika shkollore ka dëshmuar që ora e eduaktës fizike është "shndërruar" në orë të matematikës të tipit të përsëritjes së diturive. Cili është vlerësimi juaj?

9.2.5. CILËSIMI DHE VLERËSIMI I NJOHURIVE

Ndjekja e rregullt, e përhershme dhe sistematike e përparimit të nxënësve në mësimin elementar të matematikës, paraqet njërin prej parakushteve themelore për arritjen e suksesit në mësim. Duhet të kihet parasysh fakti se çdo paralele përbëhet prej nxënësve, të cilët tregojnë interesim të veçantë në mësimin e matematikës dhe prej nxënësve që ngecin prapa në mësim. Nga kjo del se mësuesi, "duke përcjell" suksesin e nxënësve në të mësuarit e matematikës, duhet të hulumtojë **shkaqet e ngecjes dhe të mossuksesit** të disa nxënësve dhe të planifikojë ndërmarrjen e masave përkatëse për të përmirësuar suksesin në vazhdim.

Mësimi elementar i matematikës përjashton kontrollin e njohurive dhe shkathtësive si një akt më vete. Mësuesja, gjatë tërë orës së mësimit, ballafaqohet me punën e nxënësit me përgjigjet dhe zgjidhjet që ai ofron. Ajo vrojton dhe nxjerr përfundime se si po realizohet programi mësimor (kurrikuli), për shkallën e përvetësimit të tij në tërësi dhe nga nxënës të veçantë.

Kontrollimi i njohurive, shprehive dhe shkathtësive të nxënësve hyn në radhën e detyrave me mjaft përgjegjësi të mësuesit. Varësisht nga fakti se në cilën etapë të procesit mësimor realizohet, kontrollimi mund të jetë:

kontrollim preliminar,

kontrollim gjatë procesit mësimor dhe
kontrollim përfundimtar.

Kontrollimi preliminar i njohurive, shprehive e shkathtësive aplikohet në fillim të vitit shkollor, para se të fillojë shpjegimi i kapitujve të rinj mësimorë si dhe atëherë kur ndërrohet mësuesi brenda vitit shkollor. Qëllimi i këtij lloji të kontrollimit është të nxirren informatat e duhura për shkallën e gatishmërisë së nxënësve, për t'iu përveshur përvetësimit të "horizonteve të reja" të arsimit matematik.

Kontrollimi i njohurive, shprehive e shkathtësive duhet të "përfshijë" të gjithë tipat e orëve të mësimit gjatë tërë vitit shkollor. Ky kontrollim, mësuesit ia mundëson të verifikojë se si vete procesi i nxënies së njohurive të reja, cilat janë vështirësitë me të cilat ballafaqohen ata. Me këtë rast, mësuesi e "kontrollon edhe vetveten", për të parë sa ka qenë i suksesshëm në punën e tij, sa dhe në çfarë mase kanë qenë të suksesshme format dhe metodat e punës që i ka aplikuar ai. Në pajtim me rezultatet e kontrollimit të njohurive, mësuesi së bashku me nxënës mund të vazhdojnë shpjegimin e mësimit të ri, ose "detyrimisht" duhet të japë rishpjegime, sqarime dhe plotësime përkatëse në lidhje me "mësimet e vjetra".

Kontrollimi përfundimtar i njohurive, shprehive dhe shkathtësive, aplikohet pas shpjegimit të kapitujve mësimorë në fund të tremujorëve, përkatësisht në fund të vitit shkollor. Qëllimi i këtij kontrollimi është verifikimi i realizimit periodik dhe përfundimtar i qëllimit edukativo-arsimor në mësimin elementar të matematikës.

Nxënësit mund të cilësohen e të vlerësohen për arsye të ndryshme:

- për të verifikuar a janë duke përparuar në zhvillimin e tyre;
- për të orientuar dhe për të stimuluar përparimin e tyre;
- për të fituar rezultate krahasimi për nxënës të caktuar, për një shkollë të caktuar, për sistemin shkollor;
- për të stimuluar motivimin e nxënësve në mësim;
- për ta hulumtuar përshtatshmërinë e kurrikuleve, etj.

Që të jetë i vlefshëm cilësimi, lypset të jetë i vijueshëm dhe të realizohet me ecuri dhe teknika të larmishme. Përveç praktikave tradicionale të vlerësimit **(provimet me shkrim, testet, pyetjet dhe përgjigjet me gojë)**, mësuesi, në kohën më të re, do të duhej të zbatojë më shumë:

- të vërejturit gjatë punës grupore,
- vlerësimin e punës së nxënësit në shtëpi,
- vlerësimin e punës specifike

për rezultatet e të cilave prindërit njoftohen me kohë.

"**Cilësimi dhe vlerësimi nuk duhet të konsiderohen si procedurë, e cila synon dënimin apo kërcënimin e nxënësve, por si ecuri për stimulimin dhe motivimin konkret të tyre**".

Procedurat e vlerësimit mund të zhvillohen dhe të administrohen në shkallë shkolle. Në këtë rast, kemi të bëjmë me **Vlerësimin e brendshëm**, që mbështetet në parimet e autonomisë së shkollës. Po qe se procedurat e vlerësimit zhvillohen jashtë shkollave, nga agjenci të specializuara, të cilat kanë të drejtë të administrojnë, themi se kemi të bëjmë me **Vlerësimin e jashtëm**.

Duke siguruar **Vlerësimin e jashtëm**, në fund të secilit nga tri nivelet kryesore të shkollimit (në fund të klasës së 5-të, në fund të klasës së 9-të dhe në fund të klasës së 12-të), duke e kultivuar njëkohësisht edhe **Vlerësimin e brendshëm** (si procedurë e vlefshme për cilësimin dhe vlerësimin e arritjeve të nxënësve), do të mundësohet që të sigurohen më shumë informacione kthyese për **Krijuesit e politikës arsimore**.

Në fund të klasës së 5-të (mbarimi i arsimit fillor), nxënësit do të provohen lidhur me aftësitë e tyre **për të lexuar dhe për të shkruar në gjuhë amtare** dhe **aftësinë e llogaritjes me numra**.

Në arsimin fillor (klasa 1 deri 5), nxënësit nuk mund të shpallen si mbetës dhe nuk bën të përsërisin klasën. Nxënësve, që kanë vështirësi në nxënie, duhet t'u ofrojmë çdo mbështetje të mundshme, në mënyrë që të përparojnë edhe ata, në pajtim me potencialin e tyre.

Kontrollimi i njohurive të nxënësve në mësimin elementar të matematikës ka specifikat e veta dhe ai dallon nga lëndët e tjera mësimore. Ky kontrollim bëhet me gojë dhe me shkrim, dhe secila formë e kontrollimit, përveç përparësive, ka edhe të metat e saj.

9.2.5.1. KONTROLLIMI I NJOHURIVE ME GOJË

Kontrollimi i njohurive me gojë përfshin të dhënat që i ka mbledhur mësuesi gjatë shpjegimit të mësimit të ri, gjatë përsëritjeve dhe ushtrimeve, në ç'masë nxënësit mund ta aplikojnë atë dituri në jetën e përditshme. Format e kontrollimit me gojë mund të jenë dy farësh:

- Para të gjithë nxënësve parashtrojmë pyetjen gojore, në mënyrë që përgjigjen, po ashtu gojore, e kërkojmë prej një, dy ose më shumë nxënësve. (Nuk bëjnë mirë ata mësues, veçanërisht të klasave IV dhe V, të cilët, pas përgjigjes së saktë, të cilën e jep një nxënës, po atë e përsërit si në kor e tërë paralelja. Kjo ecuri daton nga koha kur nuk kemi pasur libra të matematikës!).

SHEMBUJ:

1. Cili është numri i parë i dhjetëshes së katërt? ڤ

2. Për 5 më i madh se 4 është ڤ, ndërsa për 5 herë më i madh se 4 është ڤ

3. Cili numër është 3 herë më i vogël se 27? ڤ, ndërsa për 3 më i vogël se 27 është ڤ

4. Numrat dyshifrorë deri në 20 janë $\boxed{}$ gjithsej janë ڤ

5. Pasuesi i parë i 88 është ڤ, ndërsa paraardhësi i parë i tij është ڤ

6. "Tabela e shumëzimit" 8·7 =? 9·8=? 6·9=?

- Para të gjithë nxënësve parashtrojmë detyrën problemore, zgjidhjen e së cilës në tabelën shkollore do ta gjejë ai nxënës, për të cilin është i "interesuar" mësuesi, varësisht nga detyra, ai numëron, krahason, mat, vizaton, interpreton..., në fund zgjidh. "Lënda e parë" për aplikimin e këtij lloji të kontrollimit janë detyrat e shumta dhe të panumërta problemore, të cilat s'është nevoja që të emërtohen me këtë rast.

Me rastin e kontrollimit të njohurive me gojë, me mjaft rëndësi është dhënia e pyetjeve plotësuese: **Sqaroje si e zgjidhe detyrën? A mund ta zgjidhësh edhe ndryshe? Si? Sa zgjidhje mund të ketë? Formuloje dhe zgjidhe një detyrë të ngjashme!**

Në praktikën shkollore është evidencuar kjo ecuri e punës: Orvatja e zgjidhjes së detyrës problemore (në tabelën shkollore) në të njëjtën kohë nga ana e dy nxënësve. Përveç "të mirave" që sjell kjo ecuri e punës (është më racionale dhe zhvillon garën në të mësuar), nuk këshillohet për aplikim, meqë ajo vuan nga disa të meta: Kultivohet egoizmi në mes të nxënësve, te nxënësi, i cili zë vendin e dytë, "luhatet" vetëbesimi, iniciativa, janë të mundshme pëshpëritjet e nxënësve të tjerë, të cilët "anojnë" për njërin nxënës apo tjetrin, njëri nxënës me dinakëri nga shoku i tij mund "të regjistrojë" të dhënat e nevojshme, të cilat shpiejnë në zgjidhjen e detyrës etj.

Kontrollimi i njohurive me gojë i ka të metat dhe përparësitë e tij, me ç'rast do t'i përmendim vetëm disa sosh:

Të metat:

- Pyetjet e mësuesit dhe përgjigjet e nxënësve "nuk regjistrohen", me fjalë të tjera mund të inkorporohet subjektiviteti i mësuesit,
- Mësuesi mund të ndikojë në përgjigjet e nxënësve,
- Të gjithë nxënësit nuk përgjigjen në pyetjet e njëjta dhe
- Shpesh kontrollohet "pjesa e imët" e përmbajtjeve mësimore.

Përparësitë e kontrollimit me gojë ndaj atij me shkrim, mund të jenë:

- Kontrollimi i njohurive është më sistematik, duke mos i lejuar nxënësit që të mësojnë në formë fushate, sipas rastit,
- Nxënësit drejtpërdrejt vërejnë rezultatet e punës së vet dhe
- Po qe se "izolohen" pëshpëritjet e nxënësve dhe ato të mësuesit, kontrollimi i njohurive me gojë është më objektiv, meqë ekziston mundësia për të bërë pyetje plotësuese aty për aty.

9.2.5.2. KONTROLLIMI I NJOHURIVE ME SHKRIM

Kontrollimi i njohurive të nxënësve nëpërmjet punimeve me shkrim realizohet gjatë tërë vitit shkollor. "Punimet e pavarura" me shkrim nuk duhet të jenë të vëllimshme. Brenda një ore mësimi nxënësve mund t'u ofrohet 2-3 herë nga një ushtrim apo detyrë problemore, me kohëzgjatje 3-15 minuta, varësisht nga klasa, të cilën e vijojnë nxënësit. Puna e pavarur e nxënësve nëpërmjet punimeve me shkrim këshillohet të ketë këtë kohëzgjatje; në kl. I: 20 minuta, në kl. II: 25 minuta, në kl. III: 30 minuta, në kl. IV: 35 minuta dhe në kl . V: 40 minuta.

Puna kontrolluese me shkrim mund të përmbajë detyra ndër më të ndryshmet: Zgjidhje të detyrave praktike nga jeta dhe puna me një apo më shumë operacione aritmetike, zgjidhja e detyrave numerike, barazimeve, pabarazimeve, detyra këto ku kërkohet diçka të matet, të vizatohet, të konstruktohet, trajtë gjeometrike...

Kontrollimi me shkrim i njohurive, shprehive e shkathtësive realizohet nëpërmjet:

a) ushtrimeve kontrolluese,
b) detyrave me shkrim dhe
c) testimit.

Ndërmjet ushtrimeve kontrolluese dhe detyrave me shkrim nuk ka farë dallimi për nga "përmbajtja". Qëllimi i ushtrimit është verifikimi i përvetësimit dhe se si aplikohen algoritmet e caktuara. Nëse prej nxënësve kërkohet përpjekje më e madhe intelektuale, invencion më i madh, atëherë themi që kjo është detyrë, p.sh.:

Ushtrime kontrolluese

1. Llogarit (36+18) – 24,
2. Zgjidhe barazimin 8x = 40 ,
3. Mate gjatësinë e segmenteve të vizatuara dhe shprehi me dy dhe një njësi të masës.

A ———————————— B   C ————————— D

AB = _________ cm _________ mm

CD = _________ cm _________ mm

4. Llogarit 100 - (100:4) =

ose nga numri 100 zbrit të katërtën e tij.

Detyra kontrolluese me shkrim

1 Lumi Nil është i gjatë 5920374 m, kurse Danubi 2.850.497 m. Për sa është Nili më i gjatë se Danubi?

2 Nga një depo, pasi u nxorrën një herë 23640 thasë çimento e herën e dytë 15885, ngelën 71432 thasë çimento. Sa thasë çimento kishte në depo?

x - (23640+15885) = 71432

3 Në depo arritën së pari 62614 libra e, pastaj edhe 27648. Pasi që nga depoja u morën një sasi librash, ngelën 38194. Sa libra u morën nga depoja?

(62614+27648) - x = 38194

4 Cilit numër duhet shtuar numri 3286 që të fitohet numri më i madh se 9687?

x + 3286 > 9687

Pas zgjidhjes së detyrave kontrolluese, pason analiza e rezultateve të saj. Mësuesi duhet të evidencojë gabimet e çdo nxënësi. Ai vëren se në cilat detyra problemore janë arritur rezultatet optimale, në cilat janë shfaqur "gabimet tipike" dhe ato që janë shfaqur prej një rasti në tjetrin, çka duhet të përsëritet, cilëve nxënës duhet t'iu ofrohet "ndihma profesionale" etj.

Korrigjimi i detyrave kontrolluese me shkrim duhet të bëhet në afatin optimal, më se largu të nesërmen, me ç'rast lypset të debatohet për gabimet dhe të metat që janë shfaqur në një, apo në disa raste.

Kontrollimi me shkrim i njohurive, shprehive e shkathtësive ka këto përparësi:

- kontrollohet përmbajtja më e gjerë mësimore,
- të gjithë nxënësit iu "nënshtrohen" detyrave të njëjta,
- kultivohet dhe avancohet gara në të mësuar,
- kultivohet pavarësia në zgjidhjen e detyrave dhe
- përmban parakushte të një kontrollimi objektiv.

Kontrollimi dhe vlerësimi i diturive, shprehive dhe shkathtësive të arritura në mësimin e matematikës, paraqesin dy etapa të strukturës së përgjithshme të punës mësimore, përkatësisht ato janë veprimtari të ndërlidhura midis tyre, por jo edhe identike.

Vlerësimi i njohurive të kontrolluara, çasti dhe rrethanat kur ky realizohet, është një akt tepër i ndieshëm. **Vlerësimet e mësuesit gjatë kohës kur nxënësit janë në vlugun e punës, më shumë janë "mjete frenuese" sesa "mjete nxitëse"**. Ata do të duhej të çlirohen nga presioni i vlerësimit dhe gjatë orës së mësimit, vëmendjen ta përqëndrojnë te zgjidhja me efiqencë e detyrës.

Vlerësimi i njohurive të nxënësve lypset të jetë i planifikuar, përndryshe mësuesi mund të hamendet, kur nxënësi duhet të vlerësohet me notë! Për këtë, me mjaft rëndësi është vlerësimi sistematik i nxënësve me notë, e cila iu mundëson që të kuptojnë sukseset dhe mosukseset e tyre dhe në këtë drejtim nxënësit nxiten për angazhim edhe më të madh në procesin edukativo-arsimor.

Sot, duke qenë nxënësi **"Në qendër të vëmendjes"**, vlerësimi i njohurive të nxënësve mund të realizohet edhe nëpërmjet:

- **vetëvlerësimit të nxënësit,** apo
- **grupi i nxënësve vlerëson njohuritë e një nxënësi.**

Në qoftë se vetëvlerësimi i nxënësit nuk është objektiv, atëherë mund të zhvillohet debat në relacionin nxënës-mësues.

Nota si akt i vlerësimit (dhe vetëvlerësimit objektiv) duhet të kumtohet, të arsyetohet dhe të shënohet publikisht. Ajo "nuk guxon" të shënohet me shenja të pacaktuara (pika, viza, pikëçuditëse...). Mësuesi, pas çdo tremujori, i vlerëson nxënësit me "notën sezonale", ndërsa në fund të vitit shkollor e "mbyll" notën përfundimtare nga mësimi elementar i matematikës. Po qe se "grafiku i suksesit" elementar te nxënësit shënon rritje, këshillohet që nota përfundimtare të jetë ajo e fundit, e jo siç veprohet në disa mese shkollore, duke llogaritur "mesin aritmetik të notave" gjatë tërë vitit shkollor.

Përsa i përket kërkesave që ka shkolla për vlerësimin e njohurive, këto, në radhë të parë, bëhen në **Fletët e punës.**

Vlerësimi i nxënësve duhet të bëhet me sa më shumë nota dhe ky vlerësim duhet të jetë objektiv, i shoqëruar me një takt pedagogjik, që paraqet një kontribut të çmuar për arritjen e rezultateve optimale në mësimin elementar të matematikës.

9.3. TESTIMI NË MESIMIN ELEMENTAR TË MATEMATIKËS

Fjala **test në kuptimin didaktik e ka burimin në fjalët latine "TESTARI", "TESTUM"** që do të thotë **dëshmi.**

Testi është instrument, ndërsa **testimi është teknikë** (procedurë, ecuri) **e vlerësimit objektiv të njohurive, të shprehive dhe të shkathtësive të arritura** edhe në MEM. Testi shpaloset me vargun e paramenduar dhe të përgatitur të detyrave apo të pyetjeve, për të cilat nxënësit duhet të japin zgjidhje dhe përgjigje.

Mësimdhënia elementare e matematikës, me tërë gjerësinë dhe spektrin e specifikave të saj, përfaqëson një "terren të mrekullueshëm" për aplikimin e testimit. Për momentin, ndikimin e tyre pozitiv për mënyrën e zbatimit të testimit po e ushtrojnë edhe librat shkollorë dhe materialet e shtruara në fletët e punës (I-V).

Përpilimi i testit bën pjesë në njërën ndër detyrat më të ndërlikuara në procesin e mësimdhënies. Përpiluesi duhet të ketë parasysh se ç'dëshiron të arrijë me atë test, cilat njohuri dhe shkathtësi do të jenë "lëndë e parë" e testit, a kanë bërë nxënësit parapërgatitje për testim, çfarë është kriteri i vlerësimit në përgjigjet e dhëna (shpërndarja e numrit të poenave për pyetjet e parashtruara në test), a është parësore shpejtësia në zgjidhje, cilës grupmoshë të nxënësve u dedikohet testi, çfarë është gatishmëria e nxënësve për t'u testuar, etj. Për këtë arsye, përpiluesit e testeve të mësimit elementar të matematikës duhet të kenë përvojë të pasur edukative-arsimore. Aftësia për të ndërtuar teste të vlefshme bën që edhe matja dhe vlerësimi i përvetësimit të njohurive të jenë të besueshme.

Sipas shkallës së verifikuar të objektivitetit dhe shtrirjes së aplikimit, dallojmë dy lloj testesh:

a) **Teste të standardizuara** dhe

b) **Teste të pastandardizuara.**

Testet e standardizuara zgjedhen dhe hartohen nga stafe ekspertësh pedagogjikë (pedagogë, psikologë e metodikanë të matematikës),në institucionet mësimore-shkencore të specializuara. Para se të ketë marrë "udhën" e një aplikimi të gjerë, testi do të duhej t'i nënshtrohet etapës provuese (në një shkollë të vetme) për t'i rivlerësuar "parametrat matës". Pas korrekturës përfundimtare, ai do të "zyrtarizohet" me epitetin e një "testi të vyer" dhe e gëzon të drejtën e aplikimit të gjerë. Meqë te testet e "zyrtarizuara", numri i kushteve specifike që do të duhej plotësuar është i madh, vetiu, po këta, nga mësuesit tanë, përcillen me frikë dhe ankth!

Testet e pastandardizuara i përpilon mësuesi (ose një grup mësuesish). Ato janë shumë pak të verifikuara dhe si të tilla gjejnë vetëm aplikim lokal brenda-përbrenda një shkolle.

Në mësimin elementar bashkëkohës të matematikës, mësuesi ndonjëherë është i shtrënguar që të zgjedhë dhe të përpilojë vetë testin. Për këtë qëllim, për t'u ardhur në ndihmë mësuesve, këtu po paraqesim disa nga veçoritë e një testi "sadopak të mirë":

Vlerëshmëria. Themi që testi është i vlershëm po qe se hulumton, mat dhe vlerëson me të vërtetë dituritë thelbësore, shprehitë dhe shkathtësitë e grupmoshave të nxënësve, mbështetur në programet mësimore.

Besueshmëria. Testin do ta quajmë të besueshëm po qe se nxënësit e njëjtë, dy herë të testuar me test të njëjtë, në periudha të ndryshme kohore, fitojnë numër të njëjtë ose të përafërt poenash.

Objektiviteti. Nga testi lypset të eliminohet "faktori subjektiv", i cili ushtron ndikim në "punën hulumtuese" të nxënësve dhe në kontrollimin e vlerësimin e kësaj pune. Në këtë drejtim, lypset të modelojë "**çelësin e vlerësimit"** (të paracaktojë numrin e poenave (pikëve) të mundshëm për çdo zgjidhje të saktë të detyrës së caktuar).

Ndjeshmëria. Testi i vyer vë "kufirin" e qartë ndërmjet nxënësve "të përparuar" dhe atyre "më pak të përparuar" (mbetës) në MEM. Kjo mund të arrihet, po qe se nga testi i përpiluar paraprakisht eliminohen pyetjet dhe detyrat "shumë të vështira" (të ndërlikuara) dhe "shumë të lehta".

Aplikueshmëria. Themi që testi është praktik, po qe se plotësohet dhe zgjidhet "lehtë" dhe po aq lehtë mund të kontrollohet, të analizohet dhe të vlerësohet nga ana e mësuesit, në mënyrë që nxënësit "me kohë" të bëhen me dije për suksesin e arritur.

Testi i përgatitur dhe i përpiluar me përkushtim ofron mundësi të mëdha, që, brenda periudhave të shkurtëra kohore, të bëjë kontrollimin dhe vlerësimin e bindshëm dhe me elegance, të njohurive, të shprehive dhe të shkathtësive të nxënësve.

Në mësimin elementar të matematikës mund të aplikohen këta tipa të testit:

1. Tipi i testit me një zgjidhje,
2. Tipi i testit me dy zgjidhje,
3. Tipi i testit me shumë zgjidhje,
4. Tipi i testit me rikujtim dhe me plotësim,
5. Tipi i testit me krahasim dhe mbarështrim,
6. Tipi i testit grafik dhe
7. Tipi i testit skematik tabelar.

9.3.1. TIPI I TESTIT ME NJË ZGJIDHJE

Në praktikën shkollore këtë tip të testit më tepër e ndeshim në formë të dhënies së detyrave problemore, me ç'rast vlerësojmë se ky nuk është qëllimi i tij. Në rastet e tilla **testimi "shndërrohet" në provim me shkrim**, kështu p.sh. jepen detyra të kësaj natyre:

1) Zgjidhni pabarazimin $27x - 2475 < 183096$.

2) Vëllimi i një kuboidi është 21000 cm^3, ndërsa dy përmasat e tij janë 28 cm dhe 5 cm. Sa është përmasa e tretë?

Në vazhdim japim disa shembuj pyetjesh të testit me një zgjidhje:

1^o Paraqitni në gjysmëdrejtëzën numerike këta numra:
2000, 3500 dhe 7500

2^o Sa numra natyralë ekzistojnë ndërmjet:
a) 968 dhe 999
b) 857 dhe 860
c) 952 dhe 954
d) 469 dhe 470

3^o Janë dhënë numrat 2, 1, 4, 5, 8, 7. Shkruani numrin më të vogël dhe më të madh 6-shifrorë të përbërë prej këtyre 6 shifrave.

4^o Plotëso:
a) 180 sek. = ... min
b) 240 sek. = ... min
c) 15 min = ... sek.
d) 6 orë = ... sek.

5^o Plotëso barazimet:

$$\frac{3}{10} = 0, \quad ; \quad \frac{7}{10} = 0, \quad ; \; 0,9 = \frac{\quad}{10} \; ; \; 0,5 = \frac{\quad}{2} = \frac{\quad}{10} \; .$$

9.3.2. TIPI I TESTIT ME DY ZGJIDHJE

Ky tip testi bën pjesë në grupin e testeve "të lehta", por edhe "më pak të besueshme". Nxënësi duhet të marrë "qëndrim të prerë" për përgjigjen e dhënë. Gjasa që përgjigjja e saktë të qëllohet është 50%. Përgjigjet e tij mund të jenë "**PO**", "**JO**", "**është e saktë**", "**jo e saktë**", "**e vërtetë", "jo e vërtetë"** ose **"duke rrumbullakuar" (rrethuar) numrin rendor të përgjigjes së saktë**. Pra, meqë testi alternativ përgjigje "të tretë" nuk përmban, ekziston mundësia reale që nxënësi me gjasë të ofrojë përgjigje të saktë, të cilën realisht nuk mund ta arsyetojë. Prandaj, përpiluesit të testit alternativ i mbetet për detyrë të vlerësojë që, pas përgjigjes së nxënësit me **"PO"**, **"JO"**, a ka vend për pyetjet "Çfarë"? Pse? Sa? etj., në mënyrë që kontrolli i njohurive të jetë sa më real dhe objektiv.

Shembuj: Rrethoje përgjigjen e saktë!

1 a) Numri 18 është për 6 më i vogël se 24.   Po Jo
  b) Numri 4 është për 6 herë më i vogël se 24. Jo Po

sepse: a)____
         b)____

2 Thyesat $\frac{3}{6}$, $\frac{1}{2}$ dhe $\frac{2}{4}$ a janë të barabarta në mes vete?
PO, JO. Pse? ____

3 Katrori ka (2), (4) boshte të simetrisë. Pse? __________________

4 A janë të sakta pohimet:

a) $\frac{3}{5}$ e metrit janë 60 cm. Po Jo Përse?

b) $\frac{4}{5}$ e metrit janë 85 cm. Jo Po Përse?

5 Ndryshimi i dy numrave natyralë (a-b)
a) gjithherë është numër natyral,
b) nuk është gjithmonë numër natyral.
Pse? ____

6 Herësi i dy numrave natyralë a:b
a) nuk është gjithmonë numër natyral
b) gjithmonë është numër natyral.
Përse?

9.3.3. TIPI I TESTIT ME SHUMË ZGJIDHJE

Në mësimin elementar të matematikës, mësuesi i apasionuar, po qe se ka preferenca ndaj testimit, ka "terren" të përshtatshëm për ta aplikuar edhe këtë tip testi, detyrat e të cilit mund të përmbajnë 3,4 e më shumë zgjidhje, ndërkaq vetëm njëra ose dy-tre sosh janë të sakta. Ato përmbajnë përgjigjen e saktë dhe përgjigje të ndryshme të gabuara, që kanë synim të zhvendosin vëmendjen e nxënësit ose ta hutojnë atë. Funksioni i tyre është që ta largojnë vëmendjen e atyre nxënësve që janë të pasigurtë ose dyshojnë në përgjigjen e saktë. Përgjigjja e saktë rrethohet.

SHEMBUJ:

1) Numërorët për të cilët është i vërtetë mosbarazimi

13 +___ > 17 janë: a) 5 b) 6 c) 4 d) 7 e) 3 f) 2

2) Kontrollo dhe rretho cilat nga këmbimet janë të sakta:
a) 987 = 9Q 8 Dh 7 Nj
b) 987 - 8Q 18 Dh 7 Nj
c) 987 = 8Q 17 Dh 17 Nj

d) 987 = 9Q 7 Dh 17 Nj
e) 987 = 8Q 7 Dh 170 Nj
f) 987= 8Q 7 Dh 107 Nj
3) Cili nga segmentet që i bashkon pikat
a) (2,2) me (5,2)
b) (2,2) me (2,5)
c) (2,2) me (5,5)
shtrihet në simetralen e kuadrantit të parë.

4) Po qe se i pjesëtueshmi shumëzohet me 2, ndërsa pjesëtuesi mbetet i pandryshuar, atëherë herësi:
a) rritet për dy,
b) mbetet i pandryshuar,
c) rritet dy herë,
d) zvogëlohet dy herë.

5) Nëse pjesëtuesi është 1 (një), atëherë herësi:
a) është më i madh se i pjesëtueshmi,
b) është baras me të pjesëtueshmin,
c) është më i vogël se i pjesëtueshmi.

6) Rrethoje shkronjën para përgjigjes së saktë
a) $\frac{6}{19} < \frac{6}{21}$
b) $\frac{6}{19} > \frac{6}{21}$
c) $\frac{6}{19} = \frac{6}{21}$ Pse?

9.3.4. TIPI I TESTIT ME RIKUJTIM DHE ME PLOTËSIM

Në mësimin elementar të matematikës, ky tip aplikohet atëherë, në qoftë se duam të verifikojmë se me çfarë suksesi nxënësit i kanë përvetësuar rregullat, pohimet dhe algoritmet e caktuara. Pohimet që testohen duhet të përmbajnë më tepër se gjysmën e fjalëve. Në këtë drejtim, nëse kërkesat e mësuesit janë "ekstreme" (mungojnë fjalët, të cilat përcaktojnë rrjedhën e pohimit), me gjasë mësuesi obligohet që të japë shpjegime plotësuese, të cilat e humbasin qëllimin dhe rëndësinë e organizimit të testimit. Fjalët dhe nocionet që mungojnë, plotësohen nga nxënësit.

SHEMBUJ:

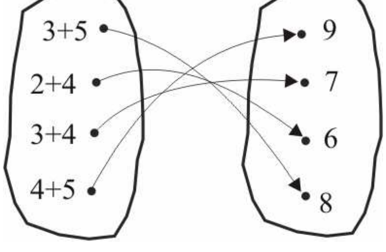
1. Për të kontrolluar nëse një kënd është i drejtë përdoret ______

2. Zbritja është veprim i kundërt i _________
3. Kur një faktor është 1, prodhimi është sa______
4. Drejtëza nuk ka as ________
5. Gjysmëdrejtëza ka _____ por nuk ka _____
6. Zbritja e numrave nuk e ka vetinë ________ dhe vetinë ______
7. Bashkësia e numrave natyrorë është ______
8. Një numër natyror është _____ ose ______
9. Numri 1.000000000 (miliard) ka _________________ milionë.
10. Numri 1000000000000 (bilion) ka ________________ miliardë, përkatësisht ________________ milionë
11. Vëllimi i kubit është baras ____________________________________
____
12. Një numër natyral është i plotëpjesëtueshëm me 5, nëse _____________
____

9.3.5. TIPI I TESTIT ME KRAHASIM DHE MBARËSHTRIM

Përfaqëson njërin ndër tipat më të vjetër të testeve, i cili mbështet dhe vlerëson përforcimin e njohurive dhe shkathtësive edhe në MEM. Në dy shtylla jepen të dhëna kuptimplote. Nocionet, numërorët, madhësitë, elementet... e njërës shtyllë, në një mënyrë apo në një mënyrë tjetër, janë të ngërthyer me nocionet numërorët, madhësitë, elementet,... e shtyllës tjetër. Duke i krahasuar këto "ranglista", nxënësit "zbulojnë" dhe saktësojnë këto lidhje me mbarështrim.

Shembuj:
1° Shoqëro me shigjetë dhe shkruaj barazimet në fletore



3 + 5 = 8

2 + 4 =...

3 + 4 =...

4 + 5 =...

Fig. 50

2^o Pranë prodhimeve dhe herëseve në shtyllën e parë shkruaj numërorët korrespondues nga shtylla e dytë

a) 1654,8 : 1000 =	*1^o*	165480
b) 1654,8 · 1000 =	*2^o*	16,548
c) 1654,8 · 100 =	*3^o*	1654800
d) 1654,8 : 100 =	*4^o*	1,6548

3^o Pranë thyesave në shtyllën e parë, shkruaj thyesat korresponduese nga shtylla e dytë:

$\frac{1}{3}$ emërtohet edhe ndryshe, përkatësisht ( ) $\frac{6}{9}$

$\frac{1}{4}$ emërtohet edhe ndryshe, përkatësisht ( ) $\frac{6}{12}$

$\frac{2}{3}$ emërtohet edhe ndryshe, përkatësisht ( ) $\frac{6}{18}$

$\frac{1}{2}$ emërtohet edhe ndryshe, përkatësisht ( ) $\frac{6}{24}$

4^o Njësitë për matje të syprinave, mbarështroji duke i shoqëruar me shigjetë

$1dm^2$	$10.000\ mm^2$
	$1000000\ mm^2$
	$100\ cm^2$
	$10000\ cm^2$
$1m^2$	$100\ dm^2$
	$10000\ m^2$
	$1000000\ dm^2$
1 ha	$1000000\ mm^2$

9.3.6. TIPI I TESTIT GRAFIK

Testi grafik përdoret si dëshmi për matjen dhe vlerësimin e përvetësimit të njohurive dhe shkathtësive: Si shfrytëzohet kompleti i veglave dhe i mjeteve për vizatim, modelim dhe konstruktim?

Ky tip i testit mund të zbatohet vetëm te përmbajtjet e caktuara mësimore, gjë që do të thotë se aplikimi i tij është i kufizuar.

Shembuj:
1^o Plotëso rreshtimin dhe barazimin

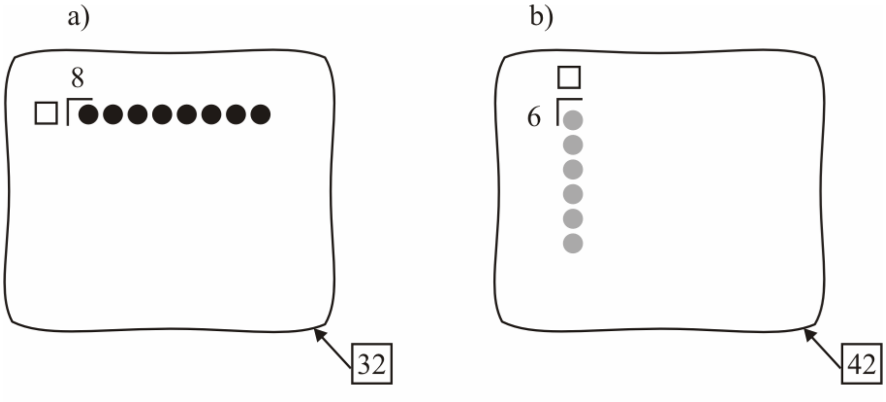


Fig. 51

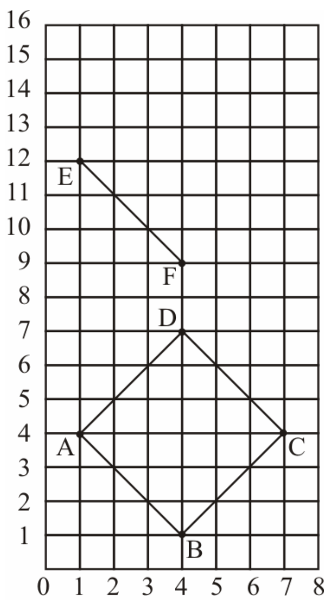


Fig. 52

2^o Vrojto katrorin ABCD (Shih. fig.52)
- vija e ndërprerë është drejtëz simetrie
- vizato katrorin EFGH simetrik me katrorin ABCD

3^o Ndërto një rrjet koordinativ në fletore.
Funksionet
a) $x \rightarrow x+5$ ku $x \in \{0,2,4\}$
b) $x \rightarrow x-5$ ku $x \in \{7,9,11\}$
paraqiti me diagrame!

9.3.7. TIPI I TESTIT SKEMATIK – TABELAR

Në mësimin elementar bashkëkohës të matematikës, ky tip i testit po zbatohet përherë e më shumë. Tabelat dhe skemat e dhëna janë të përfaqësuara me shifra, numërorë, shenja, simbole, operacione, relacione... ku kërkohet "plotësimi i vendeve boshe" me relacione, simbole e shenja të po asaj "natyre".

Për të vjelë të panjohurat nëpërmjet këtij tip testi, ndihmohemi nga ligjet e të menduarit (ligji i identitetit, i përjashtimit të së tretës...,) operacionet mendore (analiza, krahasimi...) dhe format e përfundimeve (analogjike e intuitive).

Shembuj:
1). Plotëso skemat:

a) 14 + 3 = أ + 14

b) 12 + Δ = 5 + 12

2). Plotëso tabelat:

a)

□	1	2	3	4
□ + 7				

b)

□	1	0	4	3
8 + □				

c)

□	□ + 5
0	
3	
9	

d)

	6 fishi
5	
3	
1	

e)

	56		
14			
	7	7	7

3) Rigrupo mbledhoret dhe gjeje shumën:

(4+3) + 2 = 4 + (___ + ____)

= 4 + Δ

=أ

4) Plotëso skemën:

18 · 9 = (___ + ____) · ____

= 10 · ____ +____ · 9

= ____ + ____

= 162

5) Plotëso tabelat vijuese

a)

a	40000		62000
b	40	125	
a:b		4	31

b)

n - 1	n	n + 1
	1000	
		11000
8009		

6) Plotëso skemat

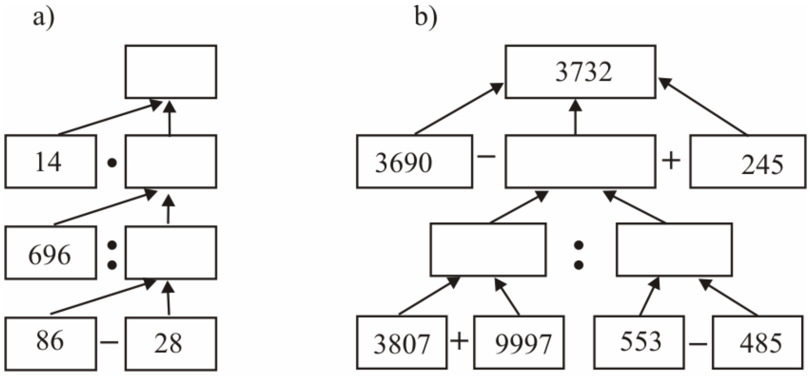


Fig. 53

7) Plotëso

```
_ 6*7*8 | *7*
  *7*   | 1**
 _ 3*64
   *9*8
  _ 2*6*
    *9*8
      00
```

Zgjidhja:

```
_ 69748 : 371 = 188
  371
 _ 3264
   2968
  _ 2968
    2968
      00
```

Në mësimin elementar të matematikës, mundësia për të përpiluar testet e tipave të ndryshëm, është tejet e gjerë. Një detyrë mund të përfaqësohet edhe si sintezë e disa tipave të testit, po e zëmë, me një zgjidhje, skematik-tabelar, grafik, me rikujtim e plotësim, me krahasim e mbarështrim, etj., që për mësuesin dhe për nxënësit do të duhej të jetë preferenca e tyre. Mësuesit ambiciozë, të aftë dhe inventivë, mund të zgjerojnë me të madhe fushëveprimin e larmishëm të testimit. Ai duhet të njohë tipat e testeve, veçoritë e tyre, kushtet dhe rrethanat e aplikimit dhe të persiasë në drejtim të kombinimit, pasurimit dhe përparimit të formave të testimit. Përsosja e testeve të diturisë varet nga risitë e teknikës së testimit.

Pasi të ketë marrë fund testimi, materiali mblidhet, sistemohet, analizohet, kontrollohet dhe vlerësohet. Këtu, para mësuesit apo komisionit vlerësues, shpalosen disa etapa të punës.

Etapa e parë:

- përpilimi i tabelës, ku shënohet emri dhe mbiemri i pjesëmarrësve në testim,
- numri i pikëve personale të fituara,
- llogaritja e vlerës mesatare M të suksesit të paraleles - në poena (numri i gjithmbarshëm i poenave të fituar pjesëtohet me numrin e nxënësve).

Etapa e dytë:

- llogaritja e devijimit normal **n** nëpërmjet algoritmit n = $\sqrt{\frac{\Sigma(M-X)^2}{N}}$

n - devijimi normal (përfshin kufirin e sipërm dhe të poshtëm te mesatarja e suksesit, e shprehur në poena),

M - vlera mesatare e suksesit të paraleles, e llogaritur në etapën e parë - në poena,

X - suksesi personal i nxënësit, i llogaritur në etapën e parë - në pikë,

N - numri gjithpërfshirës i nxënësve të testuar.

Ecuria e përllogaritjes së **n** është:

a) Nga vlera mesatare M e suksesit të paraleles (në poena), zbresim sukseset X, të nxënësve veç e veç (në poena) dhe ndryshesat e fituara "fuqizohen në katror".

b) "Binomet në katror" mblidhen duke u pjesëtuar me numrin e nxënësve,

c) Llogaritet rrënja katrore e herësit të fituar.

Vlera numerike e fituar në këtë mënyrë përfaqëson **devijimin normal.**

Etapa e tretë:

- pikët e fituara konvertohen në notë.

Shembull:

Po e zëmë se, paralelja numëron 40 nxënës, ndërkaq 4 pyetjet e parashtruara ofrojnë 20 poena të mundshëm.

Zgjidhje: Po qe se vlera mesatare e suksesit të paraleles është M = 400 poena, me devijim normal n = 120, atëherë suksesi i testimit shpaloset kështu:

1	2	3	4	5

220 340 400 460 580

0-219 poena	pamjaftueshëm (1)
220-339 poena	mjaftueshëm (2)
340-459 poena	mirë (3)
460-579 poena	shumë mirë (4)
580-800 poena	shkëlqyeshëm (5)

Ndërkaq, për vlerësim "paksa më të përafërt", mund të ndiqet kjo ecuri:

Meqë ekzistuakan pesë nota (1,2,3,4,5), atëherë numri i përgjithshëm i poenave të mundshëm ($40 \cdot 20 = 800$) do të duhej të pjesëtohet me numrin e notave ($800 : 5 = 160$). Kështu për 160 poena të fituar (në tërë paralelen) llogaritet një notë dhe pastaj, çdo note tjetër më të madhe pasuese, i shtohen nga 160 poena. Me atë rast, shndërrimi i poenave në notë shpaloset kështu:

0-159 poena	pamjaftueshëm (1)
160-319 poena	mjaftueshëm (2)
320-479 poena	mirë (3)
480-639 poena	shumë mirë (4)
640-800 poena	shkëlqyeshëm (5)

Ecuria e njëjtë mund të përdoret edhe për vlerësimin e testeve të veçanta të nxënësve veç e veç... Kështu, meqë numri maksimal i poenave, që mund të ketë fituar një nxënës, është 20, atëherë, pasi ekzistuakan pesë nota vlerësimi (20:5=4), themi që 4 poena të fituar përfaqësojnë një notë (1) dhe pastaj çdo note tjetër, më të madhe, pasuese, i shtohen nga 4 poena, kështu

0 - 4 poena	pamjaftueshëm (1)
5 - 8 poena	mjaftueshëm (2)
9 - 12 poena	mirë (3)
13 - 16 poena	shumë mirë (4)
17 - 20 poena	shkëlqyeshëm (5)

Në të gjitha rastet e mundshme, vlerësimet e sipërpërmendura kërkojnë "korrekturë të detyrueshme" dhe në "çelësin e vlerësimit" do të duhej të kenë ndikim:

- çfarë "rangu" i përket përmbajtja mësimore e testuar (thelbësore, dytësore...),
- ndërlikueshmëria e pyetjes apo e detyrës (përgjigjja, zgjidhja e saktë e së cilës do të duhej të japë numër më të madh poenash),
- kohëzgjatja e testimit (zgjidhjet e sakta dhe "të shpejta" do të duhej të sjellin numër më të madh poenash),
- rrugëzgjidhjet e detyrës së parashtruar,
- përpikëria relative (po qe se mungon përpikëria absolute), etj.

Testimi dhe vlerësimet rreth tij, nuk është e thënë që gjithnjë të jenë objektive dhe reale. Megjithatë, vlerësimet objektive dhe të besueshme varen nga: Përpilimi i testit, qëllimi edukativo-arsimor i detyrave që testohen, grupmosha, parapërgatitjet, përvoja dhe gatishmëria e nxënësve për t'u testuar, kohëzgjatja e testimit etj.

Dhe në fund po konstatojmë se **testimi**, sikurse çdo formë tjetër e kontrollimit të diturive, përmban në vete disa nga vetitë e tyre pozitive dhe negative.

Vetitë pozitive të testimit të diturisë janë:

- kontrollohet një "vëllim" më i gjerë i përmbajtjes mësimore,
- të gjithë nxënësit u nënshtrohen detyrave (pyetjeve) të njëjta,
- të gjithë nxënësit kanë vendosje dhe kushte të njëjta pune,
- kultivohet forma e punës individuale,
- kultivohen dhe nxiten garat në të mësuar,
- ngërthen në vete parakushtet e një kontrollimi objektiv...

Ndërkaq, testimi i diturisë vuan edhe nga disa të meta evidente:

- mungojnë pyetjet "plotësuese" dhe "ndihmëse", të cilat do të riparonin "gjendjen" duke e kthyer në gjendje pozitive,
- nxënësit mund të ankohen që nuk kanë pasur kohë të mjaftueshme për t'i zgjidhur detyrat,
- meqë kontrollimi i tyre "nuk është publik", mund të ketë ndonjë "dozë" paksa subjektive,
- vuan nga dukuria e përshkrimit (kopjimit) etj.

Megjithatë, testet e përgatitura me përkujdesje, ofrojnë mundësi të mëdha që, në mënyrë mjaft të besueshme dhe elegante, të kontrollohet dhe të vlerësohet dituria e nxënësve në MEM.

Tradicionalisht **cilësimi dhe vlerësimi** i njohurive të nxënësve është i fokusuar në aplikimin e **fletushkave mësimore** dhe **testeve të (pa)standa-rdizuara**.

Mendimet e kohëve të fundit, lidhur me **vlerësimin e njohurive** të nxënë-sve nëpërmjet **Testimit tradicional (Vlerësimit të kërkuar)** kanë **evoluar**.

Vlerësimi autentik i kundërvënë **Vlerësimit të kërkuar**, është një formë vlerësimi bashkëkohës, i cili reflekton **përvojat e mësimit aktual**, të cilat mund të shfaqen nëpërmjet: **Të të vërejturit të vazhdueshëm, shembujve të punës aktuale, regjistrimeve lidhur me përparimet apo prapambetjet, detyrave (në kontekstin familjar…).**

Me vlerësim autentik kuptojmë:

- Të “zbuluarit” çfarë dinë fëmijët dhe çka mund të bëjnë më tepër dhe jo të fokusuarit, çka nuk dinë ata?
- Të ofruarit e instruksioneve, çfarë të mësohet dhe si të mësohet?
- Matja dhe cilësimi i aftësive njohëse të çdo nxënësi veç e veç dhe jo të fokusuarit në gjetjen e gabimeve të tyre.
- Matja dhe cilësimi i përparimit personal të çdo fëmije, jo për të krahasuar përparimet e fëmijëve midis tyre, përkatësisht vlerësimi kundruall një standardi zotërimi dhe jo kundruall shkallës vlerësuese me fëmijët e tjerë.
- Dhe në fund vlerësimi autentik rrezaton me refleksione bashkëpunuese dhe bashkëvepruese ndërmjet mësuesve, nxënësve dhe prindërve.

9.4. FORMAT E PUNËS MËSIMORE NË MËSIMIN ELEMENTAR TË MATEMATIKËS

Në procesin mësimor, puna me nxënës dhe puna e vetë nxënësve, mund të organizohet, programohet dhe planifikohet në atë mënyrë që, e njëjta detyrë, e njëjta përmbajtje mësimore, e njëjta metodë mësimore, i njëjti parim mësimor, realizohet dhe aplikohet në tërë paralelen ose vetëm në një grup të caktuar të nxënësve, me çifte të caktuara të nxënësve ose vetëm me secilin nxënës veç e veç, por edhe nëpërmjet mësimit të programuar ekzemplar, mësimit plotësues, mësimit në distancë, ekskursioneve etj. Sipas kësaj, në mësimin bashkëkohës elementar të matematikës veçohen:

9.4.1. Format bazë në mësimin elementar të matematikës
Format e punës bazë shpalosen me këtë shtrirje të organizimit:
9.4.1.1. **Forma e punës frontale,**
9.4.1.2**. Forma e punës në grupe,**
9.4.1.3. **Forma e punës në çifte** dhe
9.4.1.4. **Forma e punës individuale.**

9.4.2. Format specifike të mësimit elementar të matematikës
Ndërkaq, **format e punës specifike** përfshijnë këtë degëzim:
9.4.2.1. **Ekskursioni në mësimin elementar të matematikës,**
9.4.2.2. **Mësimi i programuar elementar i matematikës,**
9.4.2.3. **Mësimi ekzemplar elementar i matematikës,**
9.4.2.4. **Mësimi plotësues elementar i matematikës** dhe
9.4.2.5. **Mësimi elementar i matematikës në distancë.**

Varësisht nga përmbajtjet mësimore, qëllimi dhe detyrat që synohen të realizohen, nga preferenca që ka mësuesi së bashku me nxënësit, si dhe nga kushtet dhe rrethanat e tjera konkrete, gjatë të cilave ndiqet mësimi, bëhet edhe zgjedhja e formave mësimore. Me rastin e hartimit të planit të punës për orën e mësimit, mësuesi në marrëveshje me nxënësit përcaktohet për aplikimin e njërës ose të disa formave mësimore në atë orë. Secila nga format e lartpërmendura mësimore ka përparësitë dhe të metat e caktuara. Prandaj, që të mund të shfrytëzohet vetëm përparësia e tyre, ato duhet të kombinohen. Mësuesi duhet të jetë fleksibël, të aplikojë formën mësimore, e cila për momentin do ta përmirësonte ndieshëm cilësinë e mësimdhënies. E mira e së mirës është që kjo të shoqërohet dhe të mbështetet edhe nga preferenca e vetë nxënësve.

9.4.1.1. FORMAT E PUNËS FRONTALE NË MËSIMIN ELEMENTAR TË MATEMATIKËS

Me shprehjen **formë frontale e punës, kuptojmë punën e udhëhequr nga ana e mësuesit me të gjithë nxënësit e një paraleleje, me qëllim që të përvetësohen përmbajtjet e njëjta edukativo-arsimore në po ato kushte të punës.**[30]

Në shkollat tona deri vonë kjo formë e punës është trajtuar kryesisht për shkak të traditës. Ndërkaq, në mësimdhënien bashkëkohëse (I-V), ajo tashmë ka humbur rolin parësor, duke ia lëshuar "vendin" formës së punës individuale! "Tatpjeta e papritur" e formës së punës frontale, para së gjithash, pasoi ngase u futën

[30] Jaka, prof. Bedri: "Metodika e mësimdhënies së matematikës për studentët e SHLP-së - Dega e Matematikës, FSHMN - Dega e Matematikës, Prishtinë, 1998, f. 172.

në përdorim mbarëkombëtar librat e rinj të matematikës (I-V). Aty-këtu, kjo formë e punës (duke mos rënë ndesh me librat shkollorë ekzistues!) bën të aplikohet në orët e shpjegimit të mësimit të ri, qoftë edhe në tipat e tjerë të orëve të mësimit.

Përparësitë e formës së punës frontale janë: Racionalizimi dhe ekonomizimi më i madh i kohës së mësimit, meqenëse sqarimet, vërtetimet, demonstrimet... u dedikohen njëherazi të gjithë nxënësve të paraleles, realizohet procesi i shoqërizimit të nxënësve, zhvillohet, avancohet dhe afirmohet fryma kolektive e punës, e cila mund të ndikojë fuqishëm në nxitjen reciproke të nxënësve për nxënien e matematikës.

Megjithëkëtë, mossuksesi në mësimin elementar të matematikës, shpeshherë është pasojë e mësimit të udhëhequr, sipas nxënësit me aftësi mesatare të paraleles. Kjo do të thotë se forma e punës frontale është dominante në praktikën tonë shkollore dhe si e tillë "ka" mjaft të meta. Pikësëpari, ajo nuk i përfill dallimet individuale ndërmjet nxënësve në nxënie, shpjegohet, ushtrohet, përforcohet... me ritëm dhe stil të caktuar, që si duket nuk i përgjigjet çdo nxënësi. Më tepër se të tjerët, janë "të dëmtuar" nxënësit, të cilët tregojnë interesim të veçantë për mësimin elementar të matematikës dhe ata që ngecin prapa në mësimin e saj. Të metat e përmendura të formës së punës frontale mund "të zbehen", duke e kombinuar këtë formë të punës me atë individuale ose në grupe. Pra, do të gabonim, po qe se në praktikën tonë shkollore do të aplikonim vetëm formën e punës frontale.

SHEMBULL I FORMËS SË PUNËS FRONTALE.
PËRSËRITJE DHE PËRFORCIM I THYESAVE

Me metodën bashkëbiseduese lypset të përsëriten thyesat në "vëllimin", i cili është i përcaktuar me plan dhe program për klasat e arsimit fillor.

Pyetjet dhe përgjigjet: - Çfarë numri është thyesa?

(Thyesat janë numra me ndihmën e të cilave shprehen pjesët e barabarta të një madhësie, njësie, tërësie).

- Çka paraqet thyesa $\frac{5}{8}$ e një çokolate?

(Çokollata është ndarë në 8 pjesë të barabarta dhe prej tyre janë veçuar, ofruar, mënjanuar 5 pjesë).

- Në rastin konkret, si quhet numri 5, numri 8 dhe vija ndërmjet tyre?

(Numri 5 quhet numëruesi, numri 8 quhet emëruesi, ndërsa vija ndërmjet tyre, quhet vija thyesore).

- Po çka paraqet numëruesi e, çka emëruesi i çfarëdo thyese?

(Emëruesi tregon në sa pjesë të barabarta është ndarë tërësia, përkatësisht tregon **llojin e ndarjes**, ndërsa numëruesi tregon sa pjesë të tilla janë veçuar, marrë, mënjanuar).

- Një tjegull, pas rënies në tokë, është thyer në 6 pjesë. A mund të shprehet me thyesë njëra pjesë e kësaj tjegulle? Përse mendoni kështu?

- Mësuesi para nxënësve ekspozon këtë figurë (kuptohet disa herë të zmadhuar), (Shih fig. 54). Pjesën e ngjyrosur të figurës shprehni me thyesë (Meqenëse figura është ndarë në 49 pjesë, ndërsa janë ngjyrosur 17 pjesë, pjesa e ngjyrosur e figurës shprehet kështu: me thyesë $\frac{17}{49}$ dhe lexohet shtatëmbëdhjetë të dyzet e nëntat).

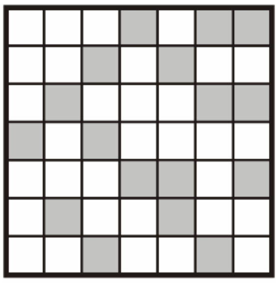


Fig. 54

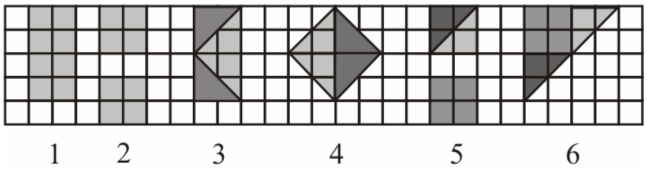


Fig. 55

- Çfarë mund të konstatoni në figurat e lartëshënuara? (Fig. 55)

1 Syprina e sipërfaqes së drejtkëndëshit përbëhet prej 8 syprinave të sipërfaqeve katrore. Syprina e gjithmbarshme është ndarë në dy pjesë të barabarta dhe secila sosh paraqet $\frac{1}{2}$ e asaj madhësie.

2 Syprina e njëjtë drejtkëndëshe është ndarë në 4 pjesë të barabarta dhe secila sosh paraqet $\frac{1}{4}$ e syprinës drejtkëndëshe në shqyrtim. Duke "i lëvizur" nga vendi prej të majtës në të djathtë dy pjesë të kësaj tërësie (të cilat paraqesin trekëndëshin), fitojmë një katror, i cili e ka syprinën e barabartë me syprinën drejtkëndëshe në shqyrtim.

3 Syprina e njëjtë drejtëkëndëshe është ndarë në dy pjesë të barabarta e pastaj, njëra sosh (e sipërmja), është ndarë rishtas në dy pjesë të barabarta dhe me "lëvizjen" e dy pjesëve trekëndëshe, është fituar një trekëndësh).

- Në figurën vijuese, çfarë mund të konstatoni? (Shih fig. 56)

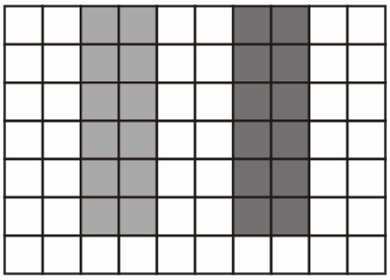


Fig. 56

(Sipas ngjyrave, sipërfaqja katrore është ndarë në 3 drejtkëndësha: të verdhë, të bardhë dhe të gjelbër. Secili drejtkëndësh është ndarë në 3 katrorë të barabartë. Prandaj themi që katrori në shqyrtim është ndarë në 9 katrorë të vegjël dhe të barabartë, ku prapë secili sish ndahet në 4 katrorë të tjerë më të vegjël. Pra, me këtë rast themi që tërësia (katrori në shqyrtim) është ndarë në 36 katrorë të barabartë).

- Në vazhdim, nxënësit kanë për detyrë që të tregojnë, "duke e prekur" syprinën, cila pjesë paraqet:

$$\frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{3}{9}, \frac{4}{9}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{36}, \frac{2}{36}, \frac{3}{36}, \frac{4}{36}, \frac{12}{36}, \frac{16}{36}, \frac{18}{36} \ldots$$

Vërejtje: Do të ishte shumë i dobishëm aplikimi i "**rregullës së artë**": **Asnjë nxënës "nuk guxon" të aktivizohet tri herë gjatë po asaj ore mësimi, po qe se më parë, gjatë asaj ore, nuk janë aktivizuar të gjithë nxënësit e tjerë.**

Për detyrë shtëpie:

- Ngjyrosni atë pjesë të figurës, sa tregon thyesa pranë saj?

(Fig. 57) a) $\frac{13}{20}$ b) $\frac{19}{36}$.

- Cila pjesë e figurës mbetet pa u ngjyrosur?

a) b)

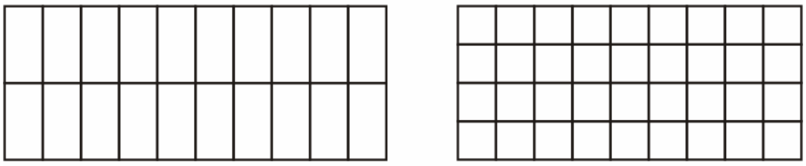


Fig. 57

9.4.1.2. FORMA E PUNËS ME GRUPE NË MËSIMIN ELEMENTAR TË MATEMATIKËS

Me shprehjen formë e punës me grupe kuptojmë atë formë organizative, ku qëllimi dhe detyrat e orës së mësimit realizohen nëpërmjet punës së nxënësve, të cilët punojnë në kuadër të grupeve të caktuara mësimore. Nxënësit e një paraleleje ndahen në disa grupe. Për shkak të mundësisë së shfaqjes së rivalitetit brendapërbrenda anëtarëve të një grupi, e mira e së mirës është që numri i nxënësve të një grupi të jetë cub (tek). Sidomos kjo formë e punës është e përshtatshme për tipat e orëve të ushtrimeve, ku secili grup mund të ketë detyra problemore të njëjta ose të ndryshme.

Aplikimi me sukses i kësaj forme të punës varet nga "kriteri" i formimit të grupit, çfarë përmbajtje mësimore shpjegohet, ushtrohet, përsëritet..., cilat mjete mësimore aplikohen.

Formimi i grupit paraqet njërin prej elementeve qenësorë, i cili varet prej qëllimit edukativo-arsimor që do të realizohet.

Grupet mund të formohen sipas:

- paraditurive, shkathtësive dhe shprehive të nxënësve, (homogjene dhe heterogjene),
- llojit të detyrës (njëtemëshe dhe shumëtemëshe),
- kohës së punës së përbashkët në grupe (të përkohshme dhe të përhershme),
- interesimit dhe aspiratave të nxënësve,
- lidhjeve familjare, gjinore e shoqërore,
- vendqëndrimit të nxënësve në klasë,
- sugjerimit e propozimit të prindit, etj.

Me mjaft rëndësi është që çdo grup të ketë udhëheqësin - nxënës i dalluar në mësimin e matematikës. Grupet duhet t'i formojë mësuesi, por, duke e përfillur dëshirën dhe interesimin e nxënësve, me kusht që këto të mos pengojnë punën e suksesshme të grupit.

Detyrat e para të grupeve do të duhej të jenë të thjeshta, të lehta, interesante dhe tërheqëse. Çdo grup duhet të jetë i pajisur me material didaktik dhe të punës. Detyrat e grupeve mund të jenë: matja e gjatësisë, matja e kohës, krahasimi i thyesave, Matja e madhësive (kg, m, l, km, dm^3...) të hequrit e drejtëzave pingule dhe paralele, rrjetet (modelet) e trupave gjeometrikë, interpretimi grafik i operacioneve me bashkësi,"loja" me vizore dhe kompas për të fituar figurën më të bukur, shembuj dhe detyra me relacione, bashkësi, barazime, pabarazime, rreshtime, operacione aritmetike... me shkallë të ndryshme ndërlikueshmërie, kuiz i mendjemprehtësisë ndërmjet grupeve... etj.

Të veçantat e përgatitjes së mësuesit për zbatimin efektiv të formës së punës në grupe janë:

a) formimi i grupeve të jetë i motivuar,

b) grupet "ekzistuese", para se të fillojnë nga puna, bën edhe të rindahen,

c) nxënësit së bashku me mësuesin e parapëlqejnë formën e punës në grupe,

d) përmbajtjet mësimore, fletët e punës, së bashku me materialin didaktik, të jenë të përgatitura dhe të zgjedhura,

e) kohëzgjatja e nevojshme për realizimin e detyrimeve, të jetë e verifikuar që më parë dhe

f) trajtimi i kësaj forme të punës të shoqërohet gjithmonë me qëndrimin fleksibël të mësuesit.

Në punën me grupe shtohet dëshira dhe entuziazmi i nxënësve për punë, zhvillohet dhe thellohet kuptimi për punë dhe përgjegjësi kolektive. Roli i mësuesit me rastin e aplikimit të kësaj forme të punës qëndron: krahas udhëzimeve e sqarimeve çka do të punojnë grupet, të orientojë, të nxitë, të motivojë, të kontrollojë dhe të vlerësojë punën brendapërbrenda grupit si dhe të koordinojë aktivitetin ndërmjet grupeve. Nuk veprojnë mirë ata mësues, të cilët grupeve u ofrojnë më tepër të dhëna, sesa që u nevojiten atyre.

Qëllimi edukativo-arsimor i punës në grupe mund të jetë ndihma direkte e nxënësve më të përparuar - nxënësve që kanë ngelur prapa në mësimin elementar të matematikës, në të përvetësuarit e diturive, shkathtësive dhe shprehive të caktuara. Me këtë rast kultivohet dhe avancohet shprehia dhe disiplina e punës, vetëdisiplina, kuptimi për përgjegjësi personale dhe kolektive, kultivohet solidariteti në mes të nxënësve.

Tashti marrim një shembull të fletushkës mësimore me supozim që grupi përmban 5 anëtarë, në mënyrë që secili anëtar përcaktohet për njërën nga detyrat:

F.M. - I -

1^o Krahaso thyesat $\frac{4}{7}$ dhe $\frac{5}{7}$.

2^o Krahaso thyesat $\frac{9}{10}$ dhe $\frac{9}{11}$.

3^o Thyesat dhjetore i shkruani në numra dhjetorë:

a) $\frac{25}{1000}$ b) $\frac{36}{10000}$

4^o Thyesat vijuese shndërroni në numra dhjetorë:

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{3}{5}$

5^o $\frac{4}{9}$ e nxënësve të paraleles sonë në gjysmëvjetorin e parë kanë kaluar shumë mirë, ndërsa $\frac{4}{10}$ kanë kaluar mirë. A ka pasur paralelja jonë më tepër nxënës shumë të mirë, apo të mirë?

Grupi që dallohet me shpejtësi dhe saktësi në zgjidhjen e detyrave mund "ta pranojë" edhe fletushkën tjetër mësimore. Pra, duhet të përgatiten së paku 3 fletushka mësimore më shumë se sa është numri i grupeve.

Forma e punës me grupe mund të organizohet edhe ndryshe. Ta zëmë, paralelja e cila ka 25 nxënës, mund të ndahet në 5 grupe me nga 5 nxënës. Në orën e njëjtë mësimore, njëri grup mëson matematikë, grupi i dytë mëson gjuhë shqipe, grupi i tretë vizaton, grupi i katërt mëson dituri natyre dhe grupi i pestë angazhohet me arsim teknik. Në orën e dytë të mësimit, varësisht nga qëllimi dhe detyrat që synohen të realizohen, si dhe nga preferenca e mësuesit dhe interesimet e nxënësve, do të ndërrojë edhe “fushëveprimtaria” e grupeve.

Të metat kryesore të formës së punës me grupe janë: aplikimi i kufizuar, gjithë anëtarët e grupit nuk janë njëlloj të aktivizuar, disa nxënës mund "të mbështeten" në rezultatet pozitive të të tjerëve. Për aplikimin e kësaj forme të punës nevojitet më shumë kohë, meqenëse çdo grup nuk punon me ritëm të njëjtë. Përgatitja e mësuesit për këtë formë të punës nuk është aq e lehtë, sepse kërkon më shumë kohë e material gjatë përpilimit dhe shumëzimit të "fletushkave mësimore", etj. Po qe se puna me grupe disa herë radhazi del joefikase, atëherë pushon ajo veprimtari.

9.4.1.3. FORMA E PUNËS NË ÇIFTE NË MËSIMIN ELEMENTAR TË MATEMATIKËS

Puna në grupe, që e organizojnë mësuesit e papërvojë dhe jo mjaft të shkathët, mund të ndodhë të jetë e pasuksesshme, atëherë orientohemi në format e punës në çifte. Efektet e saj do të jenë më optimale, po qe se njëri nxënës i përket grupit të nxënësve, të cilët kanë ngelur prapa në mësimin e matematikës, ndërsa udhëheqësi i çiftit i përket grupit të nxënësve, të cilët tregojnë interesim të veçantë për mësimin e matematikës.

Puna me çifte mund të kombinohet me sukses me format frontale dhe individuale, madje në çdo tip të orës së mësimit. P.sh.: Në orët e shpjegimit të mësimit të ri, kur aplikohet forma e punës frontale, mund të kalohet në punën me çifte me rastin e zgjidhjes së detyrave problemore, te të cilat aplikohen direkt nocionet dhe rregullat e shpjeguara.

Kjo formë e punës, krahas vlerave arsimore, në thelb përmban edhe vlera edukative, sepse, krahas bashkëpunimit, zhvillon dhe avancon solidaritetin ndërmjet nxënësve, shtytjen dhe motivimin për nxënien e matematikës në mënyrë sa më të suksesshme, pastaj nxënësit shoqërizohen, duke u njohur dhe duke e dashur pastaj më fort njëri-tjetrin.

Të metat e kësaj forme të punës janë të ngjashme me ato të formës së punës në grupe. Para së gjithash, mësuesi lypset të dijë, sipas çfarë kriteresh janë formuar çiftet dhe çfarë janë zgjedhjet e çfarë përmbajtjeve programore të punës në çifte.

Fletushkat mësimore i ndahen çdo çifti, në atë mënyrë që p.sh. çdo i pesti çift, duhet të zgjidhë detyra të njëjta problemore. Edhe me këtë rast, duhet të përgatiten fletushkat mësimore "rezervë", për çiftet, të cilat i zgjidhin të gjitha detyrat me saktësi dhe shpejtësi, si "vetëtima". Në këtë mënyrë, ata i marrin edhe fletushkat e dyta mësimore (në këtë mënyrë zhvillohen garat në mes të çifteve), meqë kemi në dispozicion edhe shumë kohë, deri në fund të orës së mësimit.

9.4.1.4. FORMA E PUNËS INDIVIDUALE NË MËSIMIN ELEMENTAR TË MATEMATIKËS

Me shprehjen formë e punës individuale kuptojmë punën e secilit nxënës veç e veç, ku çdo nxënës zgjidh detyrën e caktuar me punë të pavarur, ose të gjithë nxënësit e zgjidhin detyrën e njëjtë me punë të pavarur.

Në mësimin bashkëkohor të matematikës vërehet tendenca e aftësimit të nxënësve në mësimin e saj, nëpërmjet punës së pavarur. Aplikimi i kësaj forme mësimore në mësimin elementar të matematikës (I-V), para së gjithash, kërkon që teksti shkollor, i cili është në përdorim për klasën e caktuar, të jetë hartuar me ato cilësi didaktiko-metodike dhe estetike, sa që ai të konsiderohet "lodër në mendjen dhe duart e nxënësve". Po qe se kjo mungon, atëherë duhet të bëhen përpjekje të tjera të angazhuara të mësuesit, për çka duhet kohë dhe mjete materiale.

Kjo formë mësimore mund të aplikohet, po qe se plotësohen edhe këto dy parakushte:

- Nëse nxënësit janë të aftësuar që në mënyrë të pavarur ta përdorin tekstin shkollor dhe materialin tjetër të shkruar;
- Nëse përmbajtjet mësimore, të cilat synon t'i ushtrojë dhe t'i përvetësojë nxënësi, kanë për pikëmbështetje njohuritë, të cilat nxënësi tashmë i di.

Para se të aplikohet forma e punës individuale, ka rëndësi parësore verifikimi, njohuritë e shpjeguara më parë, a u janë të njohura nxënësve. Po qe se kjo nuk është përvetësuar logjikisht, atëherë kjo formë mësimore s'duhet të organizohet fare. Detyra që jepet për t'u zgjidhur, duhet të jetë e qartë për çdo nxënës. Mësuesi lypset të bëjë një shikim të shpejtë kontrollues të punës së tyre, në mënyrë që të hetojë, se cilët nxënës duhet të ndihmohen më shumë në zgjidhjen e detyrës së parashtruar. Po qe se rezultatet e këtij "shikimi" bëjnë me dije, që numri më i madh i nxënësve "janë ndeshur" në vështirësi të konsiderueshme për ta zgjidhur detyrën, puna e pavarur e tyre mund të ndërpritet dhe nëpërmjet bashkëbisedimit, demonstrimit, ripërsëriten "pikat e zeza lëndore", të cilat nuk janë përvetësuar ende sa duhet e që pengojnë punën e pavarur të nxënësve. Pasi të jenë dhënë sqarimet përkatëse, mund të fillojë aplikimi i formës së punës frontale.

Forma e punës individuale i mënjanon të metat e formës frontale dhe të asaj në grupe (me ç'rast, aftësitë individuale të nxënësve nuk shprehen në plotësinë e tyre). Kjo formë e punës, i kontribuon vetiniciativës për vetarsimim, të shoqëruar nga zhvillimi i individualizuar i nxënësve. Nëse aplikohet shpesh, atëherë mund të kultivohet egoizmi, karrierizmi dhe liderizmi në mes të nxënësve.

Me rastin e aplikimit të formës së punës individuale, nxënësit duhet të aftësohen për qëndrueshmëri në punë, vetiniciativë, pavarësi, në mënyrë që "ndihma e mësuesit" të aplikohet vetëm atëherë, po qe se nxënësi, me përpjekjet e tij të fundit individuale nuk arrin t'u shmanget vështirësive, të cilat janë shfaqur me rastin e zgjidhjes së detyrës problemore. Me këtë rast, informatat e mësuesit duhet të jenë direkte, të sakta, të shkurtëra dhe në "heshtje", pa i penguar e trazuar nxënësit e tjerë.

Mungesa e përkujdesjes së nxënësve gjatë leximit të detyrës problemore, çfarë është dhënë dhe çfarë kërkohet, cila është rruga, që shpie në zgjidhje të problemit, paraqet njërën prej vështirësive më të shpeshta të punës individuale të nxënësve në mësimin elementar të matematikës. Ndonjëherë nxënësve mjafton t'u themi vetëm një ose dy fjalë dhe vështirësitë të tejkalohen. Mësuesi duhet t'i dallojë mirë vështirësitë e kësaj "natyre" nga vështirësitë e tjera, të cilat janë pasojë e mosnjohjes dhe e paditurisë.

Organizimi i suksesshëm i punës individuale, mësuesit i jep mundësi që t'i identifikojë lëshimet dhe të metat e formave të tjera mësimore, të njihet "për së afërmi" me shumë shprehi dhe shkathtësi të nxënësve, të pasurojë përvojën e tij profesionale, në mënyrë që, aplikimi i punës individuale të nxënësve në ardhmen të jetë edhe më i suksesshëm.

9.4.2. FORMAT SPECIFIKE TË MËSIMIT ELEMENTAR TË MATEMATIKËS

Format e **punës specifike** udhëhiqen dhe shoqërohen nga një spektër ecurish dhe rrjedhash të veçanta mësimore-edukative, të cilat frymëzojnë dhe këndellin personalitetin e nxënësit për të përvetësuar mësimet dhe për ta forcuar praktikën jetësore në mënyrë më stimulative dhe më joshëse. Me këto forma dhe nëpërmjet tyre, të gjithë nxënësit, "të mirë" dhe ata "më pak të mirë", shfaqin interesimet dhe aspiratat e tyre për mësimin elementar të matematikës.

9.4.2.1. EKSKURSIONI NË MËSIMIN ELEMENTAR TË MATEMATIKËS

Ekskursioni përfaqëson një formë të punës specifike edhe në MEM. Këto "udhëtime" të nxënësve, në këmbë apo me mjete transporti, për "të vizituar" "një vend" apo "një rrethinë" të caktuar për qëllime mësimore, por edhe për t'u këndellur dhe çlodhur sadopak, mjerisht organizohen shumë rrallë.

Ekskursionet në MEM mund të kenë funksione të ndryshme didaktike, si:
- "hyrje" para se të vilen përmbajtjet "e reja" mësimore,
- zgjerimi, thellimi, konkretizimi dhe pasurimi i njohurive të përvetësuara,
- aplikimi politeknik i njohurive të përvetësuara.

Ekskursionet në MEM, sipas kohëzgjatjes së tyre, mund të jenë: njëorëshe, dyorëshe, gjysmëditore dhe njëditore. Çka mund të trajtohet në ekskursionet e mësimit elementar të matematikës? Po e zëmë:
- vizitë "kopshtit të lodrave" në qytet...,
-vizitë urës, xhamisë, pallatit, kishës... në ndërtim e sipër,
- vizitë monumenteve kulturo-historike, ku janë gdhendur viti i ndërtimit me numërorë romakë apo me numërorë arabë,
- orientimi hapësinor kubatura e druve, thellësia mesatare e lumit, matja e parcelave, matje dhe llogaritje me vagë, peshojë dhe kandar,
- vizitë "gropës së çelur" ku do të vendosen themelet e një rrokaqielli...
- "zbulimi" i figurave dhe trupave gjeometrikë në gjësendet e ndodhura, në "pazarin" e qytetit...,

- "vendosja" e ngjyrës së bardhë në asfalt, vendkalimet në rrugë dhe "ndarja për së gjati" e shiritit të asfaltit...,

- puna e një uzine metalike...,

- pagesat dhe "këmbimi"i monedhave dhe i kartëmonedhave në arkën e një vetëshërbimi...,

- punët llogaritare në zyrë...,

- baza kompjuterike e një ndërmarrjeje, etj.

"Shëtitjet gjeometrike" jashtë klase, gjithnjë, prodhojnë informacione, dukuri shfaqje,…, kërkime dhe "zbulime" të reja.

Nxënësit duhet nxitur që të mbajnë "shënime cilësore", kur dhe në ç'vend mund të parashtrohen pyetjet e caktuara, të cilat **konvergjojnë me Mendimin kritik**. Mësuesi së bashku me nxënës do të duhej të komunikojë dhe të përdorë me mjeshtri "fjalorin gjeometrik".

Pasi të kryhet "ekskursioni gjeometrik" kur të kthehemi në klasë fillon **debati** i ideve, i mendimeve, i vlerësimeve, i të vërejturit nga këndvështrime të ndryshme, të zëmë:

- **Funksioni** apo **përdorimi** i një mjeti apo objekti a mund të përcaktojë **formën** e tij?

• Përse rrota e biçikletës e ka formën e një unaze rrethore dhe jo të një "unaze katrore"?

• Por sikur rrota e biçikletës ta kishte formën e një unaze katrore, si do të përdornim?

- **Forma** e një objekti a mund ta përcaktojë **përdorimin** e tij?

• Përse matja e druve bëhet sipas modelit të vëllimit të kubit dhe jo sipas modelit të vëllimit të cilindit?

• Po qe se kubaturën e druve do ta llogaritnim sipas modelit të vëllimit të cilindrit, si do të vepronim?

• Përse numëroret romakë mbetën në sirtarët e "arkivit matematik"?

• "Riaktivizimi eventual" i tyre, ku na shpie?

- Debatoni ndërvarësinë midis **formës, funksionit, përdorimit, investimit** dhe **estetikës**, për "Objektet kapitale": **rrokaqielli** dhe **ura**;

• A thua cilat janë arsyet që në ngastrën e caktuar ndërtohet rrokaqielli B?

• Çfarë kuptoni me nocionin **syri i urës**?

• Sytë e urës çfarë forme kanë?

• Cili është funksioni i tyre?

• Përse urat ndërtohen me një, me dy apo me shumë sy?

Krahas shkëmbimit të mendimeve me gojë dhe me shkrim, nxënësit në ditarët e tyre të punës do të duhej të shënojnë përvojat e reja të fituara lidhur me objektet, mjetet, dukuritë, ligjësoritë dhe kjo në funksion **të mësojmë për të komunikuar nëpërmjet matematikës**.

Në këtë drejtim, ekskursionet në MEM, para së gjithash, kanë karakter njohës e orientues, aplikativ e motivues, por edhe rekreativo-zbavitës! Këtu do të duhej të zërë fill interesimi dhe admirimi për punën tregtare-shërbyese dhe fizike-intelektuale, duke pasuruar kështu përvojën e pakët fëmijërore me të dhëna nga jeta e përditshme.

Në ekskursionin mësimor është thelbësore që çdo nxënës të trajtohet me mbikëqyrje "prindore", duke iu ofruar siguri, kushte, pozicione dhe rrethana të tjera të barabarta për të vështruar dhe "prekur" objektin,vendin, rrethinën...

9.4.2.2. MËSIMI I PROGRAMUAR ELEMENTAR I MATEMATIKËS

Kuantumi i dikurshëm "minimum i njohurive" të nevojshme nga arsimi elementar (I-V) së bashku me pyetjen "Çfarë të mësohet nga mësimi elementar i matematikës", i përkasin "arkivit matematik". Sot, duke pasur parasysh rolin përcaktues gjithnjë në rritje të matematikës në tërë gamën e veprimtarive njerëzore, shtrohet një pyetje shumë ngacmuese: **Si dhe në ç'mënyrë të mësohet MEM?"**

Forma e punës individuale për të "zbuluar" dhe formuluar ligjësoritë e ndryshme në MEM ka tendenca të një aplikimi në rritje, që nënkupton **vetarsimimin** edhe në MEM. Puna me librat e tashëm shkollorë (I, II), "me plot gojën" mund të quhet **mësim gjysmë i programuar.**

Në mësimin e programuar jepen detyra që duhet t'i zgjidhin nxënësit. Ata, pas zgjidhjes së tyre, bëjnë analiza, krahasime, përmirësime dhe plotësime në mbështetje të rrugëzgjidhjeve dhe zgjidhjeve që i ka dhënë programuesi. Në mësimin e programuar nxënësit për të ndërlidhur elementet "e dhëna" dhe ato "të kërkuara", shpesh ndodhen në një situatë të atillë, sa detyrohen të bëjnë edhe pyetje thelbësore. **Pyetja logjike dhe e mbështetur e nxënësit, shpesh është më e vyer ndaj një përgjigjeje të saktë - në pyetjen e mësuesit!**

Teksti i programuar do të jetë i vlefshëm po qe se:

- mbështet ritmin e punës së çdo nxënësi,
- elementet informative shpalosen me ndërtim metodik të shkallëzuar,
- për detyra plotësuese, ekzistojnë udhëzime cilësore dhe
- vetëkontrolli dhe vetëvlerësimi i punës së kryer, gjithnjë është i mundshëm.

Përparësitë e mësimit të programuar janë:

- Duke zënë fill vetiniciativa, pavarësia, vetëkontrolli dhe vetëvlerësimi në punë, njohuritë përvetësohen si në "vetëshërbim" nëpërmjet zbulimeve miniaturale, duke kultivuar kështu **vetarsimimin** në MEM në pajtim me aspiratat personale të nxënësit.

9.4.2.3. MËSIMI I SHTUAR (SUPLEMENTAR) ELEMENTAR I MATEMATIKËS

Me këtë lloj mësimi të diferencuar punohet me nxënësit, të cilët shfaqin interesim dhe kureshtje, kanë prirje dhe aftësi të veçantë për mësimin elementar të matematikës.

Mësimi i shtuar në këtë lëndë mësimore organizohet për angazhimin maksimal të aftësive njohëse dhe përjetuese të nxënësve drejt përparimit dhe thellimit të bazës së kulturës dhe arsimit matematik.

Parakushtet për të zënë fill **mësimi i shtuar** janë:

- mësuesja me vullnet të mirë, e cila dëshiron t'i shpërblejë interesimet e nxënësve. - Ndërkaq, nxënësit:

- e kanë të zhvilluar të menduarit logjik dhe të menduarit kritik,
- janë kureshtarë, parashtrojnë pyetje të mbështetura, logjike dhe thelbësore,
- detyrat problemore "të mesit të artë" i zgjidhin shpejt,
- detyrën e llojit të ri e zgjidhin me punë të pavarur,
- nuk tregojnë shenja të lodhjes dhe të monotonisë, përkatësisht kanë durim për të këmbëngulur në zgjidhjen e detyrave më të ndërlikuara dhe
- janë të sjellshëm, ambiciozë dhe shquhen me veti të tjera pozitive të vullnetit e të karakterit.

Puna mësimore me këta nxënës vazhdon gjatë tërë vitit shkollor. Orët e mësimit të shtuar mund të organizohen dhe të mbahen edhe brenda një afati më të shkurtër kohor, atëherë kur mësuesi vlerëson arsyeshmërinë e mbajtjes së mësimit në fjalë, atëherë kur shpjegohet përmbajtja programore thelbësore.

Mësuesi përcakton rendin dhe vëllimin e përpunimit të temave si dhe numrin e orëve për secilën prej tyre.

Një numër i caktuar i orëve të mësimit të shtuar mund "të rezervohen" për garat matematike, përmbajtjet e të cilave nuk përputhen plotësisht me programin e mësimit të shtuar.

Mësuesi, në këtë lloj të mësimit, duhet ta ketë rolin e"udhëheqësit pedagogjik", i cili nxit, motivon, këshillon dhe ofron ndihmë për punën e pavarur të nxënësve.

Përvetësimi "paksa më i thellë" i njohurive nga mësimi elementar i matematikës paguhet me haraçin e një mundi të madh fëmijëror, ku, përveç mësuesit në shkollë, kontributin e vet në shtëpi do të duhej ta japë edhe njëri nga prindërit (vëllai, shoku apo motra!)

E keqja është se në disa mese shkollore nuk përfillet organizimi i mësimit të shtuar (I-V). Disa mësues "arsyetohen" që asnjë nxënës i tyre nuk i plotëson kushtet për ta ndjekur këtë lloj mësimi! Kjo punë i mbetet në trashëgim mësuesit të matematikës në kl. VI fillore.

9.4.2.4. MËSIMI PLOTËSUES ELEMENTAR I MATEMATIKËS

Dihet mirëfilli se nuk mund të bëhet fjalë për nxënësit **e aftë** dhe **të paaftë** në MEM, por për **nxënësit, të cilët shfaqin interesim të veçantë** dhe për **nxënësit që kanë ngelur prapa** në MEM.

Mësimi plotësues, i njohur me shprehjen **"të mësuarit për së dyti"**, organizohet gjatë tërë vitit shkollor, atëherë kur disa nxënës kanë prapambetje në mësimin elementar të matematikës.

Në MEM nuk bën të ketë "përzierje të hapave" në veprim! Për fëmijën do të duhej të përkujdesen "dy mentorë", mësuesi - në shkollë dhe njëri prind (jo të dy prindërit!) - në shtëpi, "me kusht" që gjithnjë të përfillet teza e fatosit: "Ashtu ka thënë mësuesi, prandaj duhet të mbetet ashtu!".

Duhet të kihet parasysh fakti që nxënësin menjëherë nuk duhet ta drejtojmë në mësimin plotësues. Duhet "testuar" "ndihmën gjysmëprofesionale" të prindërve, që mund t'u ofrojnë fëmijëve të tyre, pra, është i nevojshëm identifikimi përkatës i nxënësve, që me të vërtetë kanë nevojë për mësimin plotësues nga përmbajtjet e caktuara mësimore.

Mësuesi gjatë muajit shtator, por edhe më vonë, në mësimin e rregullt të matematikës, "regjistron" njohuritë, përkushtimin, interesimin si dhe qëndrimin e nxënësve ndaj mësimit elementar të matematikës. Së pari përpilohet lista emërore e nxënësve, të cilët ngecin në mësimin e matematikës. Pranë emrit të çdo nxënësi shënohet "diagnoza" e mossuksesit, cilat përmbajtje mësimore nuk i ka përvetësuar si duhet, cilat janë rrethanat, shkaqet dhe vështirësitë e konstatuara, si mund të eliminohen dhe të tejkalohen ato. Pra, nxënësit, që kanë nevojë për mësim plotësues, ndahen në grupe, sipas diagnozës së ngecjes: Vjen i uritur në shkollë, i mungon motivi për nxënie, i përgjigjet ritmi i punës më të ngadalësuar, e pengon shoku i bankës për vetiniciativë, ka pamje të dobësuar, është frikacak (edhe pse zgjidhjen e detyrës e di, hutohet, skuqet, zverdhet, i dridhet dora, zëri), ka ardhur prej një mesi tjetër shkollor.

Evidencimi dhe mënjanimi i të gjitha shkaqeve, të cilat pengojnë të mësuarit e suksesshëm të matematikës, është punë mjaft e vështirë, e cila kërkon entuziazëm e angazhim të vazhdueshëm nga ana e mësuesit.

Njëra ndër të metat kryesore didaktike të mësimit plotësues elementar të matematikës është se ai mjaft shpesh, "shndërrohet mekanikisht" në mësim të rregullt. Mësimi plotësues, për nga përmbajtjet, format dhe metodat mësimore, e veçanërisht për nga raporti mësues - nxënës, duhet patjetër të dallojë nga mësimi i rregullt. Shumë pak dobi do të ketë nxënësi nga mësimi plotësues, po qe se përsëritet mësimi i rregullt me të njëjtat forma dhe ecuri (në shumë mese shkollore, një dukuri e tillë është e pranishme). Duhet të kihet parasysh, që në mësimin plotësues mos të tejkalohen relacionet, të cilat "vetvetiu kuptohen", p.sh., po qe se ndihet nevoja edhe në kl. V fillore të shkruhet 7-0=7. Pra, një kujdes të posaçëm mësuesi duhet t'i kushtojë "qartësisë", "thjeshtësisë" dhe "përshtatshmërisë" së "rishpjegimeve" dhe "riushtrimeve".

Mësimi plotësues elementar i matematikës qëndron në bashkëveprim me mjetet e konkretizimit, të cilat do të duhej të përdoren më shpesh, madje mundësisht të gjithë nxënësit nga disa herë t'i prekin ato me dorë të vet!

Nuk është e thënë që nxënës të njëjtë, gjatë tërë vitit shkollor, të ndjekin mësimin plotësues nga matematika. Nxënësit që i përvetësojnë përmbajtjet e caktuara mësimore, mund të "dalin" nga grupi, kurse të tjerët, po qe se ngecin, si dhe disa prej të mëparshmëve, vazhdojnë punën në grup derisa të aftësohen plotësisht.

Mësimi plotësues, edhe atëherë kur organizohet dhe udhëhiqet në mënyrën më të mirë të mundshme, megjithatë, për shkak të fondit simbolik të orëve, nuk mund të zvogëlojë dukshëm "deficitin" e madh të arsimit matematik. Mirëpo, në praktikën shkollore regjistrohet një numër edhe më i vogël i orëve plotësuese të mbajtura nga mësimi elementar i matematikës. Në mësimin klasor, mësuesi është "refer", "delegat" dhe "kontrollor" i procesit edukativo-arsimor në një paralele të vetme. Kuptohet vetiu, me këtë rast, në radhë të parë vihet në "peshojë" ndërgjegjja e mësuesit, i cili me (pa) arsye "vlerëson" që nxënësit e tij "tash për tash" nuk kanë nevojë për mësim plotësues, meqë klasa e tij nuk ka nxënës të dobët nga matematika! Vlerësimet e tilla rivlerësohen pas 5 vjetësh, atëherë kur po ata nxënës fillojnë t'i ndjekin mësimet në kl. VI fillore.

9.4.2.5. MËSIMI EKZEMPLAR

Mësimi ekzemplar përfaqëson një formë të punës specifike, e cila gjen terren dhe zbatim edhe në mësimin elementar të matematikës. Emërtimi buron nga fjala latine **exemplum** që do të thotë **kufizim në thelbësore** apo **exemplar** që do të thotë **model, kopje,** diçka që merret si “shembull”, që duhet ndjekur, për të bërë edhe ndonjë “tjetër” ose disa të tjerë si “ky”.

Mësimi ekzemplar është sistem specifik didaktik, në të cilin bashkëveprojnë **mësimdhënia kreative e mësuesit** dhe **puna e pavarur (krijuese – hulumtuese) e nxënësve**, mbështetur në **modelin** tashmë “të njohur”. Puna e pavarur e nxënësve mund të jetë:

- e diferencuar (përmbajtje dhe shembuj të ndryshëm mësimorë) dhe

- e padiferencuar (përmbajtje dhe shembuj të njëjtë mësimorë).

Mësimi ekzemplar gjen aplikim të plotë tek përmbajtjet mësimore, të cilat gërshetohen midis tyre me ngjashmëri të konsiderueshme. Megjithatë, aplikimi i tij do të duhej të jetë i matur dhe i kufizuar, meqenëse për përmbajtje të caktuara, që kërkojnë zgjidhje, “nuk mund të gjejmë” edhe modele përkatëse.

9.4.2.6. MËSIMI PROBLEMOR

Nocioni **problem** ngërthen në vete një çështje të ndërlikuar që shtrohet për t’u zgjidhur dhe që kërkon paranjohuri, përvojë, përpjekje, shqyrtime e studime nga një gamë e gjerë e veprimtarive njerëzore.

Problemi shfaqet si kundërvënie ndërmjet subjektit që kërkon ta zgjidhë problemin dhe objektit që është vetë problemi, kështu po e zëmë, mund të bëhet fjalë për problemin e aftësisë dhe paaftësisë në MEM; problemin e suksesit dhe të mossuksesit në MEM, .… Kjo kundërvënie ndërmjet subjektit dhe objektit në qasjen problemore ka për ta shpalosur përjetimin njohës dhe emocional.

Çdo problem, pra edhe ai matematik, është i komponuar nga bashkimi dialektik dypolarë çfarë është dhënë – çfarë po kërkohet; e njohura – e panjohura...

Mësimi problemor është sistem specifik didaktik në të cilin nxënësit, duke parapëlqyer formën e punës individuale, i paraprijnë zgjidhjes së mëvetësishme të problemit të parashtruar. Ky lloj mësimi do të duhej ta përfillë strukturën dhe ligjësoritë e procesit mësimor.

Para zgjidhjes së çfarëdo problemi, nëpërmjet ligjësorive të të menduarit, shpaloset mendimi i veçantë, cilësor dhe kreativo-zbulues. Në këtë mënyrë, **mësimi problemor** nxit dhe përparon aftësitë hulumtuese-krijuese të nxënësve dhe në krahasim me **mësimin ekzemplar**, ky do të duhej të jetë me cilësi më të lartë. – Në kuptimin e gjerë të fjalës, i tërë mësimi elementar i matematikës, është mësim problemor.

9.4.2.7. MËSIMI EKIPOR

Mësimin ekipor te ne e njohin një numër i vogël njerëzish, meqenëse ai nuk është shqyrtuar teorikisht sa duhet. Këtu qëndron edhe arsyeja kryesore e ekzistimit të frikës për ta zbatuar atë në praktikë...

Mësimi ekipor paraqet formë specifike të organizimit të mësimit, për bashkësi të caktuara nxënësish, me bashkëpjesëmarrje të disa mësuesve apo bashkëpunëtorëve profesionalë nga shkolla apo jashtë saj, për të realizuar program të përbashkët pune.

Njëra ndër shkaqet e zbatimit të mësimit ekipor si formë më ekonomike e mësimit ka qenë mungesa e kuadrit cilësor arsimor. Ekipet mund të formohen në dy mënyra:

- për klasën e njëjtë, ku mund të përfshihen disa paralele dhe
- për klasë të ndryshme.

Nëpërmjet mësimit ekipor shfrytëzohen me sukses përgatitjet e konsoliduara dhe aftësitë speciale të mësuesve për lëndë mësimore të caktuara. Po e zëmë, edhe pse me kualifikime të larta, një “kontingjent i caktuar” mësuesish (I-V) e kanë të vështirë që për të gjithë kapitujt e mësimeve nga MEM të elaborojnë me profesionalizëm matematik. Në këtë drejtim, për të qenë mësimdhënia edhe “më e specializuar”, mësuesit me zotësi të rrallë të kësaj mësimdhënie, do të duhej që atë “dhunti” të tyre (nëpërmjet organizimit të mësimit ekipor) ta plasojnë edhe te nxënësit e paraleleve të tjera të po asaj klase.

Në kushtet e mësimit ekipor, nxënësit përfitojnë më së shumti. Në krahasim me mësimin ”tradicional”, këtu bëhen më pak gabime në dëm të nxënësve. Meqenëse njohuritë vlerësohen nga ekipi i mësuesve del se në krahasim me vlerësimin individual të një mësuesi, vlerësimi ekipor është dukshëm më objektiv.

Në mësimin ekipor, mësuesit së bashku me nxënës, marrin trajtim tjetër :

- pozita e mësuesit: më pak ligjërues, më shumë organizator, këshillues dhe programues;

- pozita e nxënësit: ai nuk është tashmë vetëm dëgjues dhe shikues, por së bashku me mësuesin është bashkëpjesëmarrës në tërë aktivitetin edukativo-arsimor.

Mësimi ekipor kërkon ”koleksion të pasur” mjetesh mësimore dhe shtyn mësuesin që t’i përdorë ato.

Mësimi ekipor (i aplikuar më tepër në Angli dhe SHBA) është një **novacion** në procesin mësimor, në të cilin do të duhej investuar së bashku me elaborate edhe shumë përpjekje, dije dhe mjete.

Sot e nesër, në të mirë të ngritjes edhe më shumë të cilësisë së mësimit, në përgjithësi, dhe të atij të MEM, në veçanti, në shkollat tona të reformuara, **mësimi ekipor**, me variacionet e tij të mundshëm, do të duhej të gjejë terren dhe zbatim më të gjerë.

9.4.2.8. MËSIMI ELEMENTAR I MATEMATIKËS NË DISTANCË

Mësimi në distancë përfaqëson atë formë të punës specifike mësimore, ku nuk ekziston kontakti "ballë për ballë" ndërmjet mësuesit ose personit të dytë dhe nxënësve.

Organizohet dhe udhëhiqet në vendet dhe rajonet e prekura nga: trazirat sociale, lufta, fatkeqësitë natyrore (vërshimet, reshjet e mëdha të dëborës..., tërmeti...), po qe se, edhe pas një periudhe kohore të konsiderueshme, nuk ka përmirësime të ndjeshme të situatës dhe të rrethanave për "mësim normal", por edhe në vendet "me bazë të shëndoshë" ekonomiko-shoqërore.

Detyrat edukativo-arsimore realizohen nëpërmjet:

- **Letërkëmbimeve** (materiale të shkruara që përmbajnë bashkësi udhëzimesh e provash për të mësuar e për t’i zgjidhur detyrat dhe për të kontrolluar njohuritë"), të cilat aplikohen në vendet me ekonomi të zhvilluar dhe

- **Emisione radiotelevizive** (realizim ky i hidhur edhe nga **TV shqiptar** në vitin 1997, kur nga trazirat u dogj edhe njëra Bibliotekë Universitare!). Në vendet me mirëqenie ekonomiko-shoqërore, emisionet radiotelevizive me përmbajtje nga MEM, të "llojit të hapur" (për një rreth të gjerë shikuesish) dhe "llojit të mbyllur" (për nxënësit e një klase apo të një paraleleje të caktuar, në një shkollë) emetohen edhe "në kohë paqeje".

9.5. DETYRAT E SHTËPISË

Mësuesi e di fare mirë se nga cilat lëndë mësimore mund të jepen detyrat e shtëpisë, në mesin e të cilave gjendet edhe matematika.

Para se të jepen detyrat e shtëpisë nga mësimi elementar i matematikës, duhet të analizohen një varg faktorësh dhe rrethanash, të cilat kushtëzojnë zgjidhjen e suksesshme të tyre. Para së gjithash, duhet të njihen aftësitë e nxënësve, ritmi i të mësuarit, rrethanat dhe kushtet e jetës dhe të punës së tyre në shtëpi, të kihen parasysh obligimet që kanë nxënësit ndaj lëndëve të tjera mësimore, koha e nevojshme dhe e domosdoshme për pushim dhe rekreacion, etj.

Zakonisht, mësuesi detyrat e shtëpisë i jep në fund të orës së mësimit. Mjaft me rëndësi është perceptimi i saktë i kohës, në mënyrë që (eventualisht) mësuesi të japë shpjegime, sqarime e interpretime përkatëse, çka duhet zgjidhur në shtëpi dhe e gjithë kjo nuk bën të realizohet me shpejtësi, pasi të ketë rënë zilja, e cila lajmëron mbarimin e orës së mësimit. Praktika shkollore "ka regjistruar" shumë herë "vajin" e fëmijëve të kl. I-V me të shkuar në shtëpi. Fëmija qan, sepse ka "obligime" për t'i zgjidhur detyrat e shtëpisë, por nuk i di se cilat janë ato detyra, çfarë të zgjidhë dhe si?

Përmbajtja e detyrave të shtëpisë duhet t'i kontribuojë:

a) Aftësimit të nxënësve për punë dhe krijimtari të pavarur,

b) Përparimit të tipareve pozitive të personalitetit: disiplinës në punë, përpikërisë, shpejtësisë në zgjidhjen e detyrave problemore,

c) Zhvillimit të ndjenjës së obligimit e të përgjegjësisë dhe

d) Organizimit dhe shfrytëzimit të drejtë dhe efektiv të kohës së lirë.

Duke u përgatitur për orën e mësimit, mësuesi ka planifikuar edhe dhënien eventuale të detyrave të shtëpisë, kështu që ato i ka të formuluara qartë. Duhet të kihet parasysh që "vëllimi" i detyrave të shtëpisë mos t'i "bezdisë" nxënësit. Varësisht nga përmbajtja mësimore, numri i tyre duhet të jetë 1 ose 2, e më rrallë 3 sosh.

Aftësimit të nxënësve për zgjidhjen e detyrave të shtëpisë i paraprin puna e pavarur e tyre në orën e mësimit. Pa punë dhe krijimtari të pavarur, nuk mund të arrihet suksesi në mësimin e matematikës. Për këtë arsye, që nga kl. I fillore duhet të formohet dhe të rrënjoset shprehia që detyrat e shtëpisë duhet të zgjidhen me punën e pavarur të secilit nxënës veç e veç, qoftë edhe gabimisht!

Duke dashur që fëmijët e tyre të arrijnë sukses sa më të mirë në mësimin elementar të matematikës, shumë prindër pengojnë aftësimin për punë të pavarur, duke iu zgjidhur fëmijëve detyrat e shtëpisë. Prindërit me atë rast gabojnë shumë. Ndihma që duhet t'u ofrohet nxënësve, që ngecin prapa në mësimin e matematikës, është e nevojshme, por, ajo, para së gjithash, duhet të ketë për qëllim aftësimin e nxënësve për punë e krijimtari të pavarur.

Detyrat e shtëpisë duhet të kontrollohen me çdo kusht. Pjesa e hyrjes së orës i dedikohet kontrollit sipërfaqësor të tyre. Në qoftë se nxënësit hetojnë, që mësuesi e çmon dhe e vlerëson zgjidhjen e detyrës së shtëpisë, ata, me atë rast, do të kenë qëndrim korrekt ndaj tyre. Mësuesi duhet t'i pyesë nxënësit për vështirësitë me të cilat janë ballafaquar gjatë zgjidhjes së detyrave. Nëse një pjesë e konsiderueshme e nxënësve kanë hasur në vështirësi të njëjtë (problematikë), e cila ka penguar zgjidhjen e mëtejshme të detyrës, atëherë mësuesi patjetër duhet të sqarojë atë detyrë ose atë pjesë të detyrës dhe të kërkojë, që kjo ose diçka në analogji me të, të zgjidhet për orën e ardhshme në suazat e detyrës së shtëpisë.

Këshillohet që kontrollimi i hollësishëm i detyrave të shtëpisë nga mësimi elementar i matematikës, mundësisht të bëhet një herë në javë, e më së largu një herë në dy javë. Me atë kontroll, duhet të konstatohet: A janë zgjidhur të gjitha detyrat, a janë zgjidhur saktësisht, fletorja e detyrave a është e mirëmbajtur etj. Pas kontrollimit të hollësishëm të detyrave në fletoret e nxënësve mësuesi duhet të shënojë vërejtjet, dallimet, sugjerimet, kërkesat dhe vlerësimet eventuale me notë.

10. SISTEMI ARSIMOR DHE KURRIKULI I RI I KOSOVËS

10.1. STRUKTURA E RE E SISTEMIT ARSIMOR

Me vendosjen e Misionit Civil të OKB-së në Kosovë, në qershor të ’99, ndihma ndërkombëtare edhe në lëmin e arsimit dhe të edukimit ishte shumëdimensionale, madje jo vetëm në rimëkëmbjen e shkollës sonë, por edhe në nismën për realizimin e Reformës shkollore (në të gjitha nivelet) me moton “**Më shumë Evropë në arsimin kosovar**”.

Pas një periudhe të diskutimeve, në lidhje me strukturën e re të sistemit shkollor, në Kosovë, në gusht të vitit 2000, u mor vendimi për strukturën e re 5+4+3 të sistemit të arsimit. Modeli i ri 5+4+3 zëvendëson strukturën ekzistuese 4+4+4, e cila nënkuptonte periudhën e detyrueshme të shkollimit me kohëzgjatje prej vetëm 8 vjetësh.

Njëra ndër rrjedhojat e rëndësishme të strukturës 5+4+3 të sistemit shkollor është zgjatja e shkollimit të detyrueshëm nga 8 në 9 vjet, gjë që përputhet me rrjedhat evropiane dhe ndërkombëtare në arsim.

Mosha e detyrueshme për fillimin e shkollimit është 6 vjeç. **Shkollimi fillor** do të zgjasë pesë vjet, prej klasës së parë (I) deri në klasën e pestë (V). Mësimi dhe të nxënit në shkollimin fillor duhet të organizohen nga mësuesi klasor apo me bashkëpjesëmarrje eventuale edhe të ndonjë mësuesi të specializuar, për lëndët në lëmenj, siç janë: **arti, muzika, edukata fizike, gjuhët e huaja, teknologjia informative…**

Gjatë shkollimit fillor, nxënësit duhet të përvetësojnë **dituri** dhe **shkathtësi elementare**, madje këto më tepër nga perspektiva e nevojës për t’u zhvilluar si nxënës, se sa nga perspektiva e formimit akademik.

Shkolla e Mesme e Ulët (VI-IX) do të zgjasë katër vjet. Këtu mësimi është më i specializuar dhe pakëz më akademik.

Një vëmendje e veçantë i kushtohet **klasës IX** si **klasë orientuese**, në të cilën nxënësit do të kenë rastin t’i konsolidojnë dituritë dhe shkathtësitë e tyre të arritura. Në këtë klasë, nxënësit duhet të merren në mënyrë të baraspeshuar me veprimtari të ndryshme teorike dhe praktike, me qëllim që të ndihmohen dhe të orientohen lidhur me profesionin e tyre të ardhshëm dhe të marrin vendime të mbështetura.

Në fund të këtij niveli formal, do të mbahet një **provim** (i përfundimit të detyrueshëm), i cili do të jetë **bazë** për vazhdimin e shkollimit, në **Shkollën e Mesme të Lartë**.

Shkolla e Mesme e Lartë (X-XII) do të zgjasë tre vjet dhe do të përfshijë drejtime të ndryshme të gjimnazeve teorike dhe profesionale, teknike që përfundojnë me **provimin e maturës** dhe lejojnë vazhdimin e shkollimit universitar.

Në Shkollën e Mesme të Lartë, nxënësit do t'u shtrohen studimeve më të thella, në fusha të ndryshme të diturisë si dhe të formimit të tyre profesional. Mësimi në këtë nivel do t'u mundësonte nxënësve të diplomuar të futen menjëherë në **tregun e punës** apo t'i vazhdojnë studimet në **shkollimin universitar**.

10.2. KURRIKULI I RI I KOSOVËS

Krijimi i sistemit paralel të arsimit, si formë e mosbindjes qytetare, për një dhjetëvjeçar të tërë (1990-1999), siguroi mbijetesën e sistemit të arsimit në Kosovë, por ajo njëkohësisht ishte periudhë në të cilën ky sistem do të izolohej nga risitë profesionale, siç janë **Metodat ndërvepruese të mësimdhënies** ose **Qasja e orientuar drejt nxënësit**.

Në sferën e arsimit, **reforma e kurrikulit*** është reagim ndaj zhvillimeve më të reja, në shoqërinë kosovare. Ajo do të duhej t'i kushtojë vëmendje të veçantë ruajtjes së përvojave dhe specifikave pozitive të sistemit arsimor në Kosovë, duke i plotësuar ato me përvojat pozitive të sistemeve arsimore, të përparuara gjatë dhjetëvjeçarëve të fundit.

Është domethënës fakti se **ridisenjimi i shkollimit, ripërkufizimi i qëllimeve dhe të objektivave të tij lidhet me ndryshimet që shfaqen në shoqëri, ekonomi, politikë, shkencë e teknologji**. Rrjedhojat e këtyre ndryshimeve janë:

-lëkundja e vlerave dhe të pikëpamjeve tradicionale;
-ndryshimet në tregun e punës;
-risitë teknologjike dhe
-ndryshimet e aspiratave të njerëzve në lidhje me diturinë.

Duke i marrë parasysh këto ndryshime, **funksionet e shkollës**, vendi dhe roli i arsimit, i mësimdhënies dhe i nxënies **ripërkufizohen** në mënyrë të vazhdueshme.

---

* Në disa vende, ku flitet anglishtja **kurrikulet** e lëndëve mësimore quhen **silabe** (angl. syllabuses të lëndëve). Në tekstin e Kornizës së Kurrikulit të Ri të Kosovës me **kurrikul** të lëndëve (angl. curriculum) kuptojmë artikulimin gjithpërfshirës të synimeve dhe të objektivave të arsimit, të përmbajtjeve, të metodologjive të mësimdhënies e të nxënies dhe të ecurive të cilësimit e të vlerësimit të një disipline të caktuar të kurrikulit. Ky paraqet jo vetëm pasqyrimin e një shoqërie dhe kulture të caktuar, por edhe **projektimin e ardhshëm se si do të duket ajo shoqëri**. Kurse me termin **silab** kuptojmë **temat** ose **çështjet e veçanta** që duhet të trajtohen në kuadër të një lënde të caktuar mësimore.

Përmbajtjet ekzistuese të kurrikuleve dhe metodat e mësimdhënies, po diskutohen dhe do të diskutohen nga perspektiva e domosdoshmërisë **për arsimim gjatë tërë jetës**. Një kurrikulë e mirë kërkon "punë provuese", së paku 20-vjeçare.

Vinston Çurçilli ka thënë: "Ne u japim formë ndërtesave dhe pastaj ndërtesat tona na përcaktojnë ne".[31]

– Sikur ky burrë i njohur të kishte qenë një edukator i shquar, ai mund ta kishte perifrazuar këtë epigram, duke e zëvendësuar **kurrikulin** me **ndërtesat**, sepse ç'mësojnë fëmijët në shkollë sot, ato do të ndikojnë në formimin e tipit të tyre dhe llojin e shoqërisë që ata do ta krijojnë nesër. N**ë fakt, është forca e kurrikuleve që i formon nxënësit.**

Reforma e Kurrikulit të Ri të Kosovës, proces ky aq shumë i pritur:

-siguron shmangien e mundësive që nxënësit të stërngarkohen me informacione jorelevante apo të vjetruara;

-mbështet trajnimin e mësuesve, para shërbimit dhe gjatë shërbimit, me objektiv kryesor të mësimit: **të nxitet Mendimi kritik, ku nxënësi i hyn vetë kërkimit**;

-i ndërgjegjëson nxënësit, prindërit dhe mësuesit për cilësim dhe (vetë)vlerësim të diturive;

-mbështetet në premisën e autonomisë së shkollës dhe ofron mundësi për aranzhime fleksibile të planit mësimor;

-stimulon **Të nxënit e integruar**;

-siguron konkurrim të suksesshëm, në tregun vendor dhe ndërkombëtar të punës, etj.

Në përputhje me Kornizën e Kurrikulit të Ri të Kosovës, për arsimin fillor (I-V) dhe të mesëm (VI-IX) lëmenjtë e kurrikulit janë si vijon:

1° **Gjuhët dhe komunikimi**,
2° **Matematikë**,
3° **Shkencat e natyrës**,
4° **Studimet shoqërore dhe edukata qytetare**,
5° **Artet**,
6° **Teknologji**, dhe
7° **Edukatë fizike dhe sportet**.

Kurrikuli i ri përbëhët nga:

-Kurrikuli bërthamë, i cili ngërthen në vete kërkesa minimale të përbashkëta për të gjithë nxënësit e sistemit të caktuar dhe

-Kurrikuli i përcaktuar nga shkolla (pjesa e kurrikulit sipas **zgjedhjes**), paraqet kurset dhe veprimtaritë, të cilat modelohen në shkallë shkolle. Kurrikuli i përcaktuar nga shkolla duhet të (ri)bëhet në mbështetje të këshillimeve, ku do të merrnin pjesë mësuesit, prindërit, nxënësit dhe personat e tjerë të interesuar. Kurset dhe veprimtaritë sipas zgjedhjes, mund të sugjerohen nga Departamenti i Arsimit dhe i Shkencës (**DASH**) ose mund të propozohen në shkallë shkolle.

---

[31] Myra Pollack Sadker, David Miller Sadker: "Mësuesit, shkolla dhe shoqëria" , Tiranë,1995, faqe 128.

Kurrikuli i ri u lejon mësuesve që t'i qasen **në mënyrë kërkimore dhe krijuese planifikimit të veprimtarive mësimore**, në klasën e tyre. Ata po ashtu duhet të angazhohen rreth **disenjimit specifik**, të pjesës së kurrikulit sipas zgjedhjes dhe **disenjimit të planit individual të mësimit**, për nxënësit që kanë nevojë për përkujdesje të veçantë (ish-mësimi shtues). Kurrikuli i përcaktuar nga shkolla, duhet të miratohet nga ana e zyrtarëve, të lartë të arsimit komunal.

Në pjesën e kurrikulit sipas zgjedhjes, shkollat mund të caktojnë kohë:

-për më shumë orë mësimi për një lëndë mësimore në kuadër të kurrikulit bërthamë (të zëmë, një ose dy orë mësimi më shumë për matematikë, arte të bukura…) dhe

-për futjen e lëndëve mësimore të tjera (kurseve të reja) në krahasim me dispozitat e kurrikulit bërthamë.

Futja e pjesës së kurrikulit sipas zgjedhjes nuk bën të tejkalojë 15% - 20% të vëllimit të punës në shkollë.

Implementimi i Kornizës së Kurrikulit të ri të Kosovës paraqet një ndryshim përmbajtësor në **planifikimin** dhe **organizimin** e veprimtarive shkollore.

Mësimdhënësit duhet të përgatiten që të shfrytëzojnë **metodologjinë moderne të mësimdhënies dhe të nxënies** si dhe të orientojnë mësimdhënien e tyre drejt synimeve që aspiron kurrikuli i ri.

Dispozitat e kurrikulit për **MEM** do të përqëndrohen në **zhvillimn e shkathtësive elementare llogaritëse**. Objektivat kryesore të **MEM**, duhet të jenë:

-përvetësimi i informacioneve elementare matematike;

-njohja dhe shfrytëzimi i simboleve matematike dhe veprimeve lidhur me zgjidhjen e problemeve të thjeshta matematike nga jeta e përditshme;

-përvetësimi i shkathtësive elementare të llogaritjes matematike;

-kultivimi i shprehisë punuese dhe i qëndrimit pozitiv ndaj nxënies;

-kultivimi i të menduarit kritik, etj.

Implementimi i Kornizës së Kurrikulit të ri të Kosovës do ta marrë rrugën e zgjidhjes së bashku me implementimin e strukturës së re 5+4+3 të arsimit dhe të zbatimit të shkallëzuar të një sistemi të ri të **cilësimit** dhe të **vlerësimit**, në të gjitha nivelet e edukimit formal.

Lidhur me fazat e mundshme të implementimit të Kornizës së Kurrikulit të ri të Kosovës, propozohen skenarë të ndryshëm. Në skenarin e parë, i cili është shumë ambicioz, ky implementim do të fillojë në vitin shkollor 2002-2003, së bashku me implementimin e strukturës së re 5+4+3 të arsimit.

Implementimi i Kornizës së Kurrikulit të ri të Kosovës dhe i strukturës së re 5+4+3, të arsimit, do të marrë shumë kohë dhe do të duhej të zbatohet gradualisht. Gjatë fazës së implementimit, duhet të kihen parasysh disa aspekte të periudhës kalimtare:

- implementimi i Kornizës së Kurrikulit të ri të Kosovës dhe i strukturës së re 5+4+3, të arsimit, nuk do të jetë i mundshëm, në të gjitha klasat, njëkohësisht;

- në disa raste, kurrikulet e reja, të lëndëve mësimore, do të mësohen sipas teksteve mësimore të vjetra;

- për kërkesat e kurrikulit të ri, pajisjet, materialet dhe resurset njerëzore të shkollës, nuk do të jenë të përshtatshme, në çdo situatë;

- ndryshimet aktuale në menaxhimin e shkollës, cilësimi e vlerësimi dhe trajnimi i mësuesve para shërbimit dhe gjatë shërbimit do të marrin kohë dhe ndonjëherë do të aplikohen, pasi të ketë filluar të zbatohet kurrikuli i ri në shkolla.

Në fillim të shekullit të 21-të, ka marrë rrugën e zgjidhjes **Rikonstruksioni i shkollës shqipe**, në Kosovë. Shkollarët kosovarë do të kenë edukim më cilësor, në harmoni me standardin evropian të arsimit.

10.2.1. PLANIFIKIMI I PROCESIT MËSIMOR

Implementimi i Kornizës së Kurrikulit të Ri të Kosovës “i hapi punë të përhershme” edhe **planifikimit të procesit mësimor**.

Për të siguruar ridesenjimin e strategjive të reja në mësimdhënie dhe nxënie, lidhur me metodologjitë e përqëndruara më shumë te nxënësi, **planifikimi i procesit mësimor**, ka evoluar.

Mëqenëse mësuesi dhe nxënësit janë zhvillues të kurrikulit dhe natyra e vërtetë e mësimdhënies bashkëkohëse ndryshon vazhdimisht, atëherë edhe **planifikimi i veprimtarive mësimore** (në një klasë të caktuar), do të ndryshojë vazhdimisht.

Planifikimi i procesit mësimor, tashmë i transformuar, i nënshtrohet vullnetit, dëshirës dhe preferencës të shumë subjekteve: mësuesit, nxënësve dhe prindërve. Këta së bashku do të ballafaqohen me tri çështje themelore:

-Çfarë përmban kurrikuli bërthamë?

-Çfarë do të duhej të përmbajë kurrikuli i përcaktuar nga shkolla?

-Çfarë do të duhej të jetë radhitja dhe harmonizimi i përmbajtjeve elementare të matematikës nga kurrikuli bërthamë dhe kurrikuli i përcaktuar nga shkolla, si dhe **mundësitë për qasje ndërdisiplinare** dhe **ndërkurrikulare** (shkencat e natyrës, teknologji informative, studime shoqërore, gjuhë e komunikim, sporte, etj.)?

Planifikimit të procesit mësimor do të duhej t’i qasemi në mënyrë **kërkimore** dhe **krijuese**. Ai do të duhej t’i mbështesë **aftësitë aktuale** të nxënësve, të përfillë **interesimet**, **preferencat, dëshirat** dhe **aspiratat** e ndryshme të nxënësve si dhe **ritmet** e ndryshme të mësimdhënies.

Ndryshe nga e kaluara, lëmi kurrikular matematik mbështet (si kurrë më parë) **Parimin e përshtatjes së mësimit të matematikës me moshën dhe aftësitë psiko-fizike të nxënësve**. Kështu, objektiva kurrikularë do të jenë:

klasa e parë dhe e dytë: **përvetësimi bazë**,
klasa e tretë deri në të pestën: **zhvillimi** dhe **përforcimi**,
klasa e gjashtë deri në të tetën: **përforcimi** dhe **orientimi**,
klasa e nëntë: **orientimi** dhe
klasa e dhjetë deri në të dymbëdhjetën: **orientimi** dhe **specializimi**.

Kur kësaj ia shtojmë, në arsimin fillor (klasat 1 deri 5) nxënësit nuk mund të shpallen se kanë ngelur në klasë, atëherë vetvetiu kuptohet që **planifikimi i procesit mësimor do të duhej të zbresë te nxënësi.**

Planifikimi i punës në mësimdhënien elementare të matematikës përfaqëson realizimin e shkallëzuar, konkret, të kurrikulit të caktuar, në mbështetje të një plani mësimor, po ashtu, të caktuar.

Plani mësimor është dokument që i obligon shkollat e tipit të njëjtë për të saktësuar:

- në një klasë të caktuar, cilët lëmenj kurrikularë zhvillohen,
- numrin e orëve të mësimit të çdo lëmi kurrikular, në javë (në muaj, në vit), i cili do të duhej të jetë i ndryshueshëm.

Programi mësimor (SILABI) është dokument nëpërmjet të cilit përcaktohet përmbajtja e çdo lënde mësimore (**lëmi kurrikular**), pra edhe e mësimit elementar të matematikës.

Nxënësit do të duhej të marrin **vendime programore** bazuar në atë: **Çfarë është më e mirë për ta**? Interesat dhe kërkesat e nxënësve ndihmojnë për të përcaktuar se **Çfarë duhet mësuar**? Kështu nxënësve iu imponohet **vetëvendosja** dhe **vetëkufizimi**.

Planifikimi i procesit mësimor në gjirin e vet përfshin **makroplanifikimin** (planifikimin global orientues) dhe **mikroplanifikimin** (planifikimi për çdo orë mësimi). Për realizimin e suksesshëm të çdo programi mësimor (**silabi**) është i nevojshëm **plani cilësor i punës**. Çdo mësues, së bashku me nxënësit, planin e tij të punës, duhet t'ia përshtasë kushteve konkrete të punës së shkollës në të cilën punon.

Në vitin shkollor 2000/01, në disa nga shkollat fillore të përzgjedhura dhe të mbështetura nga Qendra për Arsim e Kosovës (KEC), u bënë hapat nismëtarë për të siguruar ridesenjimin e strategjive të reja në mësimdhënie dhe nxënie (**nxënësi është në epiqendër**).

Në këtë drejtim, disa nga planet e punës së deridjeshme (Planet Vjetore dhe Planet Mujore), sot i përkasin "arkivit të mësimdhënies", ndërsa **Plani Ditor**, i modifikuar "e ruan" aktualitetin e tij. Ato ishin të "qëndisura" me këto elemente:

1° **Data**,

2° **Klasa dhe paralelja**,

3° **Numri rendor i orëve**,

4° **Tema mësimore**,

5° **Njësia mësimore**,

6° **Strategjitë dhe procedurat**: a) Puna në grup, b) Puna individuale, c) Work shop, ç) Puna në tandem, d) Puna frontale,

7° **Vendi i shtjellimit të mësimit**: a) klasë, b) kabinet, c) natyrë, d) punëtori, e)…………

8° **Materialet e nevojshme për mësim**,

9° **Objektivat:** *1°* *2°* *3°*

10° **Veprimtaritë e mësuesit**,

11° **Veprimtaritë e nxënësit**,

12° **Vlerësimi i mësuesit për orën**: a) shumë e suksesshme, b) e suksesshme, c) nuk jam i kënaqur, d) duhet punë plotësuese-korrektuese.

Në vitin shkollor 2001/02, 19 shkollat e përzgjedhura, formuan **Shoqatën e shkollave fillore me arsim cilësor**. Po këtë vit, Planet Ditore të punës ishin "më të avancuara":

1° **Data**
2° **Lënda mësimore**
3° **Klasa**
4° **Njësia mësimore (tema)**
5° **Tipi orës** a) shtjellim, b) përsëritje, c) ushtrime, ç) vlerësim, d) testim
6° **Mjetet mësimore**
7° **Objektivat** *1°* *2°* *3°*
8° **Fjalët kyçe**

9°

Struktura e orës		Teknikat e mësimdhënies	Koha
EVOKIM	E		
REALIZIM KUPTIMI	R		
REFLEKTIM	R		

10° **Shtjellimi i mësimit**

EVOKIM - E
REALIZIM I KUPTIMIT - R
REFLEKTIM - R

11° **Vetëvlerësimi: Analizë e orës së mbajtur**:
a) Plotësisht i kënaqur b) I kënaqur c) Nuk jam i kënaqur.

Nëse nuk jeni i kënaqur tregoni dy-tri arsye

1.______________ 2. ______________ 3. _____________

Nga kjo del meqenëse “**Natyra e vërtetë e mësimdhënies ndryshon vazhdimisht**”, atëherë duhet pritur që edhe “**thyerjet teknike” të Planeve Ditore**, do të ndërrojnë sikurse “**ngjyra e lëkurës së kameleonit**”.

Ndryshe nga lëmenjtë tjerë të kurrikulit (gjuhët dhe komunikimi, shkencat e natyrës, studimet shoqërore…), planifikimi i realizimit të përmbajtjeve programore nga mësimi elementar i matematikës nuk kushtëzohet arbitrarisht nga periudhat kohore. Megjithatë, ky planifikim duhet të jetë në harmoni me planifikimet e lëmenjve të tjerë kurrikularë dhe "mundësisht" t'i nënshtrohet "rrumbullakimit" (rekapitulacionit) të përmbajtjeve programore pas periudhave të caktuara kohore (muaji, kuartali, gjysmëvjetori...) Njësinë mësimore ose kapitullin e caktuar mësimor duhet të orvatemi që ta "shtjerrim", para se të kalojnë nxënësit në pushim më shumë se dy ditë në javë (festë shtetërore, festë e shkollës, pushim dimëror).

Duhet të kihet parasysh fakti që, me rastin e "zbërthimit" të kapitujve mësimorë, formulimi i njësive mësimore të jetë i atij "vëllimi", në mënyrë që ato të mund të shpjegohen si tërësi logjike e programore brenda një ore mësimi.

Në pjesën e planit të orës së mësimit, aty ku figuron “Shtjellimi i mësimit”: apo "Përmbajtja dhe rrjedha e mësimit", përkatësisht "Struktura e orës së mësimit" (ERR), mësuesi i shënon ato përmbajtje, ecuri, detyra ..., të cilat do t'i shfrytëzojë në orë, në cilësinë e përkujtuesit, me qëllim që ora e mësimit të ketë "rrjedhë normale", përkatësisht, që, sa më me sukses, të realizohen qëllimet dhe detyrat e planifikuara edukativo-arsimore. Kuptohet vetiu se, për disa orë mësimi do të shënohen më pak të dhëna, ndërsa, për disa të tjera, më shumë, varësisht nga njësia mësimore, kuantumi i njohurive matematike të mësuesit, përvoja e tij profesionale, preferenca e nxënësve, etj. Mësuesit fillestarë (praktikantë), ndonjëherë kanë nevojë që përgatitjen me shkrim ta bëjnë më detajisht.

Në fund, mësuesi duhet të analizojë "shkallën" e realizimit të detyrave të parashtruara edukativo-arsimore dhe të shënojë vërejtjet, dallimet, lëshimet dhe kërkesat, që ai duhet t'ia bëjë vetvetes për punën e tij të ardhshme, duke e pasuruar në këtë mënyrë përvojën e tij profesionale.

10.2.2. PËRGATITJA E MËSUESIT DHE E NXËNËSIT PËR MËSIMDHËNIEN E MATEMATIKËS

Ka pak profesione në të cilat përgatitja për punë ka rëndësi aq të madhe sa për mësimdhënësin. Përgatitja e mësuesit, por edhe e nxënësit për mësimdhënie të matematikës (dhe kjo me shkrim), është nevojë dhe domosdoshmëri, meqë "lajthitjet" eventuale nuk mbesin pa gjurmë.

Në **mësimdhënien tradicionale, përgatitja e mësuesit** ishte përqendruar në etapën e **shtjellimit të mësimit** (Pjesa kryesore e orës së mësimit); në **epiqendër ishte mësuesi**.

Ndërsa, në **mësimdhënien bashkëkohëse, përgatitja e mësuesit** përqendrohet në etapën **përgatitore të mësimit** (kohë më parë, para se të fillojë ora e mësimit); **në epiqendër është nxënësi**.

Mësimdhënia bashkëkohëse mbështet:

- interesimet, dëshirat, preferencat, aspiratat, prirjet e veçanta, ritmet e ndryshme të mësimnxënies;
- zhvillimin e mendimit kritik dhe
- mësimdhënien ndërvepruese.

Në sistemin e mësimdhënies bashkëkohëse bëjnë pjesë:

- mësimdhënia hulumtuese-zbuluese;
- mësimdhënia dhe të nxënit e programuar;
- mësimdhënia dhe të nxënit problemor;
- mësimdhënia ekzemplare;
- mësimdhënia ekipore dhe
- mësimdhënia në distancë.

Në mësimdhënien bashkëkohëse, për orën e mësimit duhet të përgatitet jo vetëm **mësuesi**, por edhe **nxënësit** (duke siguruar: mjete mësimore dhe material didaktik; shembuj, detyra dhe probleme; literaturë dhe nënvizimin e paragrafëve të caktuar; analiza, krahasime, analogji, vizatime…) .

Pozita e mësuesit: Më pak ligjërues; më shumë organizator, programues dhe këshilltar.

Pozita e nxënësit: Tashmë ai nuk është vetëm dëgjues e shikues, por së bashku me mësuesin, është bashkëpjesëmarrës aktiv i mësimdhënies.

Bazën e përgatitjes së mësuesit për mësimdhënien e matematikës paraqet libri shkollor, i cili gjendet në përdorim për klasën e caktuar. Mësuesi duhet t'i njohë mirë përmbajtjet programore të librit. Detyrat problemore nuk duhet të nënvlerësohen me bindje që të gjitha ato janë të kuptueshme dhe mund të zgjidhen "vetvetiu".

Në praktikën shkollore ndeshemi me mësues që kanë përgatitje të llojeve më të ndryshme për orën e matematikës. Disa mësues mendojnë se mjaftojnë 10 minuta, por ka edhe të atillë, të cilët "mbrojnë tezën" që për orë të caktuara të matematikës as që ka nevojë të ketë farë përgatitje, madje as me gojë, e lëre më edhe me shkrim! Ne jemi "mësues të vjetër" - mendojnë ata, prandaj, një qasje më serioze për përgatitje është e tepërt dhe e panevojshme! Mësuesit e vjetër, me këtë rast gabojnë shumë, meqë duhet të kenë parasysh se:

- Nëpërmjet përgatitjes me shkrim, **në cilësinë e vetëkontrollit**, në njërën anë, do të pezulloheshin ligjëratat e shtangëta (rigjide) e dogmatike dhe, në anën tjetër, ato nuk do të përmbanin njohuri të stërholluara (të panevojshme);
- **Prindërit** konsiderohen si partnerë të mësuesve në procesin e arsimimit të fëmijës. Sot, ata janë të mirëseardhur dhe nxiten të marrin pjesë në orët e mësimit të matematikës, **në klasë**;
- Tashmë është aktuale **përdorimi i pyetjeve të papërfunduara**;
- **Elementet e lojës dhe të rekreacionit** me refleksione nxitjeje dhe kërshërie për **MEM**, “aterrojnë” si të ishin të porositura;

- Puna në mësimin e matematikës kualifikohet si **punë krijuese**, gjatë së cilës duhet kërkuar dhe hapur "shtigje të reja", të papara, të "pazbuluara" dhe të papërjetuara më parë nga nxënësit;

-**Natyra** e vërtetë e **mësimdhënies ndryshon**, vazhdimisht;

-Procesi mësimor është funksion praktik që ndryshon, që ndikon në kahet themelore të punës së mësuesit në orë. Si rrjedhim i një pune të tillë, janë të mundshme edhe "befasitë e ndryshme", të cilat ndonjëherë mund të ndikojnë aq negativisht, sa të **ndërpritet edhe ora e mësimit**;

-**Mësimi tematik** (interlëndor) organizohet dhe udhëhiqet me korrektësi;

-**Të vjelurit e informacioneve nga rrjeti kompjuterik**, përcillet me shënime plotësuese,etj.

Për këto arsye dhe arsye të tjera "të paparashikueshme" është e nevojshme dhe e domosdoshme përgatitja (madje me shkrim) e mësuesit për orën e mësimit të matematikës.

Jo rrallë, gabimisht "mbrohet teza" që për orët e përsëritjeve, përforcimeve, kontrollimit të njohurive, nuk është e nevojshme përgatitja me shkrim e mësuesit! Edhe mësuesit më me përvojë edhe për orët e lartpërmendura kanë nevojë për përgatitje me shkrim, sepse pas përfundimit të orës, edhe mësuesit i bëhet e qartë që disa nga qëllimet dhe detyrat nuk janë realizuar ose janë realizuar vetëm pjesërisht.

Konspekti i orës së mësimit nuk bën të jetë një **përshkrim** i rëndomtë i përmbajtjes mësimore nga libri shkollor, doracaku ose ndonjë burim tjetër. Ai gjithsesi duhet të përmbajë "vijën origjinale" të shpjegimit, të shprehjes, të zgjidhjes dhe të interpretimit të njësisë mësimore.

Fëmijën "nuk duhet ta dënojmë" me përgatitje të dobët, as edhe atëherë kur mësuesi është i ballafaquar me "probleme" të shumëllojshme jetësore. Përgjegjësia e tij, veçmas ajo morale, në këtë situatë është mjaft e madhe.

Puna e njeriut gjithmonë ka nevojë për vetëkontroll, por edhe për kontroll dhe për vlerësim. Në këtë pikëpamje as puna e mësimit elementar të matematikës nuk bën përjashtim. Personi, i cili do të duhej ta kontrollojë dhe ta vlerësojë punën "e mirë" apo "jo të mirë" të mësuesit, mund të jetë **drejtori i shkollës,** apo ndonjë **person tjetër i autorizuar ("i brendshëm" apo "i jashtëm").** Ky kontroll i paramenduar dhe i planifikuar, duke qenë i kualifikuar dhe transparent, mund të trajtohet:

- duke "e bërë me dije" mësuesin një javë më parë,
- duke "e bërë me dije" mësuesin një orë mësimi më parë,
- duke "iu bashkuar" mësuesit posa të bjerë zilja, e cila lajmëron fillimin e orës së mësimit dhe
- duke hyrë në orën mësimore pa paralajmërim!!!

Dhe si përmbyllje: e shohim të udhës të theksojmë faktin se e mira e së mirës është që çdo mësues (i matematikës) të fitojë shprehinë për të shënuar:

VËREJTJET E MËSUESIT PËR PUNËN E KRYER

10.2.3. ARSIMI DHE NGRITJA PROFESIONALE E MËSUESVE

Detyra e mësimdhënësit në cilësinë e mësuesit bie në mesin e punëve dhe detyrave, të cilat kërkojnë një "personalitet universal" dhe të gjithanshëm. Mësuesi, para së gjithash, duhet të ketë cilësi morale dhe aftësi organizative-profesionale.

Menjëherë pas vitit 1945, kuadrot arsimore ishin të rralla, kurse analfabetizmi ishte përhapur në formën e vet më të ashpër te ne në Kosovë. Prandaj, fill pas hapjes së shkollave të para fillore në gjuhën amtare ndihej mungesa e madhe e mësuesve. Me përpjekjet tona punohej e mësohej ag e terr për sigurimin e kuadrove arsimore aq të nevojshme. Në fillim u hapën kurset e para pedagogjike tremujore, gjashtëmujore, njëvjeçare dhe shkollat normale dyvjeçare, të cilat përgatitnin kuadro nergut për arsimin fillor. Potenciali kadrovik shfrytëzohej në shkallën më të lartë të racionalitetit. Punohej aty ku kishte nevojë edhe me dy e tre paralele "non-stop". Detyrën e mësuesit e ushtronin pedagogët e kurseve, të medreseve, normalistët dyvjeçarë, motrat e amvisërisë, gjimnazistët dhe të tjerët. Kuptohet, ndërkohë, kuadrot në fjalë janë rikualifikuar, duke kryer shkollat përkatëse normale 4 vjeçare, 5 vjeçare, Akademi Pedagogjike, SHLP - grupin e mësimit klasor dhe kështu me radhë.

Mësuesi i ditëve tona duhet të disponojë një spektër të gjerë dhe të thellë të njohurive, shprehive dhe shkathtësive (më tepër se kurrë më parë), jo vetëm nga gjuhët e komunikimi, shkencat e natyrës, artet e bukura, studimet shoqërore me edukatë qytetare, por edhe nga matematika, risitë teknologjike, etj., edhe pse për lëndët në lëmenj, siç janë: gjuhët e huaja, teknologji informative, edukatë muzikore… mund të angazhohen edhe mësuesit e specializuar për këtë qëllim.

Implementimi i Kornizës së Kurrikulit të Ri të Kosovës “i hapi punë të përhershme”, jo vetëm planifikimit të procesit mësimor, por edhe arsimimit dhe ngritjes profesionale të mësuesve, duke mbështetur trajnimin e tyre, para shërbimit, por edhe gjatë shërbimit.

Me shprehjen ngritja profesionale e mësuesit kuptojmë thellimin, zgjerimin dhe fitimin e njohurive të reja nga gjuha e letërsia, matematika, gjuhët e huaja, teknologjia kompjuterike (informative) lëmi i shkencave të natyrës, lëmi i shkencave pedagogjike, psikologjike dhe disiplinave të tjera simotra Ngritja profesionale e mësuesve kryesisht arrihet në dy forma: në formën **individuale** dhe **kolektive**.

Forma individuale e ngritjes profesionale të mësuesit ka mjaft përparësi ndaj asaj kolektive. Ajo varet nga përkushtimi i mirëfilltë, interesimi, dashuria, vetëdija dhe përgjegjësia e tij ndaj misionit tejet të lartë e human, të cilin e kryen. Përveç të tjerash, mësuesit duhet të kenë vetiniciativë, vullnet, dëshirë dhe durim për ngritje individuale-profesionale. Mësuesi entuziast dhe ambicioz përherë pajiset me literaturë bashkëkohëse – profesionale. Ai dëgjon me vëmendje të përqëndruar çdo këshillë, të cilën i jep udhëheqësi i shkollës, mësuesi më i vjetër, personi i autorizuar…

Aktualisht, njëra ndër format individuale të ngritjes profesionale bashkëkohëse është **kontakti me burimet e ndryshme të informacionit**, përkatësisht **përdorimi i burimeve të internetit**, ku mësuesit mund të vjelin dituritë më të reja nga programet kompjuterike arsimore.

Format kolektive të ngritjes profesionale realizohen nëpërmjet, seminareve, kurseve, konsultave, trajnimeve, konferencave, mbledhjeve, debateve, etj.

Implementimi i Kornizës së Kurrikulit të Ri të Kosovës do të shoqërohet me trajnime të vazhdueshme të mësuesve, para dhe gjatë shërbimit për të siguruar ridesenjimin e strategjive të reja, në mësimdhënie dhe nxënie, lidhur me metodologjitë e përqëndruara më shumë te nxënësi.

Ja disa nga temat që mund të merren si përmbajtje e punës së trajnimeve:

- Mësuesit dhe nxënësit si zhvillues të kurrikulit;
- Strategjitë e reja të mësimdhënies dhe të nxënies;
- Baraspeshimi i përdorimit të metodave tradicionale dhe moderne të mësimdhënies dhe të nxënies;
- Zhvillimi i një sistemi të ri për cilësim dhe (vetë)vlerësim;
- Stimulimi i mendimit kritik ndaj informacioneve;
- Organizimi dhe udhëheqja e mësimit tematik (interkurrikular), të nxënit e integruar;
- Zbatimi i metodologjive të reja, ndërvepruese, të përqëndruara te nxënësi, e të tjera.

Meqenëse në të ardhmen, puna e mësuesve do të testohet, do të çmohet dhe do të vlerësohet, "paksa më ndryshe", në mbështetje të "kontratave individuale", me gjasë, mund të jetësohet thënia e Distervegut të madh: "**Ai që e flak të mësuarit dhe nuk synon të arsimohet, ai nuk mund t'i arsimojë të tjerët**".

Sipas raportit të Jacques Delors-it, për **UNESCO**-n (1996) **shtyllat e arsimimit** janë:

- të mësuarit **për të ditur**;
- të mësuarit **për të vepruar**;
- të mësuarit **për të qenë** dhe
- të mësuarit **për të jetuar së bashku me të tjerët**.

Përveç këtyre, kohët e fundit **UNICEF**-i nxori në pah edhe **shtyllën e pestë**:

- të mësuarit **për ta transformuar vetveten dhe shoqërinë**.

"Kjo do të thotë se nuk duhet vetëm të pajtohemi me realitetin dhe t'i përshtatemi atij, por duhet të përpiqemi ta transformojmë atë, duke qenë të autorizuar nga arsimimi që ta bëjmë këtë".[**]

Njëri ndër mesazhet e arsimimit bashkëkohës është: **Domosdoshmëria për arsimim gjatë tërë jetës**. Këtë mesazh do të duhej ta dijë çdo mësues!

10.3. KANË THËNË PËR EDUKATËN, ARSIMIN, MATEMATIKËN, NXËNËSIT MËSUESIN, INTELEKTUALIN,...

N. FRASHËRI: "**Dhe dritë e diturisë përpara do t'na shpierë**".

ANONIME: "**Të mos jemi vetjakë! Në krejt atë që dimë dhe disponojmë, shumëçka është djersë dhe mund i huaj**!"

ANONIME: **"Puna e mësuesit është sikur e një qiriu, i cili e djeg veten për t'u bërë dritë të tjerëve**".

GAUSI: "**Matematika është shërbëtore e të gjitha shkencave të tjera, por njëkohësisht është edhe mbretëreshë e tyre**".

DISRAELI: "**Fshehtësia e suksesit mbështetet në ekzistencën e një qëllimi i caktuar**".

SOKRATI: "**Unë nuk mundem kurrsesi që ta mësoj fëmijën tënd, sepse ai nuk më do**".

FJALË E URTË JAPONEZE: "**Askush në botë nuk është më i fortë se njeriu që di**".

S. FRASHËRI: "**Gabimet që harrohen, përsëriten**".

S. FRASHËRI: "**Edukata është një petk që do ta veshë njeriun, sa të jetë gjallë, prandaj duhet pasur kujdes që ai të jetë sa më i përsosur**".

AUTORI: "**Mësuesit, i cili nuk ka deficit arsimor dhe që ai vetë kujdeset për kopshtin e luleve, mos ia kij frikën, dorëzojani fëmijën që ta arsimojë e edukojë**".

DOSITEJI: "**Të cekët janë ata që punën e mësuesit e konsiderojnë të lehtë**".

TOLSTOJI: "**Profesioni i mësuesit është fisnik dhe i lartë. Por, mësues nuk është ai që është i arsimuar dhe i edukuar për mësues, por ai, i cili është i bindur thellësisht në vetvete se është mësues, që duhet të jetë mësues dhe që tjetër nuk mund të jetë. Profesioni i mësuesisë kërkon sakrifica**".

DISTERVEGU: "**Mësuesi mëson deri në atë kohë, derisa të mësojë vetë. Ai që e flak të mësuarit dhe nuk synon të arsimohet, ai nuk mund të arsimojë të tjerët**".

VAJERSHTRASI: "**Matematikan i mirë është ai, i cili është pakëz edhe poet**".

[**] Korniza e Kurrikulit të Ri të Kosovës, Prishtinë, 2001, f. 8.

AUTORI: “**Vlerësimin pozitiv, notën e lartë, dekoratën, diplomën, shpërblimin... më mirë është ta meritosh e të mos e fitosh, se sa ta fitosh e të mos e meritosh**”!

ANONIME: “**Mësuesi është njëlloj si marinari në det. Për të ditur se në cilën rrugë duhet të shkojë, ai duhet të dijë më parë se ku ndodhet**”.

Z. BEJTULLAHU: “**Asnjë popull i qytetërimit të përparuar, nuk pranon për intelektual atë i cili nuk ka shtresuar vepra të mirëfillta intelektuale”.**

Z. BEJTULLAHU: “**Intelektuali është personalitet të cilin më shumë e njohim pas vdekjes, kur mbetet i gjallë me veprat e veta**”.

Këto mendime (dhe shumë të tjera si këto, të cilat përherë do të jenë aktuale) ofrojnë këtë mundësi përfundimi: Në lëmin e arsimit, duhet të jenë të inkorporuar njerëzit me autoritet, të nderuar, më të aftit dhe më të edukuarit, mëqenëse po këta "**mbajnë në duart e tyre ardhmërinë e botës" (Disterveg**). Nuk duhet lejuar, por kjo megjithatë ndodh që, për profesion jetësor, ta zgjedhin arsimin, pikërisht ata, të cilët kanë dështuar në shkollat dhe profesionet e tjera!...

11. NJË FORMË E FORMIMIT, SHPJEGIMIT DHE INTERPRETIMIT TË NOCIONEVE THEMELORE NË MËSIMIN ELEMENTAR TË MATEMATIKËS

11.1. FORMIMI I NOCIONEVE NË MËSIMIN ELEMENTAR TË MATEMATIKËS

Ndarja e fëmijëve prej lojës "non-stop" dhe fillimi i ndjekjes së mësimeve në kl. I fillore, paraqet njërin prej momenteve jetësore, i cili, sido që të shfaqet, lë gjurmë të përhershme në jetën e tyre. Edukimi pak a shumë spontan, e në njëfarë mënyre edhe arsimi i "periodës, parashkollore", zëvendësohet me arsim dhe edukim sistematik dhe të organizuar.

Nxënësit në shkollë sjellin me vete një numër të konsiderueshëm nocionesh, domethënë përvojën e tyre jetësore. Nëse përkujtojmë se me çfarë lojërash janë argëtuar fëmijët në përiudhën parashkollore, mund të themi se ata i njohin dhe i duan shumë lojërat, posaçërisht të natyrës gjeometrike. Përvoja e çdo fëmije me të arritur në shkollë, lypset të verifikohet, të plotësohet dhe të sistematizohet, meqenëse njohuritë që sjellin ata me vete janë të cekëta, të paqarta dhe të pasakta, si pasojë e mësimit të paorganizuar dhe sipërfaqësor.

Gjatë 2-3 muajve të parë në klasën e parë të shkollës fillore, mësimi i matematikës vihet në shërbim të rekapitulimit të diturive, shprehive dhe shkathtësive të fëmijëve, të cilat i kanë sjellë me vete në shkollë e që konsiderohen si gurthemel për realizimin e detyrave vijuese në mësimin e matematikës.

Nocionet e para matematike, edhe pse "tejet të thjeshta", duhet të analizohen mirë e mirë, "të dokumentohen" dhe të interpretohen me një fjalor joshës, "zëëmbël" dhe pa gabime materiale. Nxënësi me kryeneçësi mbron tezën që "mësuesi ka thënë ashtu - prandaj pikërisht ashtu edhe duhet të mbetet"! Nxënësi i moshës së re ka besim përrallor në aftësitë e mësuesit. Ai për nxënësin është "gjenial", që di çdo fshehtësi dhe të panjohur!

Duke u nisur nga ky moment psikologjik dhe nga e dhëna që mësuesi mësimdhënien e matematikës nuk e ka "profesion të ngushtë jetësor" - shtrohet përgjegjësia mjaft e madhe e tij.

Duke vlerësur "jetëgjatësinë" e doracakëve, veçmas të atyre të metodikës, do të themi që ata plaken "para kohe" po qe se autorët e tyre, duke kërkuar mënyrën e përforcimit dhe të interpretimit të nocioneve, "futen" në faqet e caktuara të librit shkollor ekzistues dhe të materialeve të shkruara përcjellëse të tyre. Ndërrimi paksa më rrënjësor si ky i tashmi (librat e rinj, bazë të matematikës dhe materialet e shkruara përcjellëse të tyre), bëri që disa detaje të përmbajtjeve programore dhe interpretime të tyre (në botimin e parë të këtij libri), veçmas në këtë kapitull, të humbasin aktualitetin e vet.

Për të mos rënë në të njëjtin "kurth", krahas plotësimeve dhe përmirësimeve përkatëse, kësaj radhe "duart e autorit janë larg nga librat shkollorë ekzistues".

Në kursin tonë kemi bërë përpjekje, që të paktën disa nga nocionet themelore të mësimit elementar të matematikës, t'i shpjegojmë dhe t'i interpretojmë, duke iu sugjeruar frekuentuesve që kursi ynë, por as kurset e tjera, nuk janë e vetmja formë dhe ecuri e formimit të nocioneve në fjalë.

Nocionet matematike mund të farkohen dhe të pranohen në mënyra të ndryshme "pa receta farmaceutike".Është për të ardhur keq, kur nga autorët e librave (doracakë!) spikat "urdhri i formës së prerë" në stilin "... duhet zhvilluar pikë për pikë dhe në përputhje me udhëzimet që jepen...! ose "... të ndiqet pikë për pikë metodologjia e paraqitur në libër...!"

Pa dashur që t'i elaborojmë "urdhrat" e sipërpërmendur, nga të cilët mund të iritohen edhe mësuesit, po të shtojmë se MMEM nuk bën të japë urdhra, ajo të emancipon në artin dhe për artin e mësimdhënies.

Disa nga nocionet e para, nxënësve iu dedikohen në kohën kur ata ende nuk dinë të shkruajnë as të lexojnë.

11.1.1. FORMIMI I NOCIONEVE: SENDET DHE GJALLESAT

Edhe para se të shkojë fëmija në shkollë, ai, në rrethinën ku jeton, ka njohur shumë sende e gjallesa, përkatësisht i di disa nga veçoritë e tyre. Gjësendet i kanë klasifikuar sipas madhësisë, ngjyrës e herë-herë edhe sipas formës, ndërsa gjallesat po ashtu sipas madhësisë, zërit, ambientit ku jetojnë, me çka ushqehen, e kështu me radhë. Të gjitha këto të dhëna mësuesit do t'i shërbejnë si paranjohuri gjatë shpjegimit të nocioneve për sendet dhe gjallesat.

Bashkëbisedimin për sendet dhe gjallesat do ta fillojmë në atë mënyrë që do të bëjmë fjalë për sendet dhe gjallesat e rrethinës ku gjenden nxënësit. Pastaj kërkohet prej nxënësve që ato t'i përshkruajnë shkurtimisht. Kështu, p.sh., përveç emërtimit, për gjësende japim edhe të dhëna të tjera "plotësuese", përdorimin, madhësinë, ngjyrën, materialin ndërtimor etj. Po qe se vështrohen gjësendet në klasë, atëherë mësuesi mund të kërkojë prej nxënësve që ato t'i emërtojnë, që të flasin për ngjyrën, përdorimin dhe madhësinë e tyre, si p.sh.:

Si quhet ky gjësend? Po ky? Cilat gjësende të tjera po i vëreni në klasë? Cilat gjësende janë mbaruar prej druri? Po, prej metali, letre? Numëroni gjësendet, të cilat bëjnë pjesë në orenditë e klasës? Po ato që gjenden në korridor...? Emërtoni vetëm gjësendet e vogla që gjenden në klasë!

Mësuesi kërkon nga nxënësit:

- Tregoni diçka që nuk është gjësend! Numëroni gjallesat, të cilat jetojnë në shtëpi dhe ato që jetojnë në pyll? Numëroni gjallesat e mëdha si dhe ato të vogla (të imëta). Njerëzit, kafshët dhe bimët a janë gjallesa? Cilat kafshë ushqehen me bimë, cilat me mish, e cilat me...?

Gjatë bashkëbisedimit duhet të theksohen dallimet thelbësore në mes të gjësendeve dhe gjallesave.

Bashkëbisedimi në fjalë duhet të jetë i hareshëm, duke iu dhënë rast shumë fëmijëve që të shfaqin mendimin e tyre në lidhje me pyetjet e parashtruara. Nuk duhet insistuar që në mënyrë rigoroze të kufizohemi vetëm në "përmbajtjet matematike", të paktën në orët e para të mësimit të matematikës. Ora e parë e mësimit paraqet njërin prej përjetimeve të rralla dhe afatgjate të fëmijëve, që ruhet me "xhelozinë më të madhe" në kujtesën e tyre.

Duhet ditur që po atë ditë, me të arritur nga shkolla në shtëpi, fëmijët me padurim do t'i gëzojnë prindërit e tyre; "Babë, nënë... a e dini se çka kemi mësuar sot? Jemi kënaqur... Sa mësues i mirë që ishte... Jam ulur në bankë me... Katër herë më ka pyetur mësuesi..., duke më thënë shumë mirë..., sepse unë vazhdimisht e dija ç'më pyeste ai..."

E veçanta e orës së parë nga mësimi i matematikës është:

- të gjithë nxënësit, pa përjashtim, të jenë bartës të bisedës,
- zënia fill që nxënësit të mund të shprehen lirshëm, pa frikë dhe pa emocione,
- të shpalosurit e fjalorit të nxënësve,
- "për të mos qenë preokupante orët e matematikës...

Në orët pasuese të mësimit, **sendet** dhe **gjallesat** do të marrin "ngjyrën matematike" (objekte konkrete, objekte të vizatuara, insekte, shpezë dhe kafshë të vizatuara... në cilësinë e materialit didaktik). Këto kanë për t'u futur në përdorim që me shpjegimin e nocioneve **bashkësi, relacion, numër...**

11.1.2. FORMIMI I NOCIONIT TË BASHKËSISË DHE ELEMENTEVE TË BASHKËSISË[32]

Njëri ndër nocionet e para bazë, ku mbështeten njohuritë kryesore matematike, është **të kuptuarit e bashkësisë**. Edhe pse në të parë ai është nocion, i cili do të shpjegohet dhe do të përvetësohet "në lojë dhe nëpërmjet lojës", ai nuk bën të anashkalohet.

Ja disa nga fazat (etapat) e formimit të tij:

* Kuptimi i bashkësisë si grup, grumbull, tufë, kope, tog... të sendeve dhe të gjallesave. Midis emërtimeve të lartpërmendura ekziston raporti i barasvlerës, pra ato janë sinonime, varësisht nga"natyra" e anëtarëve (elementeve) të bashkësisë".

---

[32] Jaka, Bedri: "Formimi i nocionit të bashkësisë, elementeve të bashkësisë dhe pjesës saj - nënbashkësisë","Shkëndija", Prishtinë, 15 shtator 1985, f. 12.

Për një përvetësim të natyrshëm të nocionit bashkësi fillojmë me shembuj nga rrethina direkte e nxënësve. Mund të fillojmë me bashkësinë e nxënësve në paralele, duke theksuar faktin që të gjithë nxënësit e paraleles sonë formojnë një bashkësi (nxënësish).

- A i takon kësaj bashkësie Ideali? Po Nita? Vullneti a është anëtar i bashkësisë së nxënësve të paraleles sonë? Pse? Trego edhe ti një anëtar të bashkësisë së nxënësve të paraleles sonë. Tashti trego një anëtar (një nxënës), i cili nuk bën pjesë (nuk i përket) në bashkësinë e nxënësve të paraleles sonë! A ka edhe më të tillë? Sa? (Shumë, sa të duam!). Në vazhdim, mësuesi pyet: "A i përkas edhe unë kësaj bashkësie? Përse nuk i përkas?...

*** Vënia në spikamë e veçorisë së përbashkët të elementeve të një bashkësie, duke futur në një qarkim përkatës nëpërmjet një vije të mbyllur (Diagrami i Venit)**. Fjala **diagram** rrjedh nga greqishtja që do të thotë **vizatim**. Për të përfaqësuar Diagramet e Venit shfrytëzojmë vija të mbyllura me forma dhe madhësi arbitrare.

Numëroni të gjitha gjësendet që i keni në çantë!... Çfarë formojnë këto sende? Si mund të emërtohet kjo bashkësi? (Bashkësia e sendeve në çantën time). A i takon kësaj bashkësie abetarja? A është anëtar i kësaj bashkësie lapsi yt? Pse? Po goma jote? Tregoni një anëtar të kësaj bashkësie dhe një tjetër që nuk është anëtar i kësaj bashkësie! Numëroni sa anëtarë ka bashkësia e sendeve në çantat tuaja!

Nxënësit lypset të njihen me mënyrën e dhënies së bashkësive, duke theksuar vetinë karakteristike të elementeve të asaj bashkësie. Kopeja e deleve paraqet bashkësinë e deleve. Në këtë bashkësi a mund të përzihen 4 gomarë, dhe kopenë tashti ta quajmë bashkësi e deleve? Pse? Duhet theksuar që sqarimet, të cilat i ofrojnë nxënësit përmbajnë vështirësi në të shprehur. Prandaj, mësuesi duhet të plotësojë përgjigjet e mangëta të nxënësve.

Shpjegimi i mëtejshëm mund të ndjekë këtë ecuri... - Le të ngriten në këmbë nxënësit, të cilët banojnë në rrugën... fshatin...! Çka formojnë nxënësit, të cilët janë ngritur? (Bashkësinë e nxënësve, të cilët banojnë në...) A mund t'i numëroni të gjithë anëtarët e kësaj bashkësie? Pse? Tregoni një anëtar (element), i cili nuk i përket kësaj bashkësie! Përse nuk i përket ai kësaj bashkësie?

*** Pasqyrimi dhe identifikimi i sendeve dhe i gjallesave të ndryshme konkrete nëpërmjet petëzave, të cilat në fillim kanë ngjyra, forma dhe madhësi të ndryshme**. Me këtë është realizuar **individualizimi i elementeve** të bashkësisë, përkatësisht është spikatur **veçoria (vetia) karakteristike** e elementeve që i përkasin një bashkësie (p.sh.: bashkësia e **trekëndëshave blu, të vegjël...)**. Materiali didaktik, lidhur me bashkësitë, mund dhe duhet të shfrytëzohet në cilësinë e objekteve konkrete, objekteve të vizatuara, simboleve konkrete dhe simboleve të vizatuara, madje të gjitha këto në teknikën "color". Për fëmijët, por edhe për të tjerët, objektet, figurat dhe petëzat me ngjyra gjithnjë "derdhin sheqer". Ilustrimet dhe demonstrimet me ngjyra kanë një spektër më të gjerë veprimi në aspektin vizuel, intelektual dhe emocional te nxënësit dhe me disa nga bashkësitë, ata duhet "të ngopen mirë!"

Duke shfrytëzuar petëzat me ngjyra të ndryshme me këtë rast, nxënësit mund t'i njoftojmë që këto petëza do të na përfaqësojnë sende të ndryshme konkrete. Në vazhdim kërkojmë prej nxënësve që të formojnë bashkësinë e librave në çantën e tyre, e pastaj, në vend të librave, të vendosin petëzat. Me gjasë nxënësit do të përgjigjen... kjo petëz është në vend të abetares, ndërsa kjo është matematikë, kjo petëz është... Ngjashëm mund të veprohet edhe me bashkësinë e mobilieve në klasë,... kjo petëz është tabela, kjo petëz është...

*__Përdorimi i shenjës që simbolizon veçorinë e përbashkët të elementeve të një bashkësie duke e shënuar me etiketë (pankartë)__, po e zëmë:  etj.

Bashkësia duhet kuptuar si nocion, e cila mund të jetë "dhuratë" e natyrës, e autorit të librit, e mësuesit ose e ndonjë personi tjetër (Fig. 58), (a) por mund të "krijohet" edhe nga "dora e vetë nxënësve” (Fig. 58) (b).

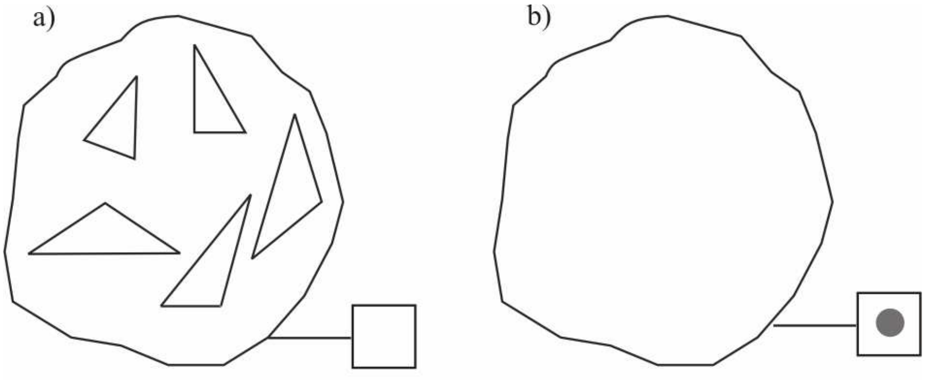


Fig. 58

11.1.3. FORMIMI I MËTEJSHËM I NOCIONIT TË BASHKËSISË DHE I PJESËS SË SAJ – NËNBASHKËSISË

Edhe nocioni i nënbashkësisë mund të futet në përdorim nëpërmjet shembujve praktik. Që në fillim kemi vërtetuar që disa nxënës të njërit rresht, dinë të lexojnë orën pa gabime. Pra, sipas "kriterit të diturisë" kërkojmë që këta nxënës të qëndrojnë në këmbë të rrethuar me litar ose me një "rreth", i cili është i vizatuar me shkumës në dysheme të klasës... Pra, të rrethuar qëndrojnë nxënësit, të cilët dinë të lexojnë orën pa gabime. Nxënësit e po atij rreshti, të cilët këtë nuk e dinë, qëndrojnë jashtë rrethit. Pastaj, po qe se nxënësit janë të pajisur me petëza shfrytëzojnë përdorimin e tyre, kështu që brenda rrethit vëmë petëzat në formë të trekëndëshit, ndërsa jashtë rrethit petëzat në formë të katrorit, kuptohet në numër të njëjtë, sa është edhe numri i nxënësve të atij rreshti.

... Këtë petëz do të vendosim në rreth, në vend të Jetmirit, këtë në vend të... këtë petëz do ta vëmë jashtë rrethit, në vend të Fisnikut, sepse ai nuk i përket bashkësisë së nxënësve të këtij rreshti, i cili di të lexojë pa gabime orën. Herën e parë do të numërojmë bashkësinë e nxënësve, të cilët dinë të lexojnë orën, ndërsa herën e dytë bashkësinë e nxënësve, të cilët gabojnë në të lexuar. Tashti nxënësve u themi: "Të gjithë nxënësit e këtij rreshti paraqesin bashkësinë e nxënësve, ndërsa nxënësit në rreth paraqesin **nënbashkësinë** e kësaj bashkësie (këtë e përsërisin disa nxënës). Në vazhdim nxënësit mund t'i ndërrojnë "vendqëndrimet", në rreth mund të qëndrojnë nxënësit, të cilët nuk dinë të lexojnë orën (pa gabime), ndërsa jashtë rrethit, nxënësit që dinë të lexojnë orën. Tashti nxënësit në rreth, po ashtu paraqesin një nënbashkësi, një pjesë të bashkësisë së nxënësve, që kanë "dalë për të luajtur".

Me lojëra të ngjashme theksojmë mënyrën e dhënies së bashkësive dhe "të fshehurit" e nënbashkësive në një bashkësi. Kështu, për kriter të formimit të nënbashkësive të nxënësve mund të merren, po e zëmë:

dituria (nxënësit që dinë ndonjë vjershë patriotike, nxënësit që dinë të lexojnë orën...)

mosha (nxënësit që kanë mbushur 6 vjet e gjysmë, nxënëset që kanë mbushur 7 vjet ...)

mirëqenia (nxënësit që kanë qenë në Evropën Perëndimore, në det,... nxënësit që kanë qenë refugjatë në trojet e veta, në Shqipëri,në Maqedoni...)

veshmbathja (vajzat e veshura me fustane të kuqe, bluzë të bardhë dhe këpucë të zeza...)

Nxënësit, duke zgjedhur dhe duke përdorur kriterin në të formuarit e një nënbashkësie me këtë dhe duke i numëruar elementet, bëhen me dije që nënbashkësia mund të ketë numër arbitrar elementesh, mund të fitohet nënbashkësia, e cila ka vetëm një element; e cila, ka aq elemente sa edhe vetë bashkësia ose mos të ketë asnjë element (të jetë **boshe, vakante, e zbrazët).** Elementet e nënbashkësisë i përkasin po asaj bashkësie, nga e cila është veçuar dhe **radhitja e elementeve në nënbashkësi (bashkësi) nuk është thelbësore.**

Nuk këshillohet të merren bashkësi (nënbashkësi) elementët (anëtarët) e të cilave janë fruta dhe artikuj të tjerë ushqimorë. Arsyeja e kësaj kuptohet vetvetiu.

Materiali didaktik që do të demonstrohet dhe që do t'i "zëvendësojë" personat, individët dhe sendet kryesisht përmban **petëza**

të formës: katrore, trekëndore, rrethore,

të ngjyrës: kuq, zi, verdh, blu

të madhësisë: të vogla, të mëdha.

Mësuesi së bashku me nxënës fillon të formojë këto nënbashkësi, si:

- të veçuarit e petëzave të mëdha,
- të veçuarit e petëzave që nuk janë të mëdha,
- të veçuarit e petëzave rrethore jo të zeza,
- të veçuarit e petëzave jokatrore, të kuqe,
- të veçuarit e petëzave jotrekëndore, jo të verdha, etj.

Më pastaj, po e zëmë:

- në bashkësinë e petëzave të zeza, qarkohen petëzat jokatrore,
- në bashkësinë e petëzave të kuqe, qarkohen petëzat jorrethore,
- në bashkësinë e petëzave të verdha, qarkohen petëzat jotrekëndore, etj.

Në këtë mënyrë, me një shije të hollë dhe logjike nëpërmjet operacioneve mendore, krahasimit dhe diferencimit, **duke mohuar një apo dy veçori (cilësi) të objektit** (petëza jo të mëdha, petëza jokatrore, jo të kuqe, etj.) përcaktojmë, formojmë dhe mbështesim nocionin e nënbashkësisë, së bashku me simbolin e saj " $\subseteq$ ". Po e zëmë: Le të jetë dhënë bashkësia

F_1 = {babai, nëna, Donika, Jetëmiri} dhe F_2 = {Donika, Jetëmiri}. Fëmijët janë pjesë e familjes, $F_2 \subseteq F_1$ (Shih fig. 59).

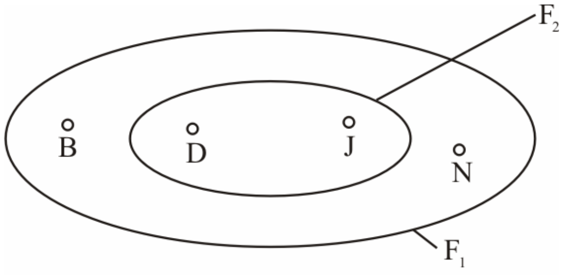


Fig. 59

Në vazhdim nxënësit vetë mund të zgjedhin shembuj (ca fizikë, ca mendorë) të nënbashkësive.

11.1.4. FORMIMI I NOCIONEVE PËR NUMRAT NJË, DY DHE SHKRIMI I NUMËRORËVE 1, 2

Ngritja e aftësisë së përgjithshme intelektuale të nxënësve, sot gjithnjë po shënon trende rritjeje.Në këtë vështrim do të duhej të vlerësohet edhe të flakurit e ecurisë tradicionale në përcaktimin e nocionit të numrave. Kështu, tashti e tutje, nuk mund të bëhet fjalë që brenda një ore mësimi të shpjegohen një për një po e zëmë (1), (2), (3), (4), (5), (6), (7), (8) dhe (9). Po e zëmë, në Rusi, para disa dekadave, numrat e dhjetëshes së parë janë shpjeguar me këtë shkallëzim (1,2), (3), (4), (5), (6,7), (8,9) dhe (10). Tash për tash, te ne, në trojet mbarëshqiptare, do të kemi këtë rreshtim: (1,2), (3,4), (5), (6,7), (8,9), (10), e që nesër, pasnesër nuk është e thënë të mos kemi ndërrime të tjera!

"Njohja për së afërmi" madje "së bashku" me numrat NJË, DY, përfaqëson njërën ndër "fitoret e para konkrete" të nxënësve, në mësimin elementar të matematikës. Paranjohuritë që ndonjë nxënës mund t'i ketë sjellë me vete në shkollë lidhur me numrat NJË, DY, duhet të shfrytëzohen duke i plotësuar dhe sistematizuar.

Për të dhënë kuptimin për numrat NJË, DY pavarësisht nga njëri-tjetri, ekzistojnë burime të shumta: Shembujt konkretë nga rrethina ku punojnë dhe jetojnë nxënësit, shfrytëzimi i gjësendeve të mjedisit material didaktik nga më të ndryshmet e së fundi shfrytëzimi i librit shkollor dhe materialit tjetër të shkruar. E mira e së mirës është "të dimë të bëjmë pyetje!"

Sot, kuptimi i nocionit **numër** trajtohet duke u mbështetur në nocionet tashmë të njohura të **bashkësisë** dhe të **relacionit.** Prandaj, edhe nocionet e numrave NJË, DY shpjegohen dhe interpretohen nëpërmjet **bashkësisë** dhe **relacionit** për të cilat nxënësit tashmë kanë "njohuri të mjaftueshme". Fillimisht, bashkësia mund të jetë një elementëshe, por edhe dy, tri, katër e më shumë elementëshe. Po e zëmë, bashkësi lulesh (me një element) bashkësi yjesh (me dy elemente), bashkësi kubesh (me tri elemente).

Mund "të rastisë" që mësuesja të ketë sjellë me vete figurën, ku shihet një **bimë drurore** dhe pranë saj një **njeri**. Në këtë figurë objekti dhe subjekti janë të numëruar dhe të emërtuar, por ky emërtim është i një "vëllimi" tepër të gjerë, kështu që për **bimën**, po e zëmë, nxënësit kanë për të thënë: po shohin një **LIS**, një **bli**, një **dardhë**, një **arrë**... Në mënyrë të ngjashme për **njeriun** kanë për të thënë: po e shohim **personin**, i cili ka ardhur **për të vjelë, për të fjetur, për të pushuar**...

Të mbështetur në paranjohuritë lidhur me **bashkësitë, bimën drurore** le ta paraqesim me një **petëz katrore,** ndërkaq **personin** me një **petëz rrethore.** Atëherë **personi** ndaj **bimës** vihet në **relacion** edhe "grafikisht" (Fig. 60).

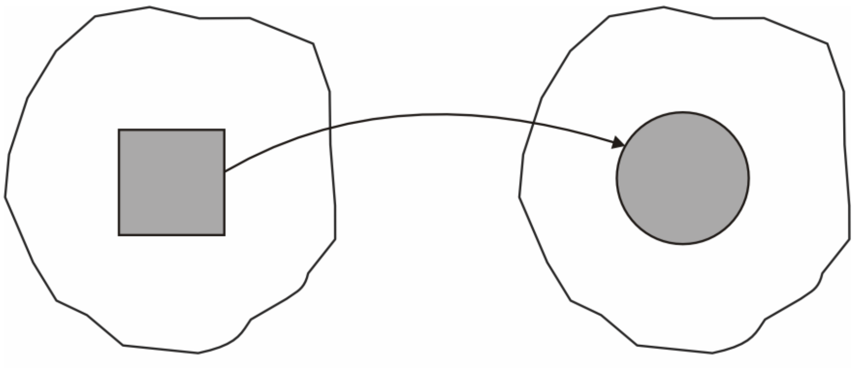


Fig. 60

Kështu, po e zëmë, duke u ndihmuar nga ky shpjegim (dhe nga ndonjë shpjegim të ngjashëm), me gjasë nxënësit duhet ta kenë kuptuar **bashkësinë prej një elementi,** pra si **"bashkësi njësi"** së cilës i shoqërohet numri **NJË**.

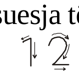
Në vazhdim elementet e një bashkësie me dy apo më tepër elemente, mbështetur në "kriterin" **formë, madhësi, ngjyrë, përdorim, pozicion, ndërtim...** do të shoqërohen me elementet përkatës të bashkësisë tjetër, duke u lidhur me një vijë (**relacion**).

Veçanërisht duhet të theksohet bashkësia me dy elemente, të po asaj "natyre" (Teuta e Agroni, motër e vëlla, kazma e lopata, speci e domatja, libri e fletorja, trëndafili e tulipani, etj.). Pastaj është mirë që nxënësit "të zbulojnë"që i kanë dy duar, dy këmbë, dy sy, dy veshë, që karriga i ka dy palë këmbëza: të përparme e të prapme dhe të majta e të djathta; që dashi i ka dy palë këmbë etj.

Duhet të vihet në pah që **numrat e ndryshëm** paraqiten me **shenja të ndryshme** (1,2),por edhe **i njëjti numër** mund të paraqitet me **shenja të ndryshme** (..││2).

Nxënësit "duhet t'i bindim" për dallimin ndërmjet **numrit** dhe **numërorit.** Numërori është **shenja** (po e zëmë 1,2), me anë të së cilës paraqitet **numri** (po e zëmë, një, dy); me analogji, ashtu siç ndodh ndërmjet shkronjës **e** dhe tingullit përkatës.

Duke i shoqëruar elementet e një bashkësie me elementet përkatëse të bashkësisë tjetër, të cilat kanë numër jo të njëjtë elementesh, bën që ndonjë nga elementet (petëzat) të mbetet "i vetmuar" (i pashoqëruar). Pikërisht këtu zë fill ideja e krahasimit të numrave.

Nxënësit tashmë dinë t'i veçojnë numërorët 1, 2. Disa sish "nëpërmjet lojës dhe argëtimit" që nga periudha parashkollore janë "aftësuar" edhe për shkrimin e tyre. Për të tjerët, e mira e së mirës është që mësuesja të mbështesë modelet gjysmë të përgatitura  (me pika)  (me viza)  (me shigjeta) e që pastaj numërorët e lartpërmendur (pa shigjeta) i shkruajmë në fletore.

Kuptohet vetiu se në "këto çaste dhe rrethana" emocionale disa nga nxënësit, si të ishin "zogj të posaçelur", për momentin kanë për të pranuar udhëzimet dhe ndihmën e mësueses, që dora e saj edhe njëherë ka për të treguar "kahet e lëvizjes së lapsit".

Që tashti, mësuesja në shkollë dhe prindërit në shtëpi kanë për të bërë kujdestari: të shkruarit e numrave të jetë "i veshur me petkun estetik".

11.1.5. FORMIMI I NOCIONEVE PËR NUMRAT TRE, KATËR DHE SHKRIMI I NUMËRORËVE 3, 4

"Të ndihmuar" nga njohuritë që do të fitohen lidhur me **bashkimin e bashkësive,** numrat **tre, katër** do të duhej t'i shohim enkas si **dy** dhe **një,** përkatësisht si **dy dhe dy**. Kështu, me synim që nxënësit ta prekin me "dorën e vet" numrin **tre**, mesuesja mund t'i nxjerrë para tabelës tre nxënës (dy vajza dhe një djalë), të cilëve ua shpërndan një bashkësi me **tri fletore**, një tjetër me **tre lapsa** dhe një të tretë me **tri goma.** Mësuesja ka për të thënë: Para jush kemi

- aq fletore sa nxënës,
- aq lapsa sa nxënës,
- aq goma sa nxënës.

Duke i "veçuar paksa" vajzat nga djali (edhe po qe se dëgjohet noconi **tre)** mësuesja ka për të theksuar: Para jush kemi:

- dy dhe një nxënës,
- dy dhe një laps,
- dy dhe një fletore,
- dy dhe një gomë,

që japin: tre nxënës, tre lapsa, tri fletore dhe tri goma, etj.

Në një rrugë të urbanizuar hulumtoni dhe gjeni një bashkësi me **tri elemente!** Përgjigjja e pritur do të ishte:

- Semafori tringjyrësh: e kuqe, e verdhë, e gjelbër.

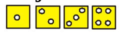
Çfarë është "relacioni" ndërmjet këtyre dritave? (**Dy janë të fikura dhe një është e ndezur**).

Për të përcaktuar nocionin e numrit **katër** (si **dy dhe dy**), mund të përdoret "ecuria e demonstrimit" të ngjashëm. Nëpërmjet "lojës" duke bërë "bashkime të ndryshme", fillimisht nxënësit e kanë pranuar që numri **tre** shfaqet si "**dy** dhe **një**", ndërkaq numri **katër** shfaqet si **dy** dhe **dy**. Në vazhdim ata do të aftësohen të formojnë bashkësi me **tri** elemente, jo vetëm si **dy** dhe **një**, por edhe si **një** dhe **dy**, përkatësisht me **katër** elemente, jo vetëm si **dy dhe dy**, por edhe si **tre dhe një; një dhe tre.**

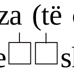
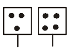
Pas formimit të bashkësive me **tre**, përkatësisht me **katër** elemente, të cilat paraqesin gjësende ose gjallesa (bimë dhe shtazë) fillohet "me stolisjen" e bashkësive **me petëza** (me po aq elemente), të cilat mund të veçohen lidhur me **ngjyrën, formën, madhësinë, pozicionin, materialin ndërtimor, përdorimin** etj. Në këtë vazhdë e mira e së mirës është të manipulohet edhe me figura numerike "të huazura nga loja e dominos". (Fig. 7)

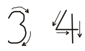
Duhet spikatur që çdo bashkësie me **tre**, përkatësisht me **katër** elemente i shoqërohen numërorët 3, përkatësisht 4, por që **bashkësitë edhe mund të krijohen,** të cilave u korrespondojnë numërorëve 3,4 të zgjedhur (të përcaktuar) që më parë.

Të formuarit e bashkësive, numrin e elementeve të të cilave ia "përcakton" numërori i shkruar në etiketë (pankartë), në cilësinë edhe të përsëritjes dhe të përforcimit, duhet të fillojmë nga bashkësia **një** dhe **dy**elementëshe, për të vazhduar pastaj në ato **tre** dhe **katër**elementëshe.

Aty diku "në mes" të numrave **tre** dhe **katër,** duhet "hetuar" **krahasimin e numrave** për të cilin "**operacion"** do të bëhet fjalë më gjerësisht, pasi të jenë mësuar "gjysma e numrave" të dhjetëshes së parë. Nxënësit "kanë për të prekur" që "numri një është më i vogël se numri dy", por edhe "numri dy është më i madh se numri një", "numri dy është më i vogël se numri tre", por edhe "numri tre është më i madh se numri dy", "numri tre është më i vogël se numri katër", por edhe "numri katër është më i madh se numri tre" - Herën tjetër, meqë "numri dy është më i vogël se numri tre" dhe "numri tre është më i vogël se numri katër", atëherë edhe "numri dy është më i vogël se numri katër", etj. Me këtë rast "plasohen" shprehjet "më shumë", "më pak", "aq sa". Mund të bëhet "lojë" edhe me rrokullisjen e dy kubeve, në faqet e të cilëve janë të shënuara pikat etj.

Edhe për shkrimin e numërorëve 3 dhe 4, disa nga nxënësit, të ndihmuar nga "instruktorët" e shtëpisë, mund të jenë "aftësuar" kohë më parë. Për të tjerët, kjo mund të jetë "rrethanë lehtësuese".

Mësuesja, duke demonstruar bashkësi me tri, katër petëza (të çfarëdo "natyre") në etiketat (pankartat) "blanko" të vendosura përfundi tyreshkruan "drejtpërdrejt" tri, përkatësisht katër pika. Mësuesja duhet të ketë edhe katër etiketa të tjera "blanko". - Për të njëjtat bashkësi respektive, në dy etiketat e tjera "gjithnjë drejtpërdrejt" ka për të shënuar tri dhe katër vija vertikaledhe. Ndërkaq, në dy etiketat e fundit ka për të shënuar numërorët "kaherë" të pritur 3 dhe 4.

Edhe këtu zënia fill e shkrimit të numërorëve 3 dhe 4 do të mbështetet në modelet gjysmë të përgatitura  (me pika);  (me viza);  (me shigjeta) e që pastaj numërorët e lartpërmendur i shkruajmë në fletore. Nëpërmjet shigjetës tërhiqet vëmendja e nxënësve **si duhet të fillojë** shkrimi i numërorëve 3 dhe 4.

Në fund të këtyre mësimeve, po qe se nuk veprohet ndryshe, nxënësve mund t'u japim për detyrë shtëpie shkrimin e numërorëve:

1	11	111	1111
2	22	222	2222
3	33	333	3333
4	44	444	4444

duke përsëritur radhitjen e njëjtë "edhe një herë". Është mirë që kjo detyrë shtëpie të vlerësohet edhe me notë!

11.1.6. FORMIMI I NOCIONIT PËR NUMRIN PESË DHE SHKRIMIN E NUMËRORIT 5

Edhe kësaj radhe, në mbështetje të **bashkimit (unionit) të bashkësive**, numrin pesë do të duhej ta shohim si **dy** dhe **tre**. Po e zëmë, para tabelës mund të nxirren **pesë** nxënës (dy vajza dhe tre djem), të cilëve ua shpërndajmë nga një fletore, nga një laps dhe nga një gomë.

Në vazhdim, mësuesi do të thotë; para jush kemi:

- aq fletore, sa nxënës,
- aq lapsa, sa nxënës,
- aq goma, sa nxënës.

Duke i veçuar pakëz vajzat nga djemtë (ndasi gjinore), (edhe po qe se dikush nga nxënësit "pëshpërit" nocionin **pesë**), mësuesi ka për të thënë: Para jush kemi:

- dy dhe tre nxënës (ndryshe themi ka pesë nxënës),
- dy dhe tre lapsa (ndryshe themi ka pesë lapsa),
- dy dhe tri goma (ndryshe themi ka pesë goma).

Aktivitet i ngjashëm me këtë mund të zhvillohet dhe të demonstrohet edhe nëpërmjet gjësendeve të tjera nga rrethina e drejtpërdrejtë ku ai mëson.

Në vazhdim, nxënësit "kanë për të zbuluar" bashkësitë peselementëshe të gishtave të duarve dhe të këmbëve. Nëpërmjet "lojës", duke bërë bashkime të ndryshme, numrin **pesë** do ta shohim si:

një dhe **katër**
dy dhe **tre**,
tre dhe **dy**,
katër dhe **një**, por edhe si

pesë dhe **zero.**

Mund të bëhet **krahasimi** ku ka "më pak" e ku "më shumë" dhe "për sa është më i vogël" dhe "për sa është më i madh", etj.

Pas formimit të bashkësive "konkrete" peselementëshe, kalojmë në evidencimin e bashkësive "abstrakte" peselementëshe. Tash, para vetes kemi petëza, të zëmë, **katrore, rrethore, trekëndore,** me ngjyra **blu, të kuqe, të zezë, të verdhë** dhe të **gjelbër.** Po qe se bashkësitë janë formuar, po e zëmë, në bazë të "kriterit" **formë** (tri bashkësi me nga pesë elemente), atëherë në "relacion" mund të vëhet "kriteri" **ngjyrë.** Nxënësit do të përfundonin që **numri i katrorëve është pesë, por** edhe që "**numri i katrorëve është i barabartë me numrin e rrethorëve dhe që nu-mri i rrethorëve është i barabartë me numrin e trekëndorëve".** Duhet kërkuar dhe gjetur "cila nga bashkësitë **katrore** dhe **trekëndore"** kanë më shumë (më pak) elemente!

Në vazhdim, nga bashkësia e petëzave (ku ka më shumë elemente se sa është numri që është mësuar të shkruhet deri tash) qarkojmë bashkësitë **tre, katër** dhe **pes**elementëshe, varësisht nga numërori i shkruar në etiketë dhe 3 4 dhe .

Edhe për ta shkruar numërorin 5, përdoret ecuria e ngjashme, sikurse për numërorët 3 dhe 4 .

Për këtë qëllim, pranë bashkësive peselementëshe (të formuara) vendosim etiketat "blanko", ku pastaj shkruajmë "drejtpërdrejt  (pesë vija)  (pesë pika) dhe 5 numërorin pesë). - Në vazhdim mund të merret për detyrë formimi i bashkësive dy, tre, katër dhe peselementëshe, të përcaktuar nga numërori i shkruar në etiketë.

Edhe shkrimi i numërorit 5 do të mbështetet në modelet gjysmë të përgatitura  (me pika)  (me viza)  (me shigjeta). Pa dyshim, shkrimi i tij është "paksa më i ndërlikuar". Për këtë qëllim "ndihma e mësuesit që duhet t'u japë nxënësve" do të jetë më se e nevojshme.

Për detyrë shtëpie mund të jepet: - të shkruarit e numërorit 1 (një rresht), numërorit 2 (dy rreshta)...numërorit 5 (pesë rreshta).

Vërejtje: Për të shtjellluar nocionet e numrave 6, 7, 8, 9 shfrytëzohen ecuri dhe rrjedha mësimore të ngjashme ose identike, të aplikuara si edhe deri më tash.

Duhet pasur parasysh që për numrat e sipërpërmendur si **bazë përdoret numri 5** si vijon:

numrin 6 do të duhej ta shohim si 5 dhe 1
numrin 7 do të duhej ta shohim si 5 dhe 2
numrin 8 do të duhej ta shohim si 5 dhe 3
numrin 9 do të duhej ta shohim si 5 dhe 4

kështu operacioni i mbledhjes rrjedh tepër natyrshëm, po e zëmë:

5+1 = 6 5+2 = 7, 5+3 = 8, 5 + 4 = 9 e paksa më vonë edhe si 1 + 5 = 6, 2 + 5 = 7, 3 + 5 = 8, 4+ 5 = 9, etj.

Nocionet e numrave (6,7) tash për tash jepen "së bashku". E njëjta gjë vlen edhe për numrat (8,9).

11.1.7. PËRCAKTIMI I NOCIONIT TË TRUPAVE GJEOMETRIKË NË FORMË TË SFERËS, CILINDRIT, KONIT, KUBOIDIT, KUBIT DHE PIRAMIDËS

Duhet rikujtuar me këtë rast analogjitë që ekzistojnë ndërmjet **përcaktimit të nocioneve: numri** dhe **trupi gjeometrik**, po e zëmë:

- Numri 4 karakterizon të gjitha **bashkësitë që kanë po aq elemente.** Mbështetemi në **relacionin: "Aq sa".** Heshtazi veçojmë **bashkësitë që kanë të njëjtin numër elementesh.**

- Kuptimi për trupin gjeometrik të quajtur **kuboid** përcaktohet nëpërmjet **relacionit: "Ka formë të njëjtë me"** (kutinë e shkrepsës).

Kur fëmijët i kanë klasifikuar gjësendet e rrethinës ku jetojnë, atëherë forma e gjësendeve ka qenë njëra prej "shënimeve të para", sipas të cilave është kryer ai klasifikim.

Trupat gjeometrikë ndahen sipas **formës,** duke formuar **bashkësi trupash me formë të njëjtë.** Kështu formohet bashkësia: e **sferave, cilindrave, koneve, kubeve, kuboideve** dhe e **piramidave**.

Te fëmijët, njohja e formës së tërë trupave e ka prejardhjen prej lojës dhe aktivitetit të tyre praktik. Prandaj, kjo njohje ka pasur edhe karakter rasti, meqenëse me trupat e njërës formë, me gjasë janë ballafaquar më shpesh dhe ata i kanë "zbuluar" në objektet e llojllojshme, ndërsa me gjësendet e formës tjetër, më rrallë.

Duhet të kihet parasysh fakti që fëmijët e "lidhin" formën e trupave në mënyrë intuitive me veçoritë e tyre fizike. Kështu, për fëmijët, topi, cilindri dhe koni kanë veti që mund të rrotullohen e që po këtë veti nuk e kanë kutia e shkrepsës (prizmi) ose ndonjë trup tjetër shumëfaqësor. Detyra e mësuesit me këtë rast është që nxënësit t'i njohë me terminologjinë përkatëse të trupave në shqyrtim.

Bashkëbisedën për trupat, të cilët kanë formën e **sferës** (topit), **cilindrit** dhe **konit** mund ta fillojmë, duke vështruar modelet gjeometrike të trupave, të cilët i ka shkolla. Prej nxënësve do të kërkojmë që të ndajnë anash "trupat rrotullues" prej atyre "jorrotullues". Pastaj do të kërkojmë prej tyre që të gjejnë trupat e tillë në klasë, nëse ekzistojnë (me gjasë duhet të jenë qyngu i stufës, lloj i lapsave, maja e lapsit të prerë me makinë të lapsave...). Të gjejmë trupin e tillë më të madh, më të vogël, të derdhur prej qelqi... teneqeje... dhe të tregojnë ku kanë parë trupa të tillë, t'i numërojnë dhe t'i gjejnë trupat, të cilët kanë formën e konservës, formën e topit dhe të konit (duke luajtur me rërë në det, grumbullimi i sanës...), të flasin për madhësinë, ngjyrën dhe materialin ndërtimor të tyre, të cilat nuk janë "elemente thelbësore" për këto lloje të trupave, duke theksuar veçorinë fizike të tyre (rrotullohen) dhe tehet e cilindrit dhe të konit janë të lakuara (rrathë...).

Duhet të kihet parasysh që sfera, cilindri e koni lypset të "zbulohen" në objekte të llojeve të ndryshme, në atë mënyrë që nocioni i trupave në fjalë të mos lidhet me madhësinë, ngjyrën, materialin ndërtimor, pozitën, peshën..., e kështu me radhë dhe mundësisht numri i ekzemplarëve të tyre të jetë sa më i madh, në mënyrë që nxënësit të kenë mundësi që ata trupa, jo vetëm "t'i shohin", por edhe "t'i prekin".

Vërejtjet e përgjithshme, të cilat janë dhënë gjatë përcaktimit të nocioneve të **cilindrit, sferës** dhe **konit**, vlejnë edhe për përcaktimin e nocioneve të **kuboidit, kubit** e **piramidës**.

Bisedën për trupat, të cilët kanë formën e prizmit dhe të piramidës, po ashtu mund ta fillojmë duke vështruar modelet e trupave gjeometrikë, të cilët i ka shkolla. Prej nxënësve do të kërkojmë që, nga "trupat e përzierë", t'i ndajnë ata trupa, të cilët kanë formën e kutisë së shkrepsës, sfungjerit..., kubit (duke ditur se fëmijët fjalën kub e shfrytëzojnë edhe për prizmin arbitrar të çfarëdoshëm)..., formën e pullazit të shtëpisë (kur pullazi ka formën e piramidës).

Pas kësaj do të kërkojmë që nxënësit në klasë të gjejnë trupa që kanë formën e sfungjerit, të gjejnë trupin e tillë më të madh, më të vogël, të ndërtuar prej druri, metali, letre,..., që gjendet në dysheme,..., me ngjyrë blu... Pastaj, të tregojnë se ku e kanë parë dhe a kanë luajtur ndonjëherë me trupa të tillë.

Në mënyrë analoge veprojmë edhe me trupat që kanë formën e **piramidës**. Duhet insistuar që te nocionet e përcaktura të kuboidit, kubit dhe të piramidës të mos kenë ndikim madhësia, ngjyra, materiali ndërtimor, pozita, pesha,..., e objektit.

Në vazhdim theksojmë që trupat në formë të sfungjerit, dollapit, kutisë së lapsave, me një emër i quajmë **prizma**, ndërkaq, trupat që kanë formën e pullazit të shtëpisë ("Me katër ujëra") quhen **piramida**. Në vazhdim konstatojmë që prizmat dhe piramidat nuk rrotullohen, sikurse sfera, cilindri dhe koni. Mund t'iu flasim për tehet e kulmet si dhe numrin e tyre, tehet mund të jenë "të gjata" ose "të shkurtëra", duke insistuar që të kuptohet drejt se gjatësia e teheve të këtyre trupave nuk paraqet "veti thelbësore", ka rëndësi që tehet të jenë të drejta.

Nëpërmjet teheve dhe kulmeve të ndonjërit nga trupat gjeometrikë, mund dhe duhet të zhvillohet edhe **kuptimi i numrave, më të mëdhenj se 5.**

Duke realizuar qëllimin mësimor të nocioneve themelore gjeometrike, nuk bën të anashkalohet qëllimi edukativ, zënia fill e aftësive dhe e shprehive për të veçuar, vlerësuar dhe për të krijuar të bukurën.

Pastaj, po e zëmë, nëse bashkëbisedimi me nxënës na shpie te këta shembuj:

- kutia e cigareve është si "kuboid",

- "cigarja është si cilindër", etj. të ngjashme me këtë, atëherë, e mira e së mirës është të dëgjohet "zëri i mësuesit" lidhur me shprehinë tepër të keqe dhe tepër të dëmshme për shëndetin nga të pirët e duhanit!

Vërejtje: Njohja me trupa dhe figura gjeometrike, në klasën e parë fillore, nuk guxon të përmbajë nocione, rregulla, interpretime dhe përshkrime të gjera dhe të parakohshme!

11.1.8. FORMIMI I NOCIONEVE TË DREJTKËNDËSHIT, KATRORIT, TREKËNDËSHIT, RRETHIT DHE TRAPEZIT

Trupat gjeometrikë gjithnjë janë "të mbështjellë" nga figurat gjeometrike. Nëpërmjet "analizës" së një trupi gjeometrik të caktuar (duke vizatuar gjurmët e kubit, kuboidit, cilindrit, piramidës... në tabelë dhe në fletore) japim nocionet e disa figurave gjeometrike.

Edhe për **figurat** kriter "klasifikimi" dhe ndarjeje është **forma**. Nëpërmjet materialit didaktik të ofruar: **rrethorë** (të rrezeve të ndryshme) **katrorë** (me brinjë të madhësive të ndryshme), **drejtkëndorë** (me brinjë të përmasave ndër më të ndryshmet), **trekëndorë** (të cilët veçohen për nga madhësia e këndeve dhe gjatësia e brinjëve) dhe **trapezë** (kënddrejtë, e barakrahësh), të punuar nga kartoni, nxënësit, së bashku me mësuesin, bëjnë grupimin e figurave të të njëjtit emërtim, duke formuar kështu pesë bashkësi: **rrethorë, katrorë, trekëndorë, drejtkëndorë** dhe **trapezë**.

Më vonë, trekëndorët, katrorët, rrethorët, drejtkëndorët dhe trapezët "e zbuluar" në trupat gjeometrikë (prej druri, metali, qelqi e letre) vizatohen një për një në tabelë, ndërkaq nxënësit bëjnë përpjekje për t'i vizatuar në fletore.

Nxënësit duhet të kenë rast që me dorën e vet "të prekin" katrorin, drejtkëndëshin, trekëndëshin, rrethin dhe trapezin, si dhe "të prekin" vendin ku i kanë "zbuluar".

Vëmendje të posaçme do t'i kushtojmë njohjes me veçoritë thelbësore të këtyre figurave. Kjo do të arrihet duke insistuar që "të zbulohen" edhe veçoritë e tyre jothelbësore. Duke kërkuar që nxënësit të vizatojnë trekëndësha të vegjël dhe të mëdhenj, me ngjyra të ndryshme, ata "bëhen me dije" që ngjyra e brinjëve dhe madhësia e tyre nuk paraqesin ndonjë veçori thelbësore të tyre. Duke i vizatuar në tabelë, ose duke i "zbuluar" në trupa trekëndorët këndngushtë, kënddrejtë, këndgjerë, barakrahës, barabrinjës, brinjëndryshëm, (duke mos iu përmendur emërtimin), nxënësve duhet t'u "bjerë në sy", që gjatësia e brinjëve dhe madhësia e këndeve, po ashtu nuk janë elemente thelbësore gjatë përcaktimit të trekëndëshit. Në të gjitha këto raste insistojmë që nxënësit t'i numërojnë brinjët dhe kulmet e trekëndëshit, duke theksuar që brinjët e tij janë të drejta (me këtë spikaten elementet thelbësore gjatë përcaktimit të trekëndëshit).

Ngjashëm veprojmë edhe gjatë përcaktimit të nocionit të drejtkëndëshit. Me shembuj të shumtë, nxënësit njihen se madhësia, pozita, ngjyra... nuk janë elemente thelbësore të drejtkëndëshit. Më vonë ata "zbulojnë" se për drejtkëndëshin ka rëndësi që t'i ketë 4 brinjë e 4 kulme dhe që brinjët përballë dy nga dy të jenë të barabarta.

Më vonë, është mirë që nxënësit "me dorën e vet" të vizatojnë drejtkëndëshin në fletore (me ndihmën e katrorëve). Me këtë rast, nxënësit do t'i njohim me petëzat, të cilat kanë formën e trekëndëshit dhe të drejtkëndëshit me ngjyra e madhësi të ndryshme e që do t'i shfrytëzojmë për vizatimin e drejtkëndorëve dhe trekëndorëve me madhësi të ndryshme.

Për shpjegimin e nocionit të katrorit tashti në vazhdim e kemi "lehtë", meqë ai është "miku i tyre më i vjetër", i cili qëndron i heshtur në fletoret e tyre dhe "pret" që nxënësi t'i thotë: Ja, këtu je ti! Me rëndësi është të shpjegohet që katrori ka katër brinjë të barabarta dhe bën pjesë në "familjen e drejtkëndorëve". Në vazhdim, nxënësit marrin si detyrë që në fletoret e tyre të vizatojnë katrorë me madhësi të ndryshme, duke "i stolisur" edhe me ngjyra të ndryshme.

Në pjesën përmbyllëse të orës: **cilindrin, piramidën, piramidën e cunguar, kuboidin** dhe **kubin** është mirë t'i ngjyejmë me ngjyrë shkrimi. Pastaj mësuesi fillon "t'i vulosë fletët e bardha të fletoreve, duke fituar në këtë mënyrë figurat gjeometrike tashmë të njohura. Figurat e fituara nxënësit do t'i presin me gërshërë, duke emërtuar secilën prej tyre veç e veç.

Vërejtje: Në fazën e njohjes fillestare, trupat dhe figurat gjeometrike nuk bën të përkufizohen! Tash për tash, "të ngrira" do të mbeten edhe nocionet: kulm, brinjë dhe faqe!

11.1.9. PUNA ME DHJETËSHEN E PARË[33]

Numri është abstraksion, të cilin fëmija e "zbërthen" ngadalë, sistematikisht. Te fëmijët zhvillimi i hershëm i nocioneve "sasiorë" vërehet me këtë shkallëzim:

1. Dallimi i bashkësive si të mëdha ose të vogla, por pa ndonjë shprehje të caktuar, të qartë. Dallimet e elementeve në bashkësi nuk bëhen sipas "elementit njësi" të asaj bashkësie, por sipas bashkësisë tjetër.

2. Dallimi që nga bashkësia e njohur mungon një gjësend.

3. Formimi i parë i vargut. Te çdo send fëmija përsërit të njëjtën fjalë, një, edhe një,... etj. Vargimi përcillet me fjalët dhe, edhe. Kjo, në thelb, paraqet një "paralojë" të numërimit.

4. Të mësuarit e fjalëve numerike. Në vend të së njëjtës fjalë për çdo send, më ngadalë mësohen edhe fjalët numerike, të cilat në fillim janë pa ndonjë radhitje, pra të një "stili të lirë": 1, 2, 5, 3, 7, 6, 8... e kështu me radhë.

5. Caktimi i saktë i bashkësive të vogla. Në këtë shkallë të pjekurisë, fëmijët tashmë kuptojnë se prej sa elementeve përbëhet bashkësia. Kuptohet, në fillim kufizohemi në numrat 1-4, kurse më vonë zgjerohemi.

[33] Jaka, B.: "Puna me dhjetëshen e parë", "Shkëndija", Prishtinë, 1 shtator 1984, f. 13.

6. Të kuptuarit e sistemit numerik. Në këtë "shkallë" aplikohet "numërimi abstrakt", me paraqitje të aftësisë për përgjithësim.

Numërimi nuk është proces aq i thjeshtë, siç mendohet, meqë ai supozon:

1. Ekzistencën e sendeve konkrete ose abstrakte, të cilat numërohen.
2. Njohjen e vargut të fjalëve numerike.
3. Shoqërimin e fjalës numerike me gjësendin.
4. Radhitjen "arbitrare" të sendeve që numërohen.
5. Me cilëndo radhë që të numërohen sendet, numri i tyre nuk ndryshon.
6. Secili numër i një elementi është për një më i madh, sesa paraardhësi i tij.

Një proces i tillë "i ndërlikuar" i numërimit, pa dyshim që krijon vështirësi te fëmijët. Për këtë arsye lypset që të udhëhiqet me kujdes dhe shkallë-shkallë kështu që disa "hapa" të këtij procesi të shpjegohen para se të fillojnë që të numërojnë.

Numërimi i sendeve konkrete dhe i figurave të tyre mund të udhëhiqet në disa forma:

1. Numërimi i sendeve, në mënyrë që me dorë i lëviz nga vendi.
2. Numërimi, duke pasur sendet "pikëtakim".
3. Numërimi, duke treguar me gisht.
4. Numërimi, duke "mos u hedhur në shikim"
5. Numërimi i sendeve, që lëvizin.
6. Numërimi i dukurive të njëpasnjëshme.
7. Numërimi "në vete" (në heshtje).

Që në hapat e parë të mësimit elementar të matematikës, përveç numërimit "të natyrshëm", më se e nevojshme është njohja me numërimin "e kundërt" në vargun numerik, pastaj caktimi i vendit të numërit në varg. Cili numër pason pas 6? Cili numër është para 8? Ndërmjet cilëve numra gjendet 7? etj.

Përveç numërimit të "njësive" 1,2,3,4,..., që në fillim mund të aplikohet numërimi "ritmik" 2,4,6, 8,... 3, 6, 9, 4, 8,..., 1, 3, 5, 7, 9 etj. Kjo formë e ashtu-quajtur kahe sintetike e numërimit i përket së kaluarës dhe sot përdoret mjaft rrallë. Sot përdoret forma e kahes analitiko-sintetike e numërimit. Koncepcioni i tillë konsiston që mësimi i matematikës të fillojë nga vështrimi dhe manipulimi me bashkësi të sendeve konkrete, e kjo do të thotë, të kuptuarit e bashkësisë si numër me elemente identike.

Në mbështetje të materialeve gjysmë të përgatitura, ku lypset plotësuar tabelat, të cilat "regjistrojnë" numrin e nënbashkësive 3, 4 dhe 5-elementëshe të një bashkësie (petëzash), por edhe "të kusurit"të mbetur ose tabelat janë të plotësura, por kërkohet "të qëndiset" bashkësia "me numër fikës" të nënbashkësive 3,4 dhe 5-elementëshe dhe të kusurit të mbetur, shpaloset shkrimi i numrave me bazë 3, 4 dhe 5. (Shih fig. 36. b).

Për të kuptuar **mënyrën e ndërtimit të një sistemi numërimi**, "zbulohet **baza,** e cila shërben për të formuar numra të mëdhenj. Kështu:

- në sistemin **me bazë** 10, numërimi bëhet mbi këtë bazë 0, 1, 2, 3..., 9; 1 dhjetëshe, 2 dhjetëshe...

- në sistemin **me bazë** 5, numërimi bëhet mbi këtë bazë: 0, 1,2,3,4; 1 pesëshe, 2 pesëshe..

- në sistemin **me bazë 4**, numërimi bëhet mbi këtë bazë: 0, 1,2,3; 1 katërshe, 2 katërshe...

- në sistemin **me bazë 3**, numërimi bëhet mbi këtë bazë: 0,1,2,; 1 treshe, 2 treshe

Kështu, po e zëmë, nga 18 petëza, duke i grupuar ato:

- me nga 3, kemi 6 treshe;

- me nga 4, kemi 4 katërshe dhe 2 petëza "kusur",

- me nga 5, kemi 3 pesëshe dhe 3 petëza "kusur".

Nocioni i operacioneve llogaritare "brenda dhjetëshes së parë" duhet të jetë i afërt për nxënës, kështu që operacionet "e dhënies", "të marrjes", "të fluturimit", "të plotësimit", "të ndarjes", të kërcimit, të udhëhiqen, përcillen, dokumentohen dhe interpretohen me gjësende konkrete. (Shih fig. 61 dhe fig. 62).

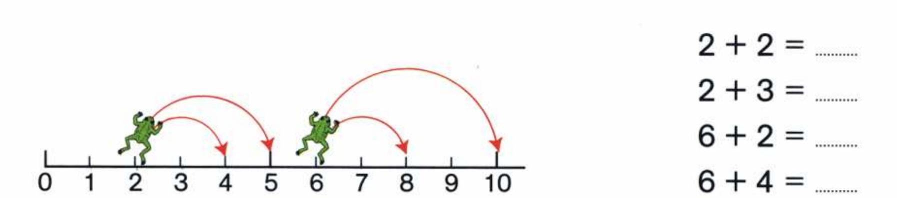


Fig. 61

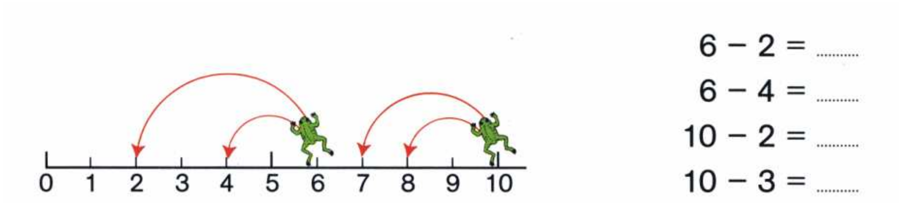


Fig. 62

Në mësimin elementar të matematikës, përvetësimi i operacioneve llogaritare zakonisht vete me ketë radhitje:

1. Llogaritja me sende konkrete,
2. Llogaritja me objekte të vizatuara,
3. Llogaritja me simbole konkrete,
4. Llogaritja me simbole të vizatuara dhe
5. Llogaritja pa mjete didaktike (llogaritja abstrakte).

Skemës së mësipërme me këtë shkallëzim në të llogaritur nuk është e thënë që duhet t'i përmbahemi përherë, por, sipas nevojës dhe sipas rastit, mund të ketë variacione në këtë drejtim. Prej shembujve që do të marrim brenda dhjetëshes së parë, lehtë e kemi të konstatojmë që "të shtuarit" (mbledhja) është operacion më i thjeshtë, më i lehtë, më i afërt dhe më i njohur se "ndarja" (zbritja), sepse e dyta na shpie në ekuacione më të ndërlikuara. P.sh., po qe se duam të zbërthejmë (të ndajmë) numrin 10 "në dy mënyra të ndryshme", atëherë kemi:

10	10	10	10	10	10	10	10	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9
9	8	7	6	5	4	3	2	1

Me këtë rast kalohet në zgjidhjen e ekuacioneve të formës: 10= 1+x, 10 = 2+x, ..., 10 = 5+x etj., zgjidhja e të cilave është "më e ndërlikuar" në krahasim me detyrat, në të cilat "numrit i shtohet numri", pra të formës 3+7=x, 4+5=x, 1+4=x ...

Të fituarit e aftësisë dhe shprehisë për mbledhje brenda dhjetëshes së parë duhet "të kalojë" nëpër "tabelën" vijuese të mbledhjes:

1+1	1+2	1+3	1+4	1+5	1+6	1+7	1+8	1+9
2+1	2+2	2+3	2+4	2+5	2+6	2+7	2+8	
3+1	3+2	3+3	3+4	3+5	3+6	3+7		
4+1	4+2	4+3	4+4	4+5	4+6			
5+1	5+2	5+3	5+4	5+5				
6+1	6+2	6+3	6+4					
7+1	7+2	7+3						
8+1	8+2							
9+1								

e komponuar me "elemente të lojës" (Shih fig.63 dhe fig. 64).

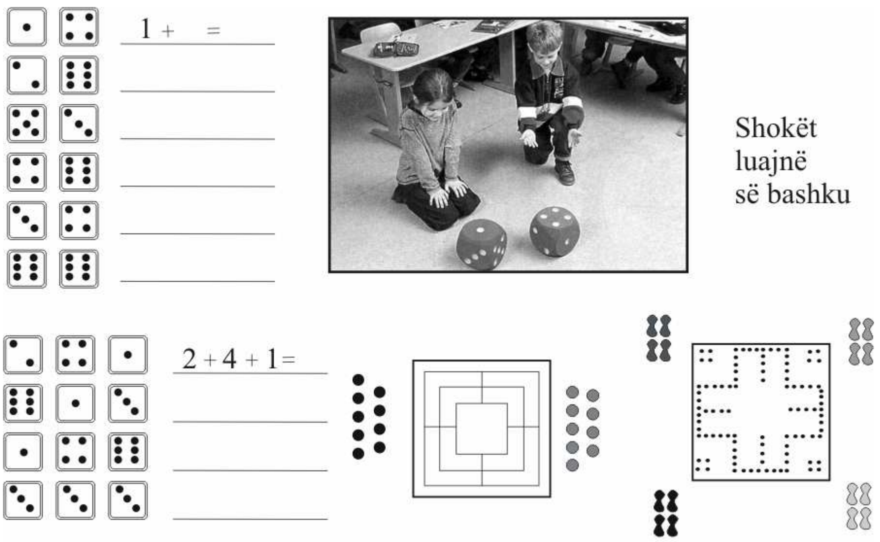


Fig. 63

Hulumtimet eksperimentale me nxënës kanë dëshmuar që me rastin e mbledhjes "brenda dhjetëshes së parë" ekzistojnë detyra "të lehta" dhe "të vështira".

Detyra të lehta konsiderohen:

1. Të mbledhurit e numrave me numrin 1, (1+1, 2+1, 3+1,...)
2. Të mbledhurit e numrave të njëjtë (2+2, 3+3, ...)

Detyra "të vështira", konsiderohen:

1. Nëse mbledhori i dytë është më i madh se i pari: (3+5, 2+7,...)
2. Nëse njëri mbledhor është çift, ndërsa tjetri cup (tek), përveç njëshit (7+2, 3+6...)

Familjarizimi me zbritje, e mira e së mirës është, të përcillet edhe nëpërmjet "lojës", po e zëmë" (Shih fig. 65).

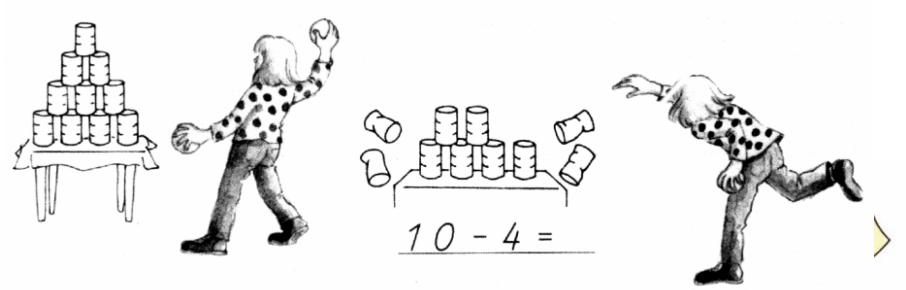


Fig. 65

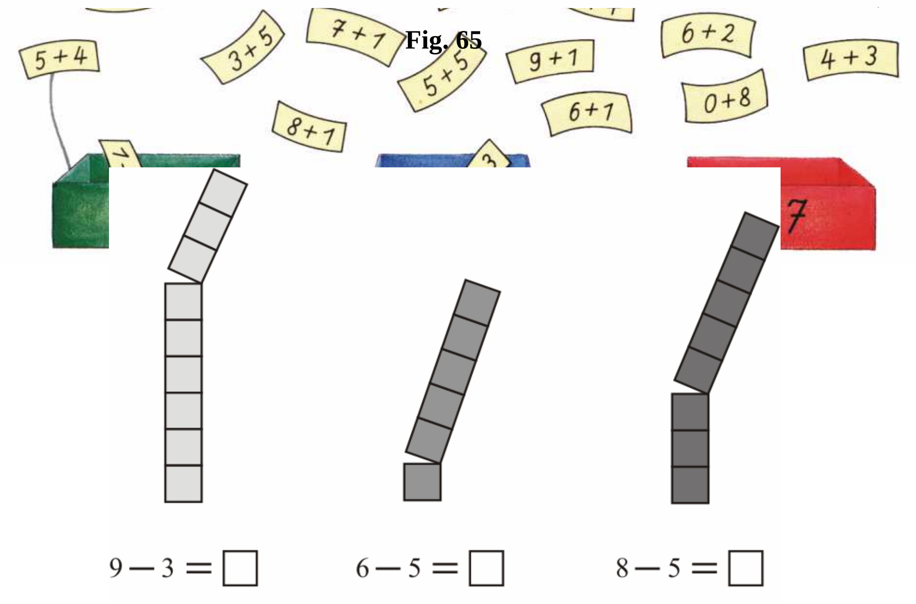


Fig. 66

Për ta kuptuar në "thelb" zbritjen, me mjaft rëndësi është të prekurit, të paraqiturit dhe interpretimi grafik i operacionit në fjalë. P.sh.: (Shih fig. 66)

Nëpërmjet zbritjes duhet të përvetësohet krahasimi i numrave, përkatësisht plotësimi (rrumbullaksimi) në dhjetëshe. P.sh.:

7 + ٱ= 8 ٱ+ 4 = 10

Në momentin kur vlerësojmë se nxënësit kanë përvetësuar në mënyrë të barabartë mbledhjen dhe zbritjen me numra "brenda" dhjetëshes së parë dhe se dinë t'i krahasojnë dy numra më të vegjël se 10, atëherë mund t'iu japim edhe këto detyra mjaft "të ndërlikuara"!

7 ٱ ٱ= 8 8 ٱ ٱ= 6 9 ٱ ٱ= 4
3 ٱ ٱ= 7 4 ٱ ٱ= 9 7 ٱ ٱ= 8

Përderisa të kuptohen në "thelb" detyrat tekstuale në lidhje me mbledhjen dhe me zbritjen e numrave "brenda" dhjetëshes së parë, aplikimi i materialit didaktik është i pashmangshëm. Kuptohet, vetiu se duhet të insistojmë që me kohë nxënësit të aftësohen edhe për "llogaritje abstrakte". P.sh.:

1 Ylli ka 4 arra, ndërsa Teuta 5 arra. Sa arra kanë të dy së bashku? (Fig. 67)
(**Pyetje faktike**)

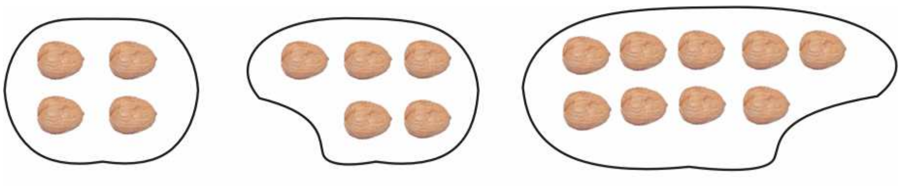


Fig. 67

1* Ylli ka 4 arra, ndërsa Teuta 5 arra më tepër. Sa arra ka Teuta? (Fig. 68)
(Pyetje analizë)

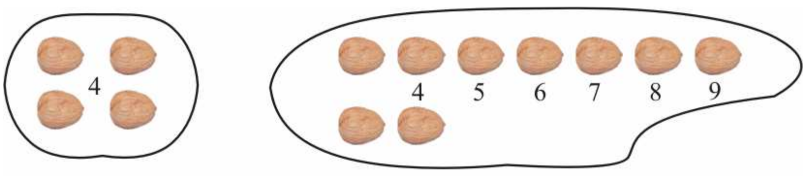


Fig. 68

- Çfarë është dhënë?
- Çka kërkohet?
- Krahasuar me detyrën paraprake, cila fjalë e ndërron rrjedhën e llogaritjes?
- A guxojmë të pyesim, sa arra kanë të dy së bashku? Përse?
- Zëvendësoje fjalën ”më tepër”, me fjalën”më pak”. Çfarë ndodh?
- Formuloje dhe zgjidhe një detyrë me fjalën “më pak”!

Po qe se për detyrën 1 mund të vlerësojmë se është më "e afërt" për nxënës (pra, nuk është e thënë që me çdo kusht të përdoret edhe materiali didaktik), për detyrën 1*, përdorimi i materialit didaktik paraqet domosdoshmëri, për më tepër edhe "ndonjëherë tjetër", pasi që të zgjidhet detyra.

Me rastin e zbritjes duhet të kihet parasysh fakti që nga bashkësia me numër të njohur të elementeve (anëtarëve, njësive) ndahet (shkëputet) bashkësia më e vogël, po ashtu me numër të njohur të elementeve, duke kërkuar me këtë rast numrin e elementeve të mbetur (ngelur) në bashkësinë fillestare.

Në detyrat konkrete, ku lypset të aplikohet operacioni i zbritjes, në çdo hap i hasim edhe këto shprehje: **të harxhohet, të humbet, të fluturohet, të ngelet, të rrëzohet, të fiket, të thyhet, të kalbet, të iket**, etj. Duhet të kihet kujdes që shprehjet e lartpërmendura të mos përdoren "mekanikisht". Po këtu është e mundur të trajtohet **Mendimi kritik.** Në vazhdim do të marrim dy detyra "me fluturim" dhe do të vërejmë që "fluturimi" nuk paraqet përherë zbritje:

a_1) Në sheshin e një qyteti kanë qenë duke u ushqyer 5 pëllumba. Në një moment (çast) prej sheshit kanë fluturuar 2 pëllumba. Sa pëllumba kanë ngelur në atë çast në shesh? (5-2=3).

a_2) Prej sheshit kanë fluturuar 2 pëllumba dhe në shesh kanë ngelur 5. Sa pëllumba kanë qenë në shesh (5+2=7). Pra, kjo detyrë nuk zgjidhet me zbritje, edhe pse në të fuqimisht shprehet "fluturimi".

Detyrat e mësipërme stimulojnë shkathtësi intelektuale të nivelit të lartë.

Duke pasur idenë për ecurinë, në vazhdim parashtrojmë pyetje:

- Përmbajtjet e detyrave a_1) dhe a_2) përsëritni ndaras!
- Numëroni fjalët e njëjta të detyrave të mësipërme!
- Në detyrat e mësipërme, me cilët numërorë manipulohet?
- Në cilat fjalë dallojnë këto detyra?
- Çka kanë të përbashkët dhe çka kanë të ndryshme këto dy detyra?
- Detyrat e mësipërme demonstroni me simbole konkrete (petëza trekëndore)!
- Çfarë veprimi aritmetik do të duhej të kryejmë në detyrën a_1) Po në detyrën a_2)?
- Cilat janë rezultatet e detyrave a_1) dhe a_2)?
- Përfundoni! Përse ndodhi kështu?

Detyrat, ku trajtohet "dhjetëshja e parë", duhet të jenë "thellësisht" dhe "gjerësisht" të kuptueshme. Pra, as detyrat e "dhjetëshes së parë" nuk duhet konsideruar që janë të kuptueshme "vetiu".

Në hovin më të madh "të operacioneve llogaritare" me dhjetëshen e parë duhet të orvatemi që nxënësit "vetë të zbulojnë", që detyrave me "mbledhje" dhe me "zbritje", mund t'u bëhet "**prova**", përkatësisht vetë mund të jenë vlerësues të saktësisë ose të pasaktësisë në zgjidhjen e detyrës.

Përvetësimi i nocioneve: **i zbritshmi, zbritësi** dhe **ndryshimi** na mundëson që në mënyrë të fuqishme të theksojmë "indirekt" pohimin thelbësor: **Mbledhja dhe zbritja janë dy operacione aritmetike të kundërta**: 9 = 3+6; 9-3=6 .

Prandaj, për zbritjen nuk mësohen"fakte të reja". Duke u mbështetur në materialin didaktik (petëza, vizatime, diagrame të bashkësive, boshtin numerik...), në fillim orvatemi që ta gjejmë mbledhorin e panjohur të formës, 4 + أ= 10. P.sh. Mësuesi ka thirrur prindërit e 10 nxënësve. Kanë ardhur 4 prej tyre. Edhe sa prindër duhet të vijnë? - Të gjeturit e mbledhorit të panjohur na shpie në zbritje, përkatësisht në gjetje të ndryshesës së dy numrave 10 - 4 = 6.

Duke modeluar situata dhe rrethana **mbledhje me një zbritje** edhe nëpërmjet tipit të testit skematik - tabelar të formës, po e zëmë:

5+ 3 = أ
أ – 5=
أ – 3=

"duke e prekur edhe me dorë", interpretojmë **zbritjen si veprim të kundërt të mbledhjes.**

Duke pasur parasysh që puna me dhjetëshen e parë dhe trajtimi cilësor i ligjësorive të saj ka për të shërbyer si "trampolinë" për punë "me dhjetëshe të tjera", atëherë e mira e së mirës është që gjatë kësaj pune të kemi kujdes të madh!

11.1.10. PUNA ME DHJETËSHEN E DYTË[34]

Konsiderohet që "kalimi" prej dhjetëshes së parë në të dytën, paraqet njërën prej "traseve" më të vështira dhe më të ndërlikuara në klasën e parë "të mbuluar përplot me gjemba matematike". Kështu, para mësuesit shtrohet një "problem metodik". Me qindra ligjërata e konsulta mbahen për çdo vit për "kalimin prej dhjetëshes së parë, në të dytën", ndërsa shumë njerëz vrapojnë që ta gjejnë "numëratoren", e cila "njëherë e përgjithmonë" "do ta zgjidhte problemin" e kalimit të dhjetëshes.

Në të vërtetë, kalimi i dhjetëshes "nuk është kurrfarë problemi metodik". Mendojmë kështu, sepse ai nuk i mundon nxënësit më shumë se cilado llogaritje tjetër. Është fakt që nxënësit i llogarisin shumë vështirë mbledhjet dhe zbritjet, P.sh.: 8+5 dhe 13-7, por kjo nuk është pasojë e asaj që këto llogaritje janë me të vërtetë të vështira, por si rrjedhim që nxënësit nuk e kanë përvetësuar plotësisht dhjetëshen e parë. Kalimi përtej 10 (deri në 20) paraqet vetëm "PLOTËSIM deri në 10" dhe "ZBRITJE deri në 10".

Prandaj, gjatë kalimit përtej 10, objektivisht, nuk ekziston ndonjë operacion i ri mendor për të cilin duhet ta aftësojmë nxënësin. Prandaj, çdo kërkim i ecurive të reja dhe i mjeteve të reja të konkretizimit, paraqet, jo vetëm një punë të kotë, por edhe të dëmshme.

Që në fillim nxënësit duhet të njihen me "sistemin e fjalëve numerike", si dhe të mësuarit e numrave deri në 20, me ndihmën e të cilëve mund të përcaktojmë çdo bashkësi prej 10 deri në 20 elemente. Numërimet e para duhet të jenë prej 1 - 20, 2-20, 3-20,... 8-20, 9-20, 10-20, 11-20,... si dhe anasjelltas: 20-15, 20-10, 20-8, ..., 20-1.

Në "numëratoren ruse", krijuesi i saj, duke vënë në thuprën e parë 20 toptha, është përpjekur "sa ka qenë e mundur", t'u ndihmojë nxënësve që "pa brenga" të përvetësojnë numërimin si dhe mbledhjen e zbritjen me 20 numrat e parë. (Fig. 69)

[34] Jaka, B. "Puna me dhjetëshen e dytë", "Shkëndija", Prishtinë, 1 shkurt 1984, f. 11.

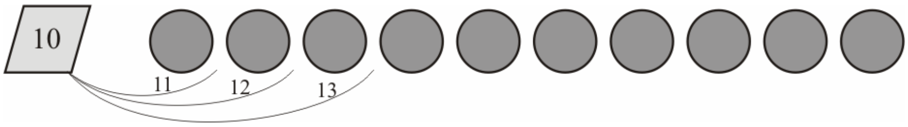


Fig. 69

Për dhjetë njësitë e para, të cilat e formojnë dhjetëshen, në cilësinë e "unikatit" (pas disa shembujve), përpiqemi për paraqitjen e tyre me një simbol të vetëm, siç është p.sh. monedha prej 10 €. Prandaj, bashkësitë "e para të reja" pas dhjetëshes, nxënësit i interpretojnë si dhjetë dhe një - njëmbëdhjetë, dhjetë dhe dy - dymbëdhjetë... etj. (Fig. 70)

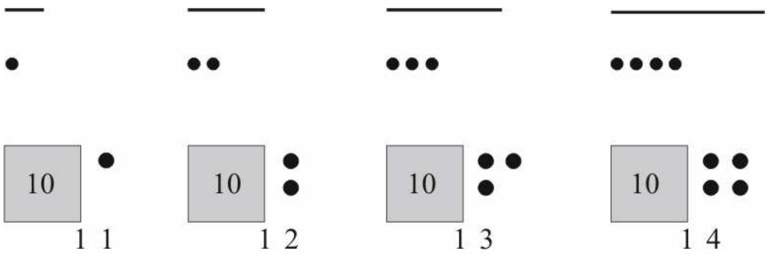


Fig. 70

Nxënësve duhet t'u sqarohet, pse numrat përtej dhjetëshes (duke përfshirë këtu edhe dhjetëshen) shënohen me dy numërorë dhe çfarë tregojnë numërorët në të majtë dhe ata në të djathtë. Ata duhet "të binden për së afërmi" që edhe numërori "më i madh në të djathtë" (9) është "më i vogël" se numërori "më i vogël në të majtë" (1), pra te 19 njëshi (1) paraqet një dhjetëshe, ndërsa nënta (9) paraqet nëntë njëshe dhe prandaj "9 njëshe janë më pak se një dhjetëshe". Pra, në atë zbërthim, një anëtar është **dhjetëshja**, ndërsa tjetri - **njëshet**, të cilat i shtohen dhjetëshes.

Përderisa të përvetësohet mirë mbledhja dhe zbritja në "dhjetëshen e dytë", këto do të duhej të përcillen me materialin didaktik (sende konkrete, numëratore, simbole grafike, monedha, figura numerike etj.). Mbledhja dhe zbritja, me këtë rast, mund të shkallëzohet:

a) Mbledhja dhe **zbritja brenda dhjetëshes së dytë.**

b) Mbledhja dhe **zbritja, duke kaluar prej njërës dhjetëshe në tjetrën.**

Është e qartë që nxënësit, me rastin e kryerjes së operacioneve të mbledhjes dhe të zbritjes në dhjetëshen e dytë, nuk do ta kenë vështirë, sepse ndeshin llogaritje analoge, sikurse te dhjetëshja e parë. P.sh.: 14+3 analoge me 4+3

14-3 analoge me 4-3

Vështirësi të konsiderueshme mund të dalin kur kalohet prej njërës dhjetëshe në tjetrën me mbledhje dhe zbritje, sepse këtu nuk ekziston mundësia për analogji. Ndër rastet e para që kërkojnë "interpretim" janë: a) 9+3 b) 11-2 c) 18-12, 20-12...

Po qe se nxënësit, pa vështirësi të konsiderueshme, mund të llogarisin shumat 8+3, 9+3, ..., etj., përkatësisht ndryshimet 12-3, 13-4 etj., atëherë nuk është nevoja që ata "detyrimisht" të kalojnë nëpër të ashtuquajturën "ecuri të zakonshme". Por, në qoftë se, megjithatë shfaqen vështirësi, nxënësve duhet t'u tregohet ecuria e zgjidhjes së detyrës:

9+3 = 9+1+2=10+2=12

8+3 = 8+2+1=10+1=11

12-3 = (12-2)-1=10-1=9 etj.

ose:

8+5 = (Prej 8 deri 10 ... 2, 5 pa 2 ... 3, 10 edhe 3 ... 13) = 13

Përderisa nxënësit të aftësohen për mbledhje dhe zbritje të numrave deri në 20, këshillohet të aplikojmë tabelat vijuese; (Shih fig.71 dhe fig. 72)

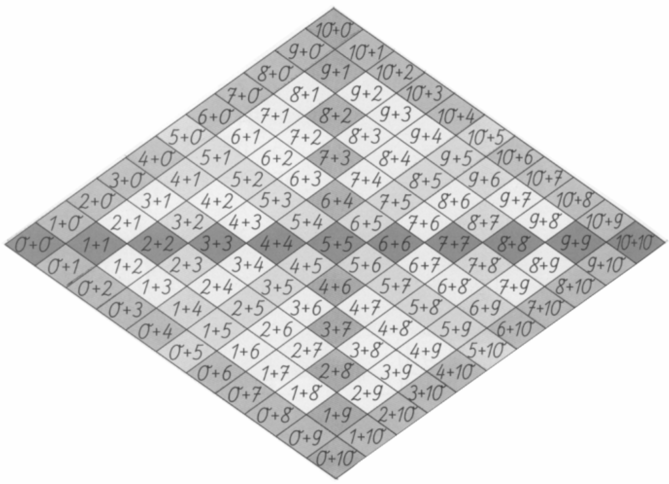


Fig. 71

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

11 - 3 = 8

4 + 3 = 7

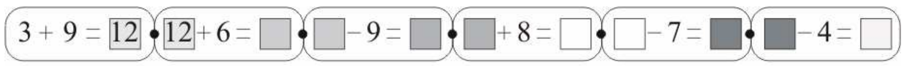
14 - 9 = 5

6 + 5 = 11

Fig. 72

Nxënësit duhet të aftësohen që të mendojnë, duke llogaritur dhe që, duke llogaritur, të mendojnë. Të menduarit lypset të jetë funksional, do të thotë të bazohet në vrojtim dhe përfundim logjik.

Në mësimin elementar të matematikës, përherë duhet të zhvillojmë dhe të përparojmë njohjen e "varësisë funksionale", të themi p.sh. me detyrat: 16-9=7, 16-7=9 etj., nxënësit "bëhen me dije" se, me zvogëlimin e zbritësit, rritet ndryshimi dhe anasjelltas. Prandaj, fillojnë të zënë fill aftësitë kombinatorike të nxënësve për llogaritje "të shpejta" si vetëtima dhe "pa gabime". Cilësia e punës me dhjetëshen e dytë do të mund të testohet edhe nëpërmjet lojës "Domino"....



11.1.11. BASHKËSIA E NUMRAVE NATYRALË DERI 100, DERI 1000, DERI 10000, DERI 1000000

a) Puna e mirë me rastin e përvetësimit të "dy dhjetësheve të para" na mundëson "një ecje të sigurt" drejt zgjerimit të bashkësisë së numrave natyralë deri në 100, 1000, 10000, 1000000 e më tutje.

Që në kl. I fillore nxënësit aftësohen për të formuar, emërtuar, shkruar dhe lexuar numrat deri në 100, të sajuar prej dhjetësheve si dhe prej dhjetësheve e njësheve. Në mënyrë analoge, siç është interpretuar formimi i numrave 11, 12, ..., po ashtu interpretohet edhe formimi i numrave 21, 22, ... 29, 30, 31, ... 99.

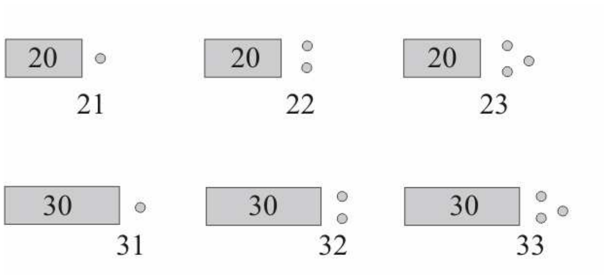
Për emërtimin e numrave 21 - 99 duhet ditur:

- emërtimin e njësheve 1 deri 9,
- emërtimin e dhjetësheve 20, 30, ... 90.

P.sh.: 32, tridhjetë e dy, tri dhjetëshe e dy njëshe, përkatësisht tridhjetë e dy njëshe (Shih fig. 73), ose 30, 50, 60, ..., tridhjetë - tri dhjetëshe, pesëdhjetë - pesë dhjetëshe...

Fig. 73

Mënyrën e emërtimit të numrave dyshifrorë 20 - 99 e tregon edhe mënyra e sajimit të tyre, që mund të paraqitet edhe nëpërmjet "figurave numerike" të dhjetësheve e njësheve. (shih. fig. 74)



DH	NJ
2	3

DH	NJ
3	3

Fig. 74

Shënimi i numrave dyshifrorë bazohet në parimin e vlerës pozicionale të shifrës, p.sh. numri 29 përmban dy shifra: 2 dhe 9. Çdo shifër krahas vlerës **numerike,** përmban edhe atë **pozicionale**. Vazhdojmë "shqyrtimin" e numrit 29. Sipas pozitës (vendit) që zë shifra "më e madhe" në të djathtë (9), është më e vogël se shifra "më i vogël" në të majtë (2), meqë 2 përfaqëson dy dhjetëshe, përkatësisht 20 njëshe, ndërsa 9 përfaqëson 9 njëshe (d.m.th. për një më pak se një dhjetëshe!), ose te numri 88, po ky numër (8), prej të majtës në të djathtë, zvogëlohet dhjetë herë, pra e 8-ta "e dytë" vlerën numerike e ka dhjetë herë më të vogël se 8-ta "e parë". Pra, vlera pozicionale e shifrës e përcakton edhe vlerën numerike të saj, e teta e parë është baras me 8 dhjetëshe, ndërsa e dyta, është baras me 8 njëshe.

Nëse te numrat dyshifrorë shifra e njësheve është zero, fitohen dhjetëshet e qindëshes së parë.

b) Vargun numerik të numrave natyralë do të mund ta zgjerojmë "sa të duam"; deri në 1000, (Fig. 75), deri në 10000 (Fig. 76),... 1000000, e tutje madje pa ndonjë vështirësi, po qe se nxënësit e kanë të qartë "thelboren" e vlerës numerike dhe pozicionale të numërorëve.

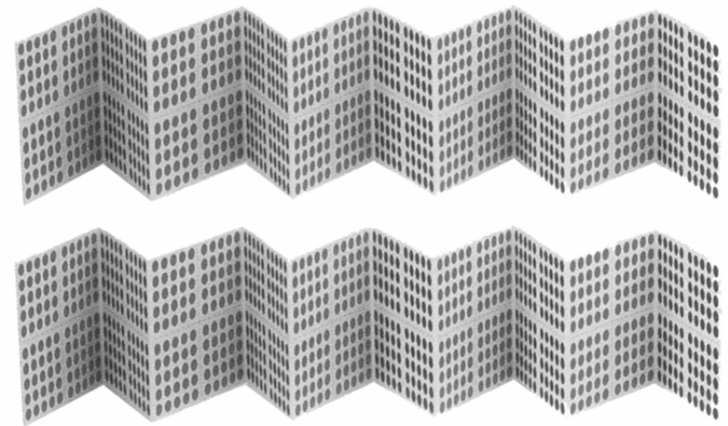


Fig. 75

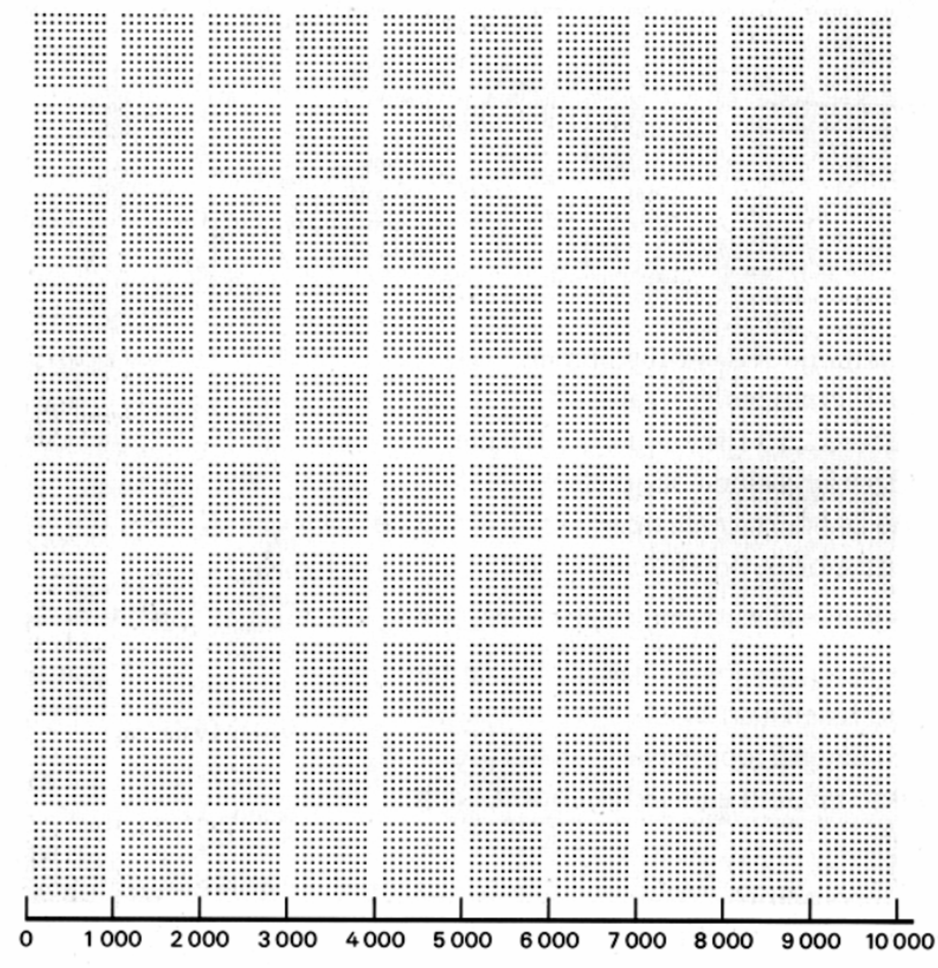


Fig. 76

Në fillim nxënësve mund t'u japim këto detyra:

1. Cili është numri më i vogël i dhjetëshes së katërt?
2. Cili është numri më i madh i dhjetëshes së shtatë?
3. Ndërmjet dy numrave të njëpasnjëshëm natyralë, a ekziston ndonjë numër tjetër natyral?
4. Cili është paraardhësi dhe pasuesi i numrit 99?
5. Pse 9 NJ < 9 DH?
6. Pse $38 < 39$ kur $30 = 30$?
7. Pse $49 < 59$ kur $9 = 9$?

Ekzistojnë vlerësime që një pjesë e nxënësve më lehtë dhe shumë më mirë "thellohen" në këtë problem, po qe se ata, që më parë, i numërojnë gjësendet materiale, duke i grupuar ato në dhjetëshe, qindëshe, mijëshe... Vlerësimet e tjera e kontestojnë këtë. Ne mendojmë megjithatë të fillojmë nga numërimi i gjësendeve materiale me kusht, duke mos manipuluar me ato për një kohë të gjatë.

Dhënia e kuptimit të mirëfillitë të numrave deri 1000 do të duhej të përcillet me material didaktik përkatës, po e zëmë: **pllaka** (një pllakë përbëhet nga 10 shufra, përkatësisht 100 kube të vegjël), **shufra** (një shufër përbëhet nga 10 kube të vegjël) dhe **kube** (të vegjël). Kështu, pllakat, shufrat dhe kubet (e vegjël) janë "sinonim", përkatësisht i qindsheve, dhjetësheve dhe njësheve. Pra, shkrimi i numërorëve deri 1000 "mund të ushqehet" me këtë material didaktik; po e zëmë: (Shih fig. 77) dhe (Shih fig.78)

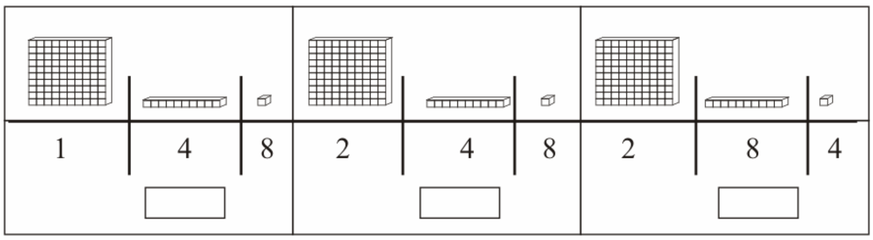


Fig. 77

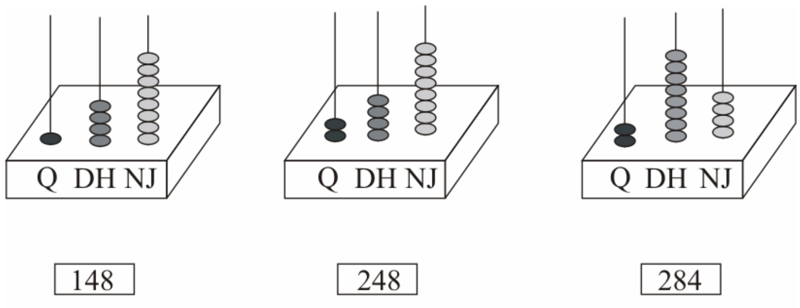


Fig. 78

ose duke "zbërthyer" një numër treshifrorë në qindëshe, dhjetëshe dhe njëshe, vizatojmë disqet në numëratorin pozicional: (Fig. 79)

148 = ____Q ____Dh ____Nj
248 = ____Q ____Dh ____Nj
284 =____Q ____ Dh ____Nj

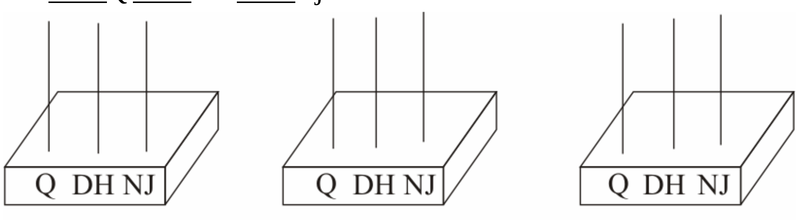


Fig. 79

Trajtimi i numrave treshifrorë (101-999) fillon me formimin e njësive të reja numerike - QINDËSHEVE. Për interpretimin e qindësheve, mjaft i përshtatshëm është edhe **metri**:

1 m = 10 dm
1 dm = 10 cm 1 m = 100 cm
1 dm = 10 cm
1 cm = 10 mm 1 dm = 100 mm
1 dm = 100 mm 2 dm = 200 mm,..., 9 dm = 900 mm

Q	DH	NJ
1	1	1

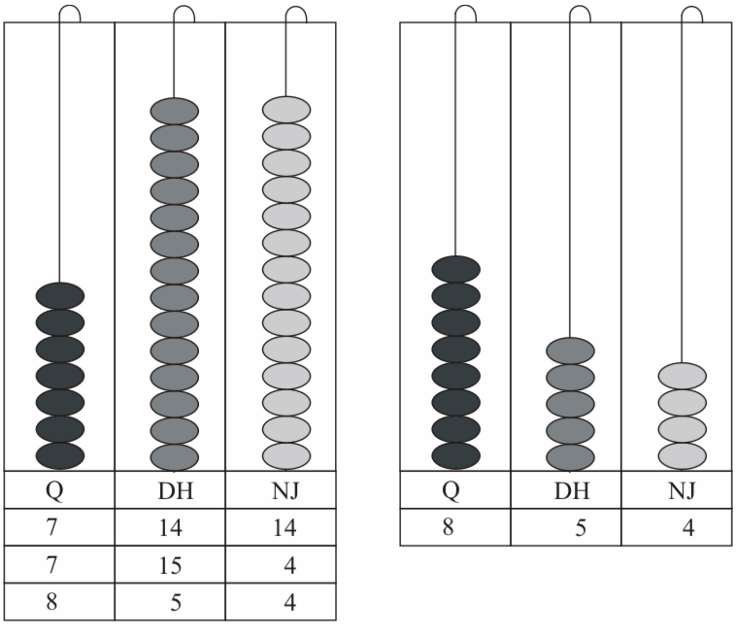
Edhe këtu e njëjta shifër (1), prej të majtës në të djathtë, 10 herë zvogëlohet, përkatësisht prej të djathtës në të majtë 10 herë rritet, 1 NJ është 10 herë më e vogël se 1 DH, si dhe 1 DH është 10 herë më e vogël se 1 Q.

1 DH = 10 njëshe
1 Q = 10 dhjetëshe
1 M = 10 qindëshe
"Këmbimi" paksa më i detajuar do të duhej të paraqitet në këtë shkallëzim:
10 Nj këmbehen për 1 Dh, por edhe
1 Dh këmbehet për 10 Nj.
10 Dh këmbehen për 1 Q, por edhe
1 Q këmbehet për 10 Dh. Prandaj,
1 Q këmbehet për 100 Nj.
Më pastaj, 1 M këmbehet për 10 Q
10 Q këmbehen për 1 M
1 M këmbehet për 100 Dh. Prandaj,
1 M këmbehet për 1000 Nj.

Këmbimi nismëtar do të duhej mbështetur edhe te numëratori pozicional: Duke i plotësuar"rendet"në të plota "këmbeni":

7Q	14Dh	14Nj
7Q	15Dh	4Nj
8Q	5Dh	4Nj

(Shih fig. 80 a) b))



a) **b)**

Fig. 80

Duke u familjarizuar, në fillim, me mënyrën e përcaktimit të numrave deri në 1000 (në mbështetje të numrave më të vegjël), nëpërmjet shtrirjes së vargut të numrave, **sistemi i numërimit me bazë 10**, me gjasë "do të preket me dorë".

Në këtë vazhdë këshillohet numërimi, duke kaluar prej një qindësheje në qindëshen tjetër. P.sh.: 394 deri 406; 494 deri 506, ..., 794 deri 806...

Theksojmë veçanërisht rolin e zeros në përcaktimin e numrave, po e zëmë (Fig. 81).

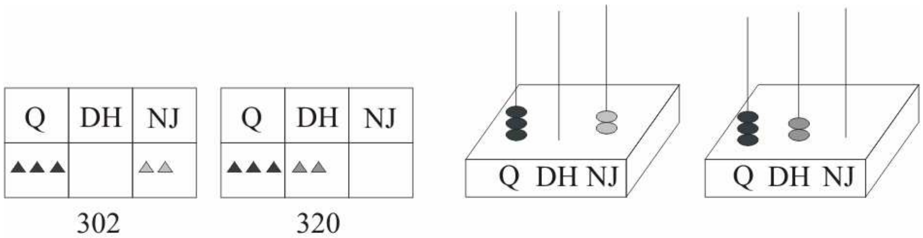


Fig. 81

Përvetësimi i mënyrës së formimit të numrave treshifrorë dhe emërtimi i tyre paraqesin parakusht për shqyrtimin e suksesshëm të operacioneve llogaritare (III - IV).

Edhe për numrat më të mëdhenj se 1000, e mira e së mirës është të përforcohen jo vetëm nëpërmjet **numëratorit pozicional**, por edhe me **kube të mëdhenj** (një kub i madh përbëhet nga 10 pllaka, përkatësisht 1000 kube të vegjël), **pllaka** (një pllakë përbëhet nga 10 shufra, përkatësisht 100 kube të vegjël) dhe **shufra** (një shufër ka 10 kube të vegjël) (Shih fig.82). Tashti këtu, për numrat më të mëdhenj se 1000, kubet e mëdhenj, pllakat, shufrat dhe kubet e vegjël janë "sinonim", përkatësisht i mijësheve, qindësheve, dhjetësheve dhe njësheve. Duke përdorur kubin e madh që ka 1000 kube të vegjël, jepet kuptimi për numrat 1000, 2000, 3000, 4000... Numrat, që janë më të mëdhenj se 10000, herë pas here, në vend të tri zerove, të numrave (që përfaqësojnë **mijëshe**), do të shkruhen me fjalë, po e zëmë, 18000 (18 mijë).

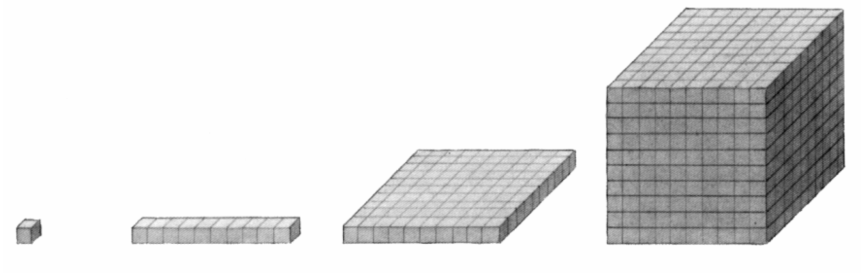


Fig. 82

Shkrimi nismëtar i numërorëve më të mëdhenj se 1000 është mirë të ndihmohet dhe të mbështetet me tabela vijuese të "qëndisura" me kube të mëdhenj, pllaka, shufra dhe kube të vegjël, po e zëmë:

a) Duke "lexuar" bashkësinë, shkruaj numërorin (Fig. 83, Fig.84)

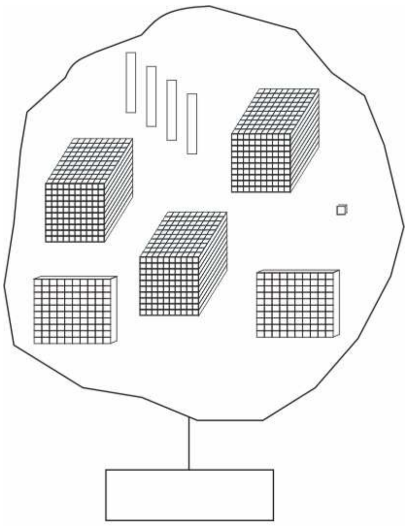


Fig. 83

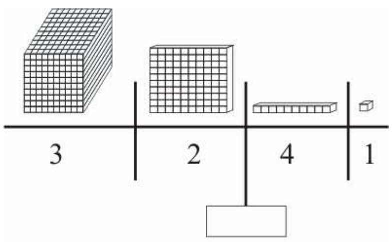


Fig. 84

b) Është dhënë numërori, plotëso tabelën (Fig.85).

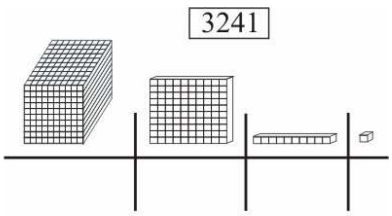


Fig. 85

Ndihma tjetër ofrohet duke "zbërthyer" një numër 4 shifrorë në mijëshe, qindëshe, dhjetëshe dhe njëshe;

3241 = ____ M _____ Q _____ Dh ____Nj

Vizatojmë disqet në numëratorin pozicional (Fig. 86, Fig. 87)

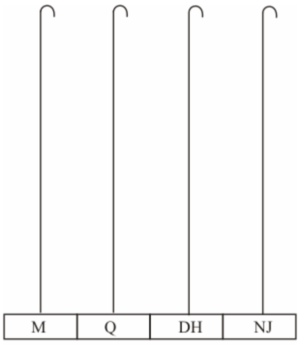


Fig. 86

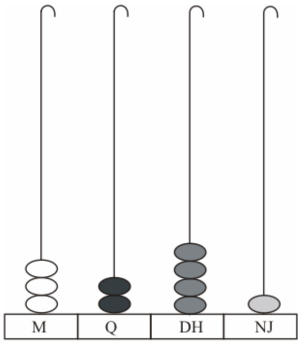


Fig. 87

c) Në vazhdën e zgjerimit të vargut numerik në bashkësinë e numrave natyralë (deri 1000000), që në fillim mund të theksojmë këto pyetje thelbësore:

1. Shkruani një numër njëshifror (p.sh. 8). Sa njëshe, sa dhjetëshe dhe sa qindëshe i ka numri i shkruar?

2. Shkruani një numër dyshifror (p.sh. 42). Cila shifër gjendet në vendin e njësheve, e cila në atë të dhjetësheve?

3. Numërori 42 prej sa dhjetësheve dhe sa njësheve është i përbërë?

4. Sa dhjetëshe dhe sa njëshe përmban një qindëshe?

5. Shkruani një numëror treshifrorë (p.sh. 678). Cila shifër gjendet në vendin e qindësheve, cila në vendin e dhjetësheve, e cila në vendin e njësheve? Krahaso vlerën numerike dhe pozicionale të shifrave 6 e 7. Numërori 678 prej sa dhjetësheve është i përbërë?

6. Shkruani numrin më të vogël dhe më të madh katërshifrorë (1000, 9999):

Tashti duhet të përdorim nocionin **rendet e numrave.** Numrat më të mëdhenj se 100 e më të vegjël se 1000 përmbajnë **qindëshe, dhjetëshe** dhe **njëshe.** Këto përfaqësojnë **tri rende**, kështu:

984 = ____ Q +____ Dh +____ Nj

9 Q + 8 Dh + 4 Nj = ________

Numrat më të mëdhenj se 1000 e më të vegjël se 1000000, përveç njësheve, dhjetësheve e qindësheve, përmbajnë edhe **mijëshe, dhjetëmijëshe** dhe **qindëmijëshe.** Këto përfaqësojnë **tri rende** të tjera; kështu:

765432 = ___ QM +___ DhM +___ M +__ Q +___ Dh +___ Nj

7 QM + 6 DhM + 5 M + 4 Q + 3 Dh + 2 Nj

Në këtë mënyrë zbërthyem numrat e mësipërm sipas **rendeve**.

- rendi i **njësheve, dhjetësheve** dhe i **qindësheve** formon **klasën e njësheve,**
- rendi i **mijësheve, dhjetëmijësheve** dhe **i qindmijëshëve** formon **klasën e mijësheve**
- rendi i **milionëve, dhjetëmilionëve** dhe i **qindmilionëve** formon **klasën e milionëve.**

1 000 000 000

klasa e njësheve
klasa e mijësheve
klasa e milionëve
klasa e miliardëve

Numri prej 10 qindmilionëve (10 100.000.000) quhet **miliard** dhe shkruhet 1.000.000.000. Njëshet e miliardëve quhen njësi të **rendit të dhjetë.**

Leonard Ojleri

Leonard Ojleri (1707-1783), matematikan zviceran. Njëri ndër matematikanët më të frytshëm të shek. të 18-të. Punoi tepër aktivisht edhe atëherë kur u verbua plotësisht (1770). Pas vetes ka lënë shumë punime nga Teoria e numrave.

Me rëndësi parësore është si kuptohen dhe a mund "të preken" me dorën e vetë nxënësit, njësitë e reja numerike, dhjetëmijëshet, qindmijëshet, milionët, dhjetë milionët, qind milionët dhe miliardi, duke u zgjeruar më tej edhe për klasën e katërt numerike (**klasën e miliardëve**).

Ndihmesën e vet pozitive këtu do ta japë edhe numëratori pozicional. Çdo klasë përmban nga 3 rende vertikale dhe çdo rend i disqeve ka ngjyrën e vet. (Fig. 88)

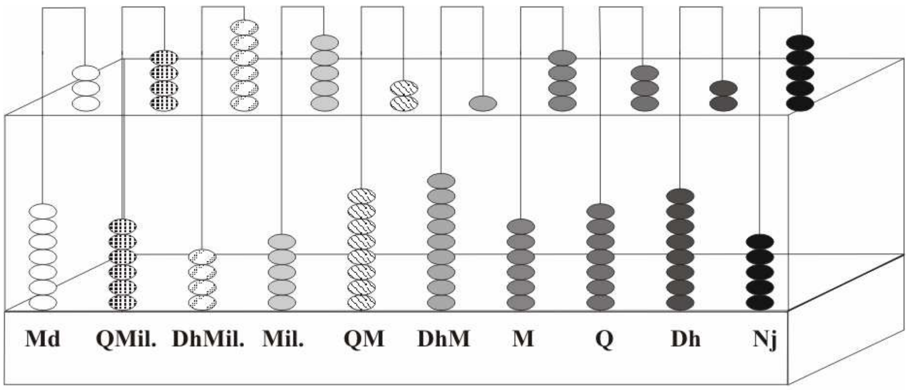


Fig. 88

Do të ngelnim në "gjysmë të rrugës", sikur të mos kuptonim që:

- prej 10 milionëve sajohet dhjetë milioni
- prej 10 dhjetë milionëve sajohet njëqind milioni
- prej 10 qind milionëve sajohet një mijë milioni, të cilin e quajmë një miliard.

Praktika shkollore evidencon (edhe pse duket e pabesueshme!) që një numër i caktuar i studentëve të mësimit klasor nuk dinë t'i shkruajnë dhe t’i lexojnë numrat, p.sh:

a) Lexo 10504070203!

b) Shkruaj numrin e sajuar nga 8 miliardë e 7 milionë e 2 mijë e 8!

Studentët e tillë, pos përpjekjeve të tjera, lypset edhe të vetarsimohen.

11.1.12. MBLEDHJA E ZBRITJA NË QINDËSHEN E PARË

Llogaritja në mësimin elementar të matematikës është proces i zgjeruar, i cili përfshin të kuptuarit e thelbit të operacionit matematik, do të thotë: mbledhja, zbritja, shumëzimi e pjesëtimi (për këto dy të fundit, do të bëjmë fjalë në numrin vijues), janë 4 operacionet themelore aritmetike, ndërsa shuma, ndryshimi, prodhimi dhe herësi, janë "rezultat" i këtyre operacioneve. Veprimet aritmetike, të zbatuara në "dy dhjetëshet e para", së bashku me algoritmet dhe modelet të cilat i ndoqën këto veprime, përfaqësojnë bazën e njohurive për të mbledhur e zbritur në qindëshen e parë. Nxënësit njihen për së afërmi që "të mbledhësh" dhe "të shumëzosh", do të thotë "të kesh më tepër", ndërsa "të zbritësh" dhe "të pjesëtosh", do të thotë "të kesh më pak".

Nxënësit tashmë dinë që çdo numër dyshifrorë (11-99) mund të zbërthehet si shumë e numrit të caktuar të dhjetësheve dhe të njësheve. Përvetësimi i mbledhjes dhe i zbritjes së numrave natyralë (të ndihmuar edhe nga materiali didaktik, shufra e kube; një shufër përmban 10 kube) brendapërbrenda qindëshes së parë mund të realizohet me këtë ecuri veprimi:

a Mbledhja dhe zbritja e dhjetësheve (70±20), e cila ndihmohet nga mbledhja dhe zbritja e njësheve, të cilat shprehin numrin e atyre dhjetësheve (70 njëshe dhe 20 njëshe, i shndërrojmë në 7 dhjetëshe dhe 2 dhjetëshe), po qe se i mbledhim, fitojmë 9 dhjetëshe, e nëse i zbresim, fitojmë 5 dhjetëshe në mënyrë që, pastaj, dhjetëshet e fituara, i shndërrojmë në njëshe.

b Mbledhje pa kalim të dhjetëshes. Mbledhje të numrave dyshifrorë, kur shuma e njësheve të mbledhorëve nuk është më e madhe se 10 (pra më e vogël ose baras me 10), (p.sh.: 56+13, 44+26, 48+2) dhe zbritje të numrave dyshifrorë, kemi kur numri i njësheve të zbritësit nuk është më i madh se numri i njësheve të të zbritëshmit (p.sh.: 68 - 35, 77 - 27, 89 - 6).

Mbledhja 56 + 13 "ndihmohet" nga 56+3, ndërsa zbritja 68-35 "ndihmohet" nga 68 - 5 (duke përdorur **Vetinë e shoqërimit të mbledhjes)**.

Pra, 56+3 = (50+6)+3 = 50 + (6+3) = 50 + 9 = 59

ose mbledhje në shtyllë me një mbledhor më të vogël se 10

$$\begin{array}{r} 56 \\ \underline{+\ 3} \\ 59 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 50 + 6 \\ \underline{\ \ \ \ +\ 3} \\ 50 + 9 = 59 \end{array}$$

56+13 = (50+6)+(10+3)=(50+10)+(6+3) = 60+9=69

Kjo shumë mund të "shpërthejë" edhe kështu:

56 + 13 = 60 + (6+3)
= 60 + 9
= 69

68-5 = (60+8) - 5=60+(8-5) = 60+3 = 63

68 - 35 = (60+8)-(30+5) = (60-30)+(8-5)=30+3=33

44 + 26 = (40+4)+(20+6)=(40+20)+(4+6)=60+10=70

77 - 27 = (70+7) - (20+7) = (70-20) + (7-7)=50+0=50

e pastaj, nëse njëri mbledhor, përkatësisht zbritësi, përbëhet vetëm prej dhjetësheve, p.sh.:

67+30 = (60+7)+30 = (60+30)+7 = 90+7 = 97

89 - 60 = (80+9) - 60 = (80-60)+9=20+9 = 29

Mbledhje të numrit dyshifrorë me atë njëshifror kemi, nëse shuma e njësheve të tyre plotësohet në dhjetëshe, p.sh.:

48+2 = (40+8)+2 = 40+(8+2)=40+10 = 50 dhe zbritje e formës 80 - 7

80 - 7 = 70+ (10-7) = 70+3=73.

Ndërkaq, për zbritje të një numri më të vogël se 10, po e zëmë: për 77-3, edhe kështu

$$\begin{array}{l} 70 + 7 \\ \underline{\quad -3} \\ 70+4=74 \end{array}$$

Tërhiqet vëmendja për shumat 4 + 52, 3 + 74. Të llogariturit e këtyre shumave me mbledhorin njëshifror përpara mund të vështirësojë punën e nxënësve. Duke zbatuar **Vetinë e ndërrimit të mbledhjes**, ato shuma shihen si 52 + 4 dhe 74 + 3, do të thotë:

4+ 52 = 52 + 4 dhe 3 + 74 = 74 + 3
= 50 + (2 + 4) = 70 + (4+3)
= 50 + 6 = 70 + 7
=56 = 77

c Mbledhje me kalim të dhjetëshes

Mbledhje të numrave dyshifrorë, kur shuma e njësheve të mbledhorëve është më e madhe se 10 dhe me zbritje, kur numri i njësheve të zbritësit është më i madh se numri i njësheve të zbritëshmit, p.sh. me mbledhje:

47 + 8 = (47+3) + 5 = 50+5=55 ose 47 + 8 = 40 + (7+8)
= 40 + 15
= 55

Kjo mënyrë e mbledhjes përgatit algoritmin e të mbledhurit në shtyllë

$$\begin{array}{l} 40+7 \\ \underline{\quad +8 \quad} \\ 40+15=55 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 47 \\ +8 \\ 15 \\ \underline{+40} \\ 55 \end{array}$$

57 + 36 = (57+3) + (36-3) = 60+33 = 93 ose
57 + 36 = (57-4)+(36+4)=53+40=93 ose
57 + 36 = (50 + 7)+ (30 + 6)
= (50 + 30) + (7 + 6)
= 80 + 13
= 93

ose	ose
57 + 36 =	57
50 + 7	+ 36
30 + 6	13
80 + 13 = 93	80
	93

dhe me zbritje:
64 - 48 = (64 - 40) - 8 = 24 - 8 = 16
ose
64 - 40 (= 24)
24 - 4 (= 20)
20 - 4 (= 16), pra 64 - 48 = 16
87 - 59 = (87 - 50) - 9 = 37 - 9 = (37-7) - 2 = 30 - 2 = 28
ose
87 - 50 (= 37)
37 - 7 (= 30)
30 - 2 (= 28), pra 87 - 59 = 28
91 - 25 = (91-20) - 5 = 71 - 5 = (71 - 1) - 4 = 70 - 4 = 66
91 - 20 (= 71)
71 - 1 (= 70)
70 - 4 (= 66), pra 91 - 25 = 66

E keqja është, edhe pse rrallë, megjithatë, praktika shkollore (veçmas nëpër fshatra) ka regjistruar që ende nuk pushojnë së vepruari "zbritjet klasike", p.sh.:

67 67 - 19 = 48
-19
48

"të ndjekura" me këto fjalë:

7 minus 9 nuk bën, marrim një dhjetëshe hua, 17-9 = 8, te i zbritëshmi na kanë ngelur 5 dhjetëshe, 50-10=40, d.m.th. ndryshimi është 48.

Me një angazhim më të madh të këshillave të klasave, lajthitjet e tilla dhe të ngjashme me to, me kohë do të eliminoheshin në mënyrë të efektshme.

Detyrat "mbledhje dhe zbritje deri 100" kanë për të çelur shteg për llogaritje "të mëvonshme edhe me gojë", siç "dëshmohet" edhe duke "peshkuar" (Shih fig. 89). Rezultatet e mbledhjeve do të duhej të provoheshin me zbritje dhe anasjelltas. Me ato dhe nëpërmjet tyre fitohen dituri e shkathtësi për llogaritje të shpejtë e të saktë "frutat" e të cilave personi do t'i vjelë gjatë jetës së tij.

Duke i konsideruar "lloj testi të inteligjencës", këto detyra kanë vlera shprehëse, nxitëse, kombinatorike dhe formuese.

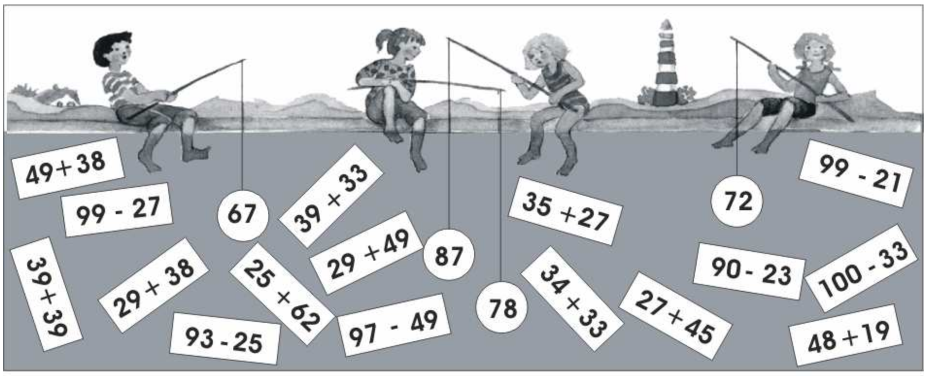


Fig. 89

11.1.13. SHUMËZIMI E PJESËTIMI NË QINDËSHEN E PARË

Do të themi si për çudi se njeriu, që në hapat e parë të jetesës së tij mbi Tokë, përveç **të mbledhurit me gishta,** u aftësua edhe **për të shumëzuar me gishta.** Ja si veproi:

"Shpalosi" duart "për së mbari", duke iu shoqëruar gishtave numrat 6, 7 8 dhe 9 nga gishti tregues deri te gishti i vogël, siç shihet në figurën 90:

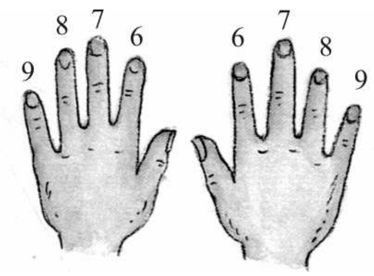


Fig. 90

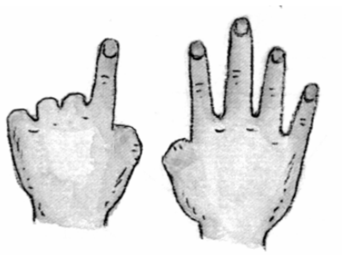


Fig. 91

Gishtave të mëdhenj "nuk u dha numër" dhe si të tillë gjithnjë ata, futi përfundi shuplakës.

Gishtat e zgjatur përfaqësuan **dhjetëshe**, ndërkaq gishtat, të cilët u puthitën me shuplakë, përfaqësuan **njëshe**.

Në vazhdim, le t'i marrin disa prodhime "me demonstrim" të pozicioneve përkatëse të gishtave:

$6 \cdot 9 = ?$ (Shih fig. 91)

Siç theksuam më parë, gishtat e zgjatur përfaqësuan dhjetëshe; pra sa gishta janë të zgjatur, aq dhjetëshe kemi, pra në 5 vende nga 10; $5 \cdot 10 = 50$, ndërkaq gishtat, të cilat puthiten me shuplakë, përfaqësuan njëshe, pra në 4 vende nga 1; $4 \cdot 1 = 4$. Prodhimet e fituara i mbledhim $50 + 4 = 54$. Siç shihet, gishtat e mëdhenj të të dy duarve gjithnjë të puthitur me shuplakë, edhe pse "nuk pranojnë numër", gjatë shumëzimit të njësheve, ata gjithnjë operojnë. (Shih fig. 92).

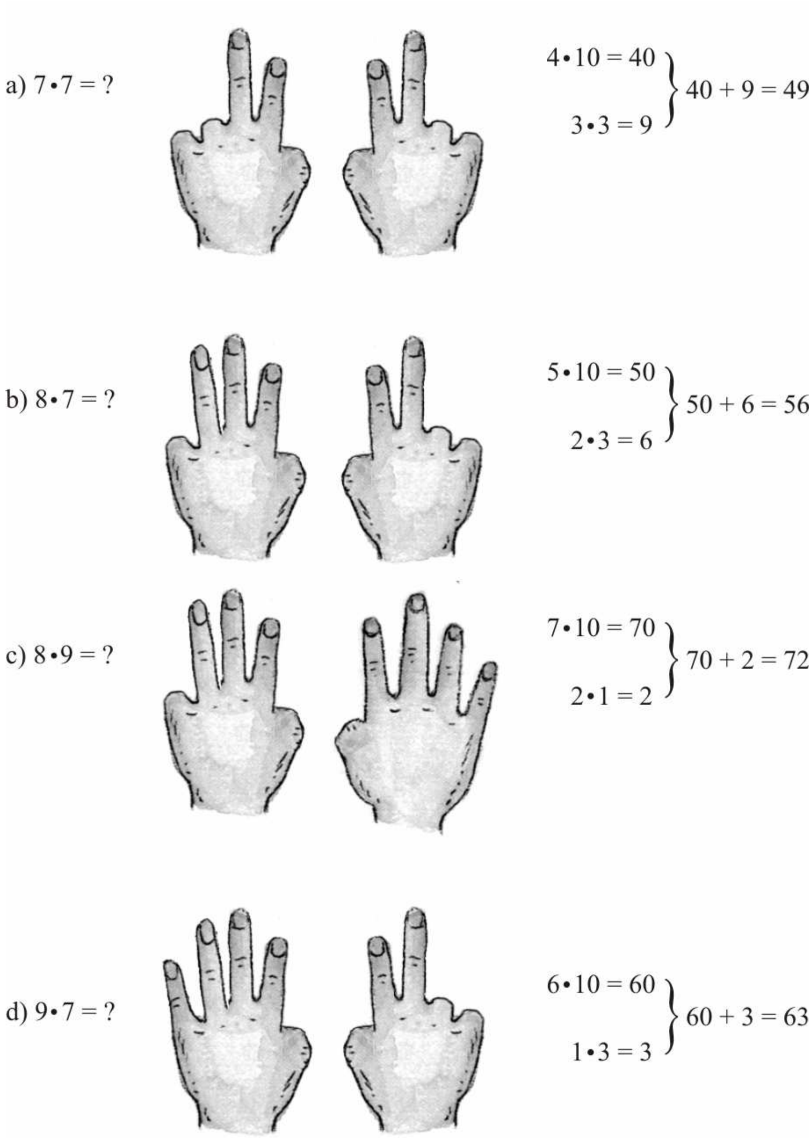


Fig. 92

Këtu mund të bëhet fjalë edhe për një mënyrë tjetër, të shumëzimit me 9 nëpërmjet gishtave të duarve:

Shpalosim duart për së mbari, duke ua shoqëruar gishtave numrat 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (Shih fig. 93)

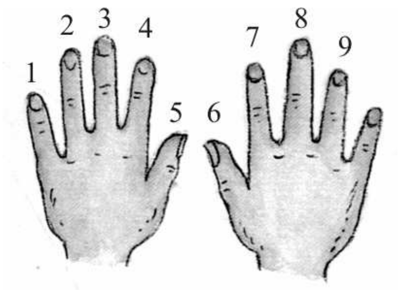


Fig. 93

Le t'i marrim prodhimet, po e zëmë: $2 \cdot 9 = 18$ $3 \cdot 9$ - 27 $6 \cdot 9 = 54$

$7 \cdot 9 = 63$ dhe $8 \cdot 9 = 72$

1 $2 \cdot 9 = 18$. Gishti i unazës së dorës së majtë (nr. 2), puthitet me shuplakë. Në të majtë të tij, mbetet i zgjatur gishti i vogël (i dorës së majtë), i cili përfaqëson një dhjetëshe dhe në të djathtë mbeten 8 gishta të zgjatur (të të dy duarve), që përfqësojnë 8 njëshe, pra $2 \cdot 9 = 18$.

2 $3 \cdot 9 = 27$. Gishti i mesëm i dorës së majtë (nr. 3), puthitet me shuplakë. Në të majtë të tij mbeten të zgjatur dy gishta (ivogli dhe ai i unazës), të cilët përfaqësojnë 2 dhjetëshe, ndërkaq në të djathtë të tij mbeten të zgjatur 7 gishta (të të dy duarve), të cilët përfaqësojnë 7 njëshe, pra $3 \cdot 9 = 27$.

Aktualiteti i kësaj mënyre të shumëzimit sa vjen dhe shtohet te disa "pika të zeza" të tabelës së shumëzimit 54, 63 dhe 72. Kështu:

3 $6 \cdot 9 = 54$. Gishti i madh i dorës së djathtë (nr. 6), puthitet me shuplakë të dorës. Në të majtë të tij, 5 gishta të dorës së majtë, kanë mbetur të zgjatur dhe përfaqësojnë 5 dhjetëshe, ndërkaq në të djathtë 4 gishta të dorës së djathtë, kanë mbetur të zgjatur dhe përfaqësojnë 4 njëshe, pra $6 \cdot 9 = 54$. Ose:

4 $7 \cdot 9 = 63$. Gishti tregues i dorës së djathtë (nr. 7), puthitet me shuplakë të dorës. Në të majtë të tij, 6 gishta kanë mbetur të zgjatur (6 dhjetëshe) dhe në të djathtë të tij, 3 gishta kanë mbetur të zgjatur dhe përfaqësojnë 3 njëshe; pra $7 \cdot 9 = 63$.

Dhe në fund po e zëmë:

5 $8 \cdot 9 = 72$. Gishti i mesëm i dorës së djathtë (nr. 8), puthitet me shuplakë; në të majtë të tij, 7 gishta mbeten të zgjatur (që përfaqësojnë 7 dhjetëshe), ndërkaq në të djathtë, 2 gishta mbeten të zgjatur dhe përfaqësojnë 2 njëshe, pra $8 \cdot 9 = 72$, etj.

Kuptimi për shumëzimin e numrave përpunohet nëpërmjet **Modelit të rreshtimit,** ku elementet e një bashkësie përfaqësohen me një **rreshtim drejtkëndor**, ku perceptohen dhe përcaktohen përmasat e rreshtimit, do të thotë: **sa elemente ka një rresht dhe sa elemente ka një shtyllë.** Pra, rreshtimin duhet ta kuptojmë si vendosje të elementeve të një bashkësie në një **tabelë drejtkëndore**, rreshtat e së cilës kanë numër të njëjtë elementesh.

Këtu ndeshim dy lloje detyrash:

- caktimi i përmasave te rreshtimi i dhënë

- formimi i rreshtimeve, mbështetur në përmasat e tij të dhëna: (lexo: rreshtimi 2 me 3 ka 6 elemente!)

Njëra ndër ecuritë fillestare (me përparësi) për ta kapur **shumëzimin,** është **"copëtimi i rreshtimit"**. Thelbi i **"ecurisë së copëtimit të rreshtimit"**[*] është **"ndarja e një rreshtimi në dy nënrreshtime"**, me përmasa më të vogla, numrin e elementeve të të cilave nxënësi tashmë e di. Ai është i lirë të përdorë **copëtimin** që, për momentin, atij i duket më i përshtatshëm. Përdorimi i copëtimeve të ndryshme kultivon vetiniciativën për punë të pavarur, duke aktivizuar edhe imagjinatën. Po e zëmë, për shumëzim të dy numrave 4 me 8, mund të ndërtojmë disa rreshtime (Shih fig. 94).

4·8 = 4·5 + 4·3
= 20 + 12
= 32

4·8 = 4·4 + 4·4
= 16 + 16
= 32

4·8 = 2·8 + 2·8
= 16 + 16
= 32

4·8 = 4·2 + 4·6
= 8 + 24
= 32 etj.

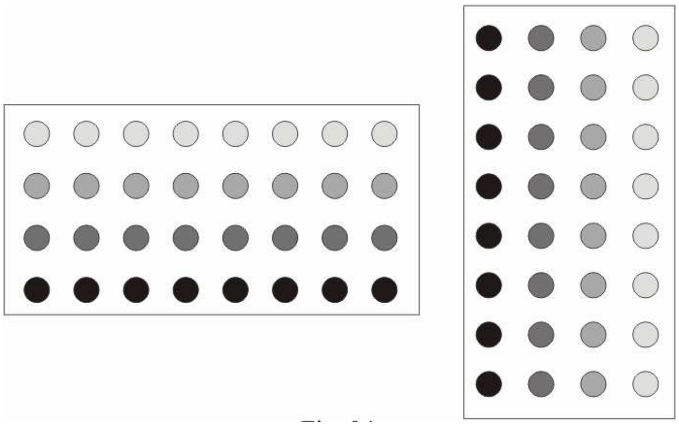


Fig. 94

Rreshtimi i dhënë copëtohet për të gjetur "më lehtë" numrin e elementeve të tij. Copëtimi mund të bëhet lirshëm sipas rreshtave ose sipas shtyllave. Asnjë rreshtim "nuk është i gozhduar", ai mund të rrotullohet për 90 shkallë, po e zëmë:

8·4 = (5+3)·4	4·8 = (2 + 2)·8
= 5·4 + 3·4	= 2·8 + 2·8
= 20 + 12	= 16 + 16
= 32	= 32

Në thelb, ajo shfaq **Vetinë e përdasimit të shumëzimit ndaj mbledhjes:**
(Δ+∇) · أ = Δ · أ +∇·أ e cila më vonë shpallet haptas!

Vetia e **ndërrimit (komutative) e shumëzimit** "vetëzbulohet". Kjo bëhet duke prekur rreshtimin herë si 4 me 8 dhe herë si 8 me 4.

Δ · أ = أ· Δ

---

[*] Vërejtje: **Aty-këtu, në literaturën doracake (në shqipe) dhe në praktikën shkollore ndeshim emërtimin: metodë e copëtimit të rreshtimit. Kush ka sadopak njohuri nga teoria e metodikës e di mirë që nocioni metodë është "i rezervuar" vetëm për metodat mësimore në mësimdhënie. Do të shtonim që aty gabimisht përdoren edhe emërtimet metodë e qarkimit, metodë e provës, etj.**

E mira e së mirës është që nxënësit të punojnë lirshëm për të krijuar dhe "zbardhur" mënyra të ndryshme të rreshtimit;

- disa do të mbledhin sipas rreshtave,
- disa të tjerë do të mbledhin sipas shtyllave,ndërkaq,
- një grup tjetër, me gjasë, ka për të bërë grupime të tjera "të kombinuara".

Le të trajtojmë rreshtimin 4 me 6: (Shih fig. 95).

1^o Sipas rreshtave: $4 \cdot 6 = 6 + 6 + 6 + 6$

2^o sipas shtyllave: $4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 6 \cdot 4$

3^o duke i grupuar rreshtat dy nga dy:

$$\begin{aligned} 4\cdot 6 &= 2\cdot 6 + 2\cdot 6 \\ &= 12 + 12 \\ &= 24 \end{aligned}$$

4^o duke i grupuar shtyllat dy nga dy:

$$\begin{aligned} 4\cdot 6 &= 4\cdot 2 + 4\cdot 2 + 4\cdot 2 \\ &= 8 + 8 + 8 \\ &= 24 \end{aligned}$$

5^o duke i grupuar shyllat tri nga tri:

$$\begin{aligned} 4\cdot 6 &= 4\cdot 3 + 4\cdot 3 \\ &= 12 + 12 \\ &= 24 \end{aligned}$$

6^o duke i grupuar në njërën anë dy shtylla, kurse në anën tjetër katër shtylla:

$$\begin{aligned} 4\cdot 6 &= 4\cdot 2 + 4\cdot 4 \\ &= 8 + 16 \\ &= 24 \text{ etj.} \end{aligned}$$

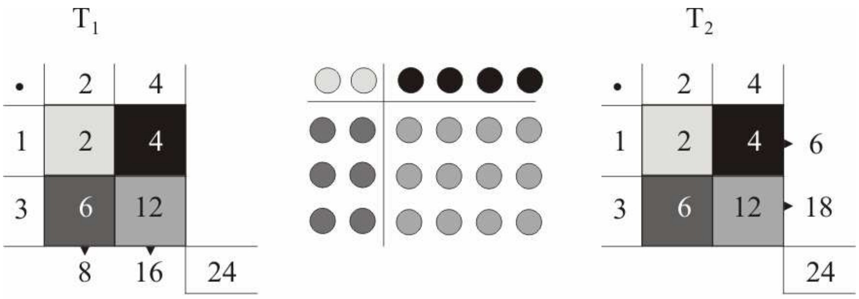


Fig. 95

Le të ndalojmë edhe për disa çaste në rreshtimin 4 me 6; le të grupojmë në njërën anë **dy shtylla** e në anën tjetër **katër shtylla** dhe njëherazi le të grupojmë në njërën anë **një rresht** e në anën tjetër **tre rreshta** (Shih fig. 95 dhe tabelat T_1, T_2).

Këto detyra dhe të ngjashme me to kanë vlera të mëdha formuese, të cilat shërbejnë për të kërkuar dhe për të gjetur fakte të reja tek operacioni i shumëzimit.

Ligjësoria për ta shndërruar prodhimin në shumë mbledhorësh të barabartë (1^o) dhe anasjelltas, shndërrimi i shumës së mbledhorëve të barabartë në prodhim (2^o), për nxënësit mund të quhet **një favor.**

Le të marrin rishtazi:

$4 \cdot 6 = 6 + 6 + 6 + 6$

$6 + 6 + 6 + 6 = 4 \cdot 6$

Shumëzimin këtu do të duhej kuptuar si "mbledhje të shpejtuar" të numrave të barabartë.

Me anën e operatorit ($\cdot 6$) numri 4 çiftohet me numrin 24:

$(6,4) \xrightarrow{\cdot} 24$

Shumëzimi, sikurse edhe mbledhja, trajtohet si një veprim që një palë numrash e shoqëron me një numër tjetër.

Ndryshe, palët e numrave (7,4), (8,4) dhe (9,4) nëpërmjet operatorit të shumëzimit shoqërohen, përkatësisht në numrat

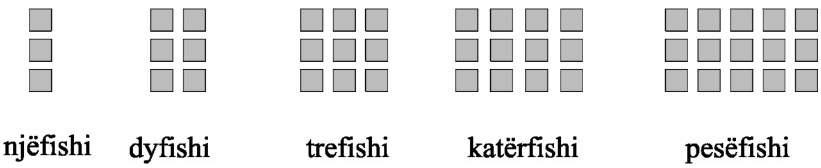
28, 32 dhe 36; $(7,4) \xrightarrow{\cdot} 28$ $(8,4) \xrightarrow{\cdot} 32$ dhe $(9,4) \xrightarrow{\cdot} 36$

Duke vështruar shumëzimin krahas mbledhjes, nxënësi ka për të "zbuluar" dhe "zbardhur" ndryshimet përmbajtësore ndërmjet tyre:

$(6,4) \xrightarrow{\cdot} 24$ $(7,4) \xrightarrow{\cdot} 28$

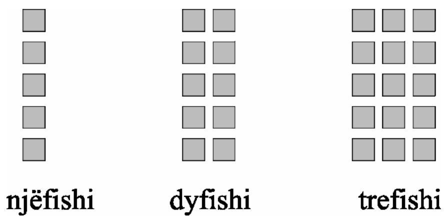
$(6,4) \xrightarrow{+} 10$ $(7,4) \xrightarrow{+} 11$

Në vazhdim, me përparësi trajtohet **Kuptimi për shumëfishin e një numri**, duke u mbështetur në interpretimin bazë, në **Modelin e rreshtimit.** Shumëfishat interpretohen si operatorë



5 fishi i 3 është 15; $3 \cdot 5 = 15$

por edhe 3 fishi i 5 është 15; $5 \cdot 3 = 15$



- Nxënësit mund të përdorin rreshtime sa herë që janë të pasigurt për saktësinë e prodhimeve të parashtruara.

Nxënësit do të duhej t'i aftësojmë që të kuptojnë në "thelb" se ç'do të thotë që një numër të jetë

2 herë, 3 herë, 4 herë, ..., më i madh se tjetri. P.sh.:

2 herë më i madh se 3; $2 \cdot 3 = 6$, sepse $3+3 = 6$

3 herë më i madh se 2; $3 \cdot 2 = 6$, sepse $2+2+2 = 6$

4 herë më i madh se 7; $4 \cdot 7 = 28$, sepse $7+7+7+7 = 28$ etj.

Për hir të qartësisë më të madhe, këshillohet paraqitja e prodhimeve në formë të trungut të drurit. Kështu, trungu i prodhimeve 2·3, përkatësisht 3·2, duket

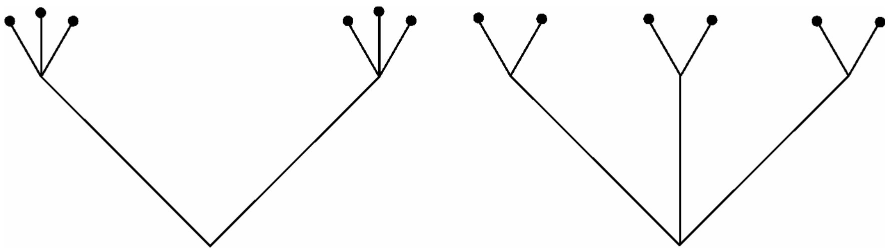


Fig. 96

kështu:

Po e zëmë se në kopsht gjenden dy lisa, secili lis ka nga 3 degë, në secilën degë ka nga 4 çerdhe, në secilën çerdhe ka nga 3 zogj. Sa zogj gjenden në këta dy lisa?

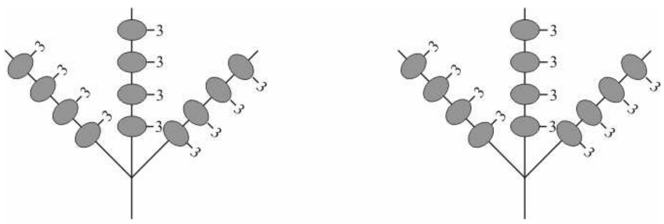


Fig. 97

2	· 3	· 4	· 3	=	6	· 12	= 72
lisa	degë	çerdhe	zogj		degë	zogj	zogj

Në mbështetje të ecurisë për të copëtuar rreshtimin, kërkojmë dhe gjejmë faktet e **Tabelës së shumëzimit**, përcaktojmë me shkrim "ecurinë llogaritare", në themel të së cilës është **Vetia e përdasimit e shumëzimit ndaj mbledhjes**, po e zëmë:

8·9 = 40 + 32	8·9 = 8·5 + 8· 4	8·9 = 8·(5+4)
= 72	= 40 + 32	= 8·5 + 8·4
= 72	= 40 + 32	= 72

Këtu kanë për t'u futur në përdorim modelet gjysmë të përgatitura, të cilat do të duhej t'i plotësonin vetë nxënësit, po e zëmë:

8·9 = 8·(5+__)	9·8 = 9·(3 +__)
= 8 ·__ + 8·___	= 9·___+ 9·___
= ___ +___	=___+___
=____	=____

Përdorimi i kllapave do të duhej të vinte krejt natyrshëm. (Faktori para dhe pas kllapave "do të përshëndetet" me çdo mbledhor brenda në kllapa).

Për të llogaritur prodhimet, ata do të përdorin mënyra të ndryshme, madje disa sish lirshëm përcaktohen edhe për mënyra "jostandarde", po e zëmë:

8· 9 = 8 ·10 - 8·1   8·9 = (10-2) ·9

= 80 – 8 = 90 - 18
= 72 = 72

duke "skicuar" kështu edhe rreshtime "të tjera" në fletore.

Edhe pse ka "vjetërsi shekullore", "Tabela e shumëzimit" nuk plaket. Mësimit të saj (në kl. II fillore) lypset t'i qasemi me përkushtim. Çdo lajthitje e mëvonshme në lidhje me të i “adresohet" mësuesit të kl. II fillore. Në praktikën shkollore "zbulohen" nxënës që, edhe në klasat më të larta "Tabelën e shumëzimit" e dinë pa (me) gabime, por që njëherit, gjatë "aplikimit" të saj, u nevojiten disa çaste për të menduar!

Nxënësit me kohë "zbulojnë" që $8{\cdot}4 = 4{\cdot}8 = 32$ etj. (Shih fig. 94) Shprehja $8{\cdot}4$, ose $4{\cdot}8$ quhet **prodhim** i numrave 4 dhe 8, ndërsa numrat 4 dhe 8 quhen **faktorë** (të prodhimit). Faktori i parë (8), quhet i **shumëzueshmi**, ndërsa i dyti (4), quhet **shumëzuesi**, por në rastin $4{\cdot}8$, faktori 4 quhet i **shumëzueshmi**, ndërsa faktori 8, quhet **shumëzuesi**.

Derisa të kuptohet operacioni i shumëzimit mirë e mirë, nxënësit lypset "të ndihmohen" shkallë-shkallë, pos të tjerash, edhe me këtë "Tabelë të shumëzimit". (Fig. 98)

$7 \cdot 8 = 56$
por edhe
$8 \cdot 7 = 56$

•	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Fig. 98

Prodhimet "e padëshiruara" nga kjo tabelë (jo për të gjithë nxënësit) mund të jenë: 42, 54, 56, 63 dhe 72, por, megjithatë, "pikat më të zeza" janë 54 dhe 56. Prandaj, mësuesi lypset të orvatet pareshtur, nëpërmjet përsëritjeve më të ngjeshura, me interpretime plotësuese, që nxënësit ta kuptojnë se si "merr frymë" tabela e shumëzimit, në mënyrë që prodhimet e mësipërme (në veçanti), të mos paraqesin "plagë" më vonë, gjatë kombinimit të operacioneve aritmetike:

P.sh.:

1) 7·8 = 7·7 + 7 = 49 + 7 = 56

2) 6·9 = 6·10 - 6 = 60 - 6 = 54

3) 8·9 = 8·10 - 8 = 80 - 8 = 72 etj.

Por me kusht që, edhe po qe se veprohet kështu, llogaritja bëhet me gojë dhe "me shpejtësi", si vetëtima, duke mos hetuar "ngecje në llogaritje"!

Duke analizuar p.sh. detyrën 8·9 vëmë në spikamë "të mirat" që na sjellin vetitë e shumëzimit dhe të mbledhjes (Vetia e ndërrimit dhe e shoqërimit lidhur me mbledhje).

8·9 = 2·9+2·9+2·9+2·9 = 18+18+18+18 = 36+36 = 72
= 54+18 = 72

8·9 = 3·9+3·9+2·9 = 27+27+18 = 27+45 = 72

8·9 = 4·9+4·9 = 36+36 = 72

8·9 = 5·9+2·9+9 = 45+18+9 = 63+9 = 72 etj.

9·8 = 3·8+3·8+3·8 = 24+24+24 = 48+24 = 72

9·8 = 4·8+4·8+8 = 32+32+8 =32+40 = 72

9·8 = 5·8+3·8+8 = 40+24+8 = 40+32 = 72

9·8 = 2·8+2·8+2·8+2·8+8 = 16+16+16+16+8 = 64+8=72, etj.

Në fazën e parë të njohjes, mbështetur në disa detyra, do të familjarizojmë nxënësit me **problemin** që do të na shpie te **farkimi i kuptimit të pjesëtimit si veprim (operacion) i kundërt me atë të shumëzimit,** po e zëmë.

1) Të rreshtohen 15 pllaka katrore, ku njëra përmasë e rreshtimit është 5. Sa do të jetë përmasa tjetër?

5·أ = 15 ose أ·5 = 15. Nxënësi formon rreshtimin e elementeve të dhëna dhe saktëson përmasën e kërkuar.

Te shumëzimi, nxënësi i di dy faktorët dhe gjen prodhimin 3·5 = x. Tashti ka të bëjë me një problem të kundërt "paksa më të ndërlikuar"; e di prodhimin dhe njërin prej faktorëve dhe duhet të gjejë faktorin e panjohur أ·5 = 15. Në thelb, ky është **operacion i pjesëtimit. Pjesëtimi do të duhej kuptuar si veprim me ndihmën e të cilit llogarisim faktorin e panjohur të një prodhimi.**

Prova e zgjidhjes së saktë "të detyrës me shumëzim" shpie në ujërat e detyrës me pjesëtim" أ = 15:5, përkatësisht 5 x = 15, x = 15:5

x = 3, me ç'rast zë fill njëra ndër "vetëkontrollat" e para në mësimin elementar të matematikës; 5·3 = 15. Anasjelltas, prova e zgjidhjes së saktë "të detyrës me pjesëtim" shpie në ujërat e detyrës me shumëzim".

Llogaritja e faktorit të panjohur të barazimeve x·a = b si ecuri, i korrespondon **kuptimit të pjesëtimit**, si veprim aritmetik i kundërt me **shumëzimin.**

Pjesëtimi në bashkësinë N futet si operacion i kundërt me atë të shumëzimit. Nëse m : n = q, atëherë:

Të pjesëtohet numri m me numrin n, do të thotë të gjendet numri q, kështu që m = n·q; ku m, n, q quhen, përkatësisht **i pjesëtueshmi, pjesëtuesi** dhe **herësi.**

Që në fillim, dy pikat (:) lypset të interpretohen me dy kuptime:

- kuptimi matematik, simbol i pjesëtimit;
- kuptimi gjuhësor, kur diçka duam të numërojmë, bashkësi elementesh me një veti të vetme. Pra, dy pikat (:) nuk duhet lexuar përherë si pjesëtim, ndarje, ndaj, por edhe..., të cilat kanë veti... të atillë. P.sh.: Po qe se është dhënë bashkësia

A = {x : x∈N dhe x < 7}, atëherë lexojmë: Bashkësia e të gjitha elementeve x, të atillë që i përkasin numrave natyralë dhe më të vegjël se 7.

Për gjetjen e **fakteve të reja të pjesëtimit, ecuria e provës, mbetet gjëja kryesore**. Duke u mbështetur "në provë", nxënësit me formim të mirë, kanë përfytyrim më të saktë për "madhësinë e herësit". Zakonisht, nxënësi persiat, nëpër këtë ecuri bazë:

- bën një hamendje (për herësin)
- provon atë,
- në bazë të rezultatit që përfton (po qe se nuk është i saktë),
- përmirëson hamendjen dhe kështu vijon
- derisa të arrijë rezultatin e saktë.

Për kuptimin e pjesëtimit si veprim, me të cilin kërkohet të gjendet njëri faktor, që nga lashtësia, shërben modeli:

$$a \cdot b = c \begin{cases} \nearrow c : a = b \\ \searrow c : b = a \end{cases}$$

pikërisht ashtu siç kuptohet zbritja, si veprim i kundërt me atë të mbledhjes,

ku kërkohet të

gjendet njëri mbledhor. $a+b=c \begin{cases} \nearrow c - a = b \\ \searrow c - b = a \end{cases}$

Duhet pasur kujdes që **pjesëtimi me mbetje** të mos duket si veprim i ndryshëm nga **pjesëtimi pa mbetje.**

Me mjaft rëndësi janë spikatja, shpjegimi, interpretimi dhe "bindja e nxënësve" me "rastet speciale" në lidhje me pjesëtimin:

n:n = 1 n:1 = n 0:n = 0, sepse

1·n = n n·1 = n 0·n = 0

ndërsa për rastin n:0 duhet të theksojmë që me zero "asnjëherë" nuk

pjesëtojmë, sepse herësi nuk është as 0 (zero) dhe as n, pra;

$n:0 \neq 0$ $n:0 \neq n$ sepse $0 \cdot 0 = 0 \neq n$ dhe
$n \cdot 0 = 0 \neq n$.

Tash për tash nuk theksohet që pjesëtuesi duhet të jetë i ndryshëm nga zero, por themi që "**Pjesëtimi me zero nuk ka kuptim”**.

Edhe të kuptuarit e mëvonshëm të thyesave shpie nga pjesëtimi (ndarja) i tërësisë në pjesë të barabarta. Operacionet aritmetike (mbledhja, zbritja, shumëzimi, pjesëtimi), vetitë e mbledhjes, të shumëzimit, të pjesëtimit, plotëpjestueshmëria e numrave, shumëzimi i shumës dhe i ndryshimit me një numër...), nuk pushojnë së vepruari as më vonë.

Nxënësit mund të mos dinë "shumëçka" nga mësimi elementar i matematikës, por "nuk duhet të pajtohemi" me mosdijen e tyre në lidhje me operacionet themelore aritmetike. Ata, këto mund t'i mësojnë edhe më vonë, kur të rriten, por, megjithatë, atëherë do të kenë pasoja.

11.1.14. VETITË E OPERACIONEVE ARITMETIKE

Në mësimin elementar të matematikës, asnjë operacion aritmetik apo veti e tyre, nuk bën të futet në veprim nëpërmjet përkufizimit, por ato përcaktohen nëpërmjet detyrave problemore.

Dimë që, në hapat e njohjes fillestare, llogaritja e "shumave" dhe e "prodhimeve", po e zëmë, të "formave" "7+2" dhe "7·2" nuk ishin "njësoj të ndërlikuara", sikurse "2 + 7" dhe "2·7" ose llogaritjet e shumave po e zëmë (3+7) + 5 dhe 3+(7+5) kërkonin kohëzgjatje të ndryshme, etj.

Në vazhdën e "automatizimit" të këtyre dhe të operacioneve të tjera aritmetike, thjesht "për nevoja praktike", mësuesi, së bashku me nxënësit kanë "për të zbuluar" vetitë e operacioneve aritmetike.

Për të "zbuluar" ligjësoritë e operacioneve aritmetike, shfrytëzojmë material didaktik (petëza, monedha metalike... numëratore etj.) shprehje numerike, detyra tekstuale dhe materiale të tjera të shkruara "gjysmë të përgatitura" etj.

Siç dimë, në arsimin fillor (I-V) operacionet aritmetike **mbledhje, zbritje, shumëzim** dhe **pjesëtim,** veprojnë vetëm në bashkësinë e numrave natyrorë. Prandaj, edhe ligjësoritë e këtyre operacioneve, do t'i trajtojmë vetëm në këtë bashkësi numrash.

I **Operaconi i mbledhjes** në bashkësinë N përmban këto veti:

$\boxed{1}$ Për çdo $m, n \in N$ vlen $m+n \in N$ **(vetia e mbylltësisë)**,

2 Për çdo $m, n \in N$ vlen $m+n = n+m$ (**vetia e ndërrimit, komutative**)

3 Për çdo $m, n, p \in N$ vlen $(m+n)+p = m+(n+p)$ (**vetia e shoqërimit, asociative**)

$\boxed{4}$ Për çdo $m,n,p \in N$, po qe se $m+p = n+p$, atëherë $m = n$ (**vetia e thjeshtimit**)

Ndërkaq,

II **Operacioni i shumëzimit** në bashkësinë N, përmban këto veti:

$\boxed{1}$ për çdo $m,n \in N$ vlen $m \cdot n \in N$ **(vetia e mbylltësisë)**

2 Për çdo m,n∈N vlen m·n = n·m **(vetia e ndërrimit, komutative)**

3 Për çdo m,n, p∈N vlen (m·n)·p = m·(n·p) **(vetia e shoqërimit, asociative)**

4 Për çdo m,n,p∈N, po qe se m·p = n·p, atëherë m = n **(vetia e thjeshtimit)**,

5 Për çdo m,n,p∈N vlen: m·(n+p) = m·n + m·p (**vetia e përdasimit, distributive,** nga e majta e **shumëzimit ndaj mbledhjes;** (n+p)·m=n·m+p·m (**vetia e përdasimit, distributive**, nga e djathta e shumëzimit ndaj mbledhjes.

III **Operacioni i zbritjes**, në bashkësinë N futet si **operacion i kundërt me atë të mbledhjes**. Nëse m-n=d, atëherë m=n+d. Zbritja në bashkësinë N është **e kushtëzuar** dhe ajo mund të veprojë po qe se

m > n. Nga kjo pason: **Për operacionin e zbritjes në bashkësinë e numrave natyrorë nuk vlejnë vetia mbyllëse, vetia e ndërrimit dhe vetia e shoqërimit.**

IV **Operacioni i pjesëtimit** në bashkësinë N futet si **operacion i kundërt me atë të shumëzimit.** Nëse m:n=q atëherë m=n·q. Edhe pjesëtimi në bashkësinë N është **operacion i kushtëzuar.** As këtu **nuk vlejnë vetitë: e mbylljes, e ndërrimit dhe e shoqërimit.**

Përfundojmë: Në kursin elementar të matematikës aplikohen:

- Vetia komutative (e ndërrimit),

- Vetia asociative (e shoqërimit) dhe

- Vetia distributive (shpërndarëse).

Përkatësisht:

- Komutativiteti dhe asociativiteti i mbledhjes,

- Komutativiteti dhe asociativiteti i shumëzimit dhe

- Distribuiteti i shumëzimit ndaj mbledhjes e zbritjes.

11.1.14.1. VETITË THEMELORE TË MBLEDHJES

Me aplikimin e vetisë së ndërrimit në mbledhje (3+4 = 4+3), pa ia përmendur emrin, nxënësit janë njohur që në kl. I fillore.

Mund të fillojmë me një shembull të këtillë:

1] Dimë që Prizreni është larg Prishtinës 75 km, ndërsa Prishtina është larg prej Mitrovicës 40 km.

Rruga Prizren - Mitrovicë:

(75+40) km.

Nëse udhëtojmë Mitrovicë-Prizren, së pari kalojmë 40 km, e pastaj 75 km:

(40 + 75) km.

Pra, edhe ju nxënës e dini, rruga Prizren - Mitrovicë është me gjatësi të njëjtë, sikurse rruga Mitrovicë - Prizren: (75 + 40) km = (40 + 75) km.

Në përgjithësi: a+b = b+a, ∀ a, b∈N

Vetinë e ndërrimit (komutative) të mbledhjes kemi: **Nëse mbledhorëve ua ndërrojmë vendet, shuma nuk ndryshon.** Simbolikisht: Δ+أ=أ+Δ

Deri vonë ky është quajtur **Ligji komutativ i mbledhjes**. Këtë veti të mbledhjes, nxënësit lypset ta "prekin me dorën e vet". (Shih fig. 99)

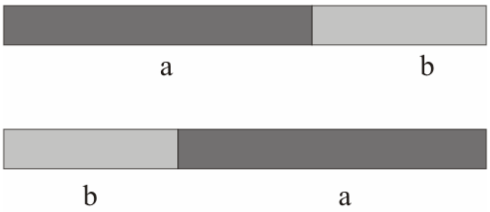


Fig. 99

2] Prizreni është larg Gjakovës 36 km, ndërsa prej Prishtinës 75 km. Prishtina është larg prej Mitrovicës 40 km.

Gjatë udhëtimit qarkor Gjakovë-Mitrovicë mund të aplikojmë:

a) Pushimi më i gjatë udhëtarëve u jepet në Prishtinë, d.m.th. udhëtohet (36 + 75) km, e pas pushimit udhëtohet edhe 40 km, gjithsej:

(36 + 75)km + 40km = 111km + 40km = 151 km.

b) Pushimi më i gjatë u jepet në Prizren, d.m.th., udhëtohet 36 km e pas pushimit udhëtohet (75+40) km deri në Mitrovicë gjithsej:

36km+(75+40)km = 36km+115km = 151 km.

Fig. 100

Në të dy rastet bëhet fjalë për kalimin e rrugës me gjatësi të njëjtë (151 km). (Shih fig. 100)

Vlera e shumës nuk varet nga mënyra e zbërthimit dhe e rigrupimit të mbledhorëve. Vlerë formuese përmbajnë zbatimi i mënyrave të ndryshme të shoqërimit.

Në përgjithësi: $\boxed{(a+b)+c = a+(b+c)}$, $\forall$ a,b,c $\in$ N.

Vetinë e shoqërimit (asociative) të mbledhjes e kemi, nëse: **Shuma e tre mbledhorëve nuk ndryshon, nëse shumën e të cilësdo të dy prej tyre i mbledhim me mbledhorin e tretë**.

Simbolikisht: (Δ+أ)+0=Δ+(أ+0)

Edhe vetia asociative (e shoqërimit) mund të "preket me dorë": (Fig. 101).

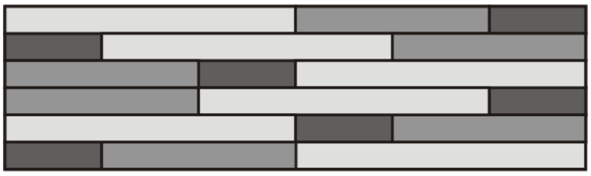


Fig. 101

Vërejtje: Operacioni i zbritjes nuk përmban vetinë e ndërrimit (komutative), meqë për çdo dy numra të ndryshëm natyralë kemi, $\forall$ a,b$\in$N, $a-b \neq b-a$

Le të jenë dhënë tre numra natyralë 2534, 823 dhe 637. Hulumto se zbritja e këtyre tre numrave a përmban vetinë asociative?

Marrim: (2534 - 823) - 637 = 1711 - 637 = 1074

2534 - (823 - 637) = 2534 - 186 = 2148

Meqë rezultatet e zbritjeve janë të ndryshme 1074 $\neq$ 2148, themi se për çdo tre numra natyralë, kemi $\forall$ a, b, c$\in$N, $(a-b)-c \neq a-(b-c)$, që do të thotë: **Operacioni i zbritjes nuk përmban vetinë e shoqërimit (asociative).**

11.1.14.2. VETITË THEMELORE TË SHUMËZIMIT

Nxënësit gjatë të mësuarit e "tabelës së shumëzimit" kanë hetuar, po e zëmë se:

2·3=3·2=6, 5·7=7·5 = 35, 8·9 = 9·8 = 72 etj. Mund të merren shembuj nga jeta dhe puna, nga prodhimtaria, kultura, transporti...

Në përgjithësi $a \cdot b = b \cdot a$ $\forall$ a, b$\in$N

Pra, edhe operacioni i shumëzimit përmban vetinë komutative: **Prodhimi nuk ndryshon, po qe se faktorëve ua ndërrojmë vendet.**

Simbolikisht: Δ · أ= أ· Δ

Tabela e çdo operacioni komutativ është **me simetri boshtore** ndaj **diagonales kryesore**, njëri fund i saj është "kulmi i tabelës", "lart-majtas" kështu po e zëmë prodhimet x·y dhe y·x gjenden në "fushat" simetrike boshtore ndaj diagonales kryesore (Shih fig. 98).

Vazhdojmë me detyrë të re, e cila do të na çojë te një veti e re e shumëzimit: Lypset të caktohet numri i shkronjave të një libri poetik, po qe se dihet që secila prej 68 faqeve të tij, përmban 32 rreshta (vargje) dhe secili rresht (varg) ka nga 18 shkronja.

Numri i gjithmbarshëm i shkronjave mund të gjendet, në mënyrë që, më parë njehsojmë numrin e shkronjave të një faqeje, do të thotë 18·32 (në secilin prej 32 rreshtave të një faqeje ka nga 18 shkronja) dhe prodhimi i fituar shumëzohet me numrin e faqeve të librit. Pra, numri i tërësishëm i shkronjave është baras:

(18·32)·68 = 576·68 = 39168

Është e qartë që numri i tërësishëm i shkronjave të librit në fjalë është baras me prodhimin e numrit të shkronjave në një rresht (18) dhe numrit të të gjithë rreshtave 32·68 (në secilën prej 68 faqeve ka nga 32 rreshta). Prandaj, numri i tërësishëm i shkronjave të këtij libri është baras:

18·(32·68) = 18·2176 = 39168

Në të dy rastet fitohet numri i njëjtë i shkronjave (39168), që do të thotë ka vend barazimi:

(18·32)·68 = 18·(32·68)

Në përgjithësi $\forall$ a, b, c $\in$ N vlen

$\boxed{(a\cdot b)\cdot c = a\cdot(b\cdot c)}$

që njihet si **Vetia e shoqërimit (asociative) e shumëzimit.**

Prodhimi i tre faktorëve nuk ndryshon, po qe se prodhimi i çfarëdo dy faktorëve shumëzohet me faktorin e tretë.

Simbolikisht: (0·Δ)·أ=0·(Δ·أ)=(0·أ)·Δ

Thënë ndryshe: po qe se faktorët "rigrupohen", prodhimi nuk ndryshon. Është me rëndësi që ta kapim "këmbimin" e një faktori të prodhimit me dy faktorë të tjerë. Edhe këtu, sikurse tek operacioni i mbledhjes, vlerë formuese përmban zbatimi i mënyrave të ndryshme të shoqërimit. p.sh.:

25·16 = 25·(2·8)	25·16 = 25·(4·4)	25·16 = 5·5·4·4	25·16 = 5·5·2·8
= (25·2)·8	= (25·4)·4	= (5·4)·(5·4)	= (5·2)·(5·8)
= 50·8	= 100 · 4	= 20·20	= 10 · 40
= 400	= 400	= 400	= 400 etj.

Para se të mësojmë edhe për një veti të rëndësishme të shumëzimit ndaj mbledhjes dhe zbritjes, vëmendjen e përqëndrojmë në disa detyra llogaritare ku paraqiten shuma, ndryshimi dhe prodhimi.

1). Të caktohet shuma e numrit 35 dhe e prodhimit 8·6. Siç dimë, 35+(8·6) = 35+48=83.

Në mënyrë analogjike llogarisim:

2). (4·5)+(7·8) = 20+56 = 76

3). (8·9)-(5·7) = 72-35 = 37

4). 576 - (115·4) = 576 - 460 = 116

Përfundojmë:

Më parë llogariten prodhimet e pastaj shumat dhe ndryshimet.

Në detyrat që shtrohen para nxënësve shpesh kërkohet të shumëzohen dy numra. Në fazat fillestare të njohjes do të duhej që njërin nga "faktorët e papërshtatshëm" ta emërtojmë si shumë, po e zëmë:

5·14 = 5·(10 +4)	ose	14·5 = (10+4) ·5
= 5·10 + 5·4		= 10·5 + 4 ·5
= 50 + 20		= 50 + 20
= 70		= 70

duke "zbuluar" që shumëzimi ndaj mbledhjes është operacion distributiv.

Numri shumëzohet me një shumë, duke shumëzuar atë numër me çdo mbledhor dhe prodhimet e gjetura, i mbledhim.

Kalimi nga forma rreshtore në shtyllë nuk e ndërron thelbin e algoritmit, po e zëmë:

14 $\rightarrow$ 10 +4	14	14
5 5	5	5
50 + 20 = 70	20	70
	+50	
	70	

"Të emërtuarit" e njërit nga faktorët si shumë "nuk njeh kufizime", po e zëmë:

$5\cdot 14 = 5\cdot(10+4)$ $5\cdot 14 = 5\cdot (8+6)$ $5\cdot 14 = 5\cdot (7+7)$

$5\cdot 14 = 5\cdot(5+9)$ $5\cdot 14 = 5\cdot(3+11)$ $5\cdot 14 = 5\cdot (2+12)$ etj.

Detyra 1. Nëpërmjet dy gypave rrjedh ujë në një pishinë, por nëpër njërin rrjedhin 8 l ujë në sekondë, ndërsa nëpër tjetrin 12 l ujë në sekondë. Sa litra ujë rrjedhin nëpër të dy gypat brenda një minute?

Zgjidhje: Meqë 1 min = 60 sekonda dhe brenda një sekonde nëpër të dy gypat rrjedhin (8 + 12) litra ujë, kjo do të thotë se brenda një minute nëpër ata dy gypa rrjedhin: $(8+12)\cdot 60$ litra ujë.

Meqë brenda një minute nëpër gypin e parë rrjedhin $8\cdot 60$ litra ujë, ndërsa nëpër të dytin $12\cdot 60$ litra ujë, del që nëpër të dy gypat brenda një minute kemi këtë rrjedhje: $8\cdot 60 + 12\cdot 60$ litra ujë. Prandaj, përfundojmë: $(8+12)\cdot 60 = 8\cdot 60 + 12\cdot 60$

Në përgjithësi $\forall a,b,c\in N$ vlen

$\boxed{(a+b)\cdot c = ac + bc}$ përkatësisht $\boxed{c\cdot(a+b) = ca + cb}$,

që njihet **si Vetia e përdasimit (distribuive, shpërndarëse) nga e djathta, përkatësisht nga e majta e shumëzimit ndaj mbledhjes:**

Shuma shumëzohet me një numër, duke shumëzuar çdo mbledhor me këtë numër, dhe prodhimet e gjetura, i mbledhim.

Simbolikisht:

$(\Delta+\nabla)\cdot\text{أ}=\Delta\cdot\text{أ}+\nabla\cdot\text{أ}$ (nga e djathta)

$\text{أ}\cdot(\Delta+\nabla)=\text{أ}\cdot\Delta+\text{أ}\cdot\nabla$ (nga e majta)

Ndodh të jetë kërkuar që njëri nga "faktorët e papërshtatshëm" të një prodhimi (po e zëmë: $14\cdot 5$) të emërtojmë jo si shumë, por si ndryshim:

$14\cdot 5 = (20 - 6)\cdot 5$	ose	$5\cdot 14 = 5\cdot(20-6)$
$= 20\cdot 5 - 6\cdot 5$		$= 5\cdot 20 - 5\cdot 6$
$= 100 - 30$		$= 100 - 30$
$= 70$		$= 70$

duke "zbuluar" që **shumëzimi edhe ndaj zbritjes është operacion distributiv.**

Detyra 2. Drejtoria e një shkolle fillore, për sukses të shkëlqyeshëm dhe sjellje shembullore, shpërbleu 16 grupe të barabarta nxënësish (kl. I - V) me nga 3 libra. Sa libra fituan grupet e nxënësve të kl. III e IV, po qe se dimë se ishin 9 grupe nxënësish të kl. I e II.

Zgjidhje: Meqë shkolla kishte dhuruar gjithsej me 16·3 libra, ndërsa nxënësit e kl. të para e të dyta ishin shpërblyer me 9·3 libra, atëherë themi që numri i librave, që u janë dhuruar nxënësve të kl. III e IV, do të jetë:

16·3 - 9·3 = 48 - 27 = 21 libra,

përkatësisht: (16-9)·3 = 16·3 - 9·3

Në përgjithësi: ∀ a, b, c∈N vlen

(a-b)·c = ac - bc, përkatësisht c·(a-b) = ca - cb, që njihet si **Vetia e përdasimit nga e djathta, përkatësisht nga e majta e shumëzimit ndaj zbritjes:**

Ndryshimi shumëzohet me një numër, po qe se i zbritëshmi dhe zbritësi shumëzohen me atë numër, e pastaj prej prodhimit të parë zbritet prodhimi i dytë. Simbolikisht:

(Δ-∇)·ٱ=Δ·ٱ-∇· ٱ

ٱ·(Δ-∇)=ٱ·Δ-ٱ·∇

VËREJTJE: **Sikurse operacioni i zbritjes as ai i pjesëtimit nuk përmban vetinë komutative, meqë në rastin e përgjithshëm**, a, b ∈N, a:b ≠ b:a.

Operacioni i pjesëtimit nuk përmban vetinë asociative, meqë në rastin e përgjithshëm

(a:b) : c ≠ a: (b:c)

p.sh. (64:8) : 2 = 8:2 = 4

64: (8:2) = 64:4 = 16, pra 4 ≠ 16,

përkatësisht (64:8):2 ≠ 64 : (8:2)

Këtu është rasti të theksojmë **rolin e madh që kanë kllapat**, për zbritje dhe pjesëtim. Nëpërmjet një pune të ndejshme, nxënësit kanë për ta kapur:

1^o (a-b)-c = a-b-c = a-(b+c)

2^o a-(b-c) = a-b+c = (a+c)-b

3^o (a:b):c = a:(b·c)

4^o a:(b:c) = (a·c):b

Sa i përket vetisë distributive (të përdasimit) të pjesëtimit ndaj mbledhjes, themi se:

Po qe se numrat a, b janë të plotëpjestueshëm me numrin natyral c, (a !c dhe b !c), atëherë edhe shuma e tyre mund të pjesëtohet me numrin c, do të thotë:

(a+b): c = (a : c) + (b:c)

p.sh.: (36+81):3

Meqë: 36!3 dhe 81!3

(36+81) : 3 = (36:3)+(81:3) = 12+27 = 39

(36+81):3 = 117 : 3 = 39

Në bashkësinë e numrave "racionalë" **pjesëtimi ndaj mbledhjes dhe zbritjes është operacion distributiv.**

$$\frac{a+b}{c}=\frac{a}{c}+\frac{b}{c} \qquad \frac{a-b}{c}=\frac{a}{c}-\frac{b}{c} \qquad a,b\in Q \quad c\neq 0$$

Mbledhja nuk është operacion distributiv ndaj shumëzimit në asnjë bashkësi numrash.

$a+(b\cdot c) \neq (a+b)\cdot(a+c)$

Në përmbyllje, nxënësve lypset t'ua theksojmë se vetitë e lartpërmendura gjejnë aplikime të shumta dhe ato do të na pëcjellin edhe gjatë shkollimit të mëtejshëm në formimin dhe zgjidhjen e detyrave të shumëllojshme problemore nga teoria e thyesave, numrave dhjetorë, polinomeve, identiteteve, funksioneve...

11.1.15. ZGJERIMI DHE THELLIMI I NJOHURIVE NË LIDHJE ME BASHKËSITË

Nocioni bashkësi përdoret në të folurit e përditshëm (të zakonshëm) dhe në mësimin (shkencën) e matematikës. Përdorimi i nocionit bashkësi në këto "dy rrafshe" ka dallim thelbësor. Derisa në jetën e përditshme **me fjalën bashkësi** kuptojmë një tërësi me shumë objekte (elemente), **në matematikë me fjalën bashkësi** kuptojmë **tërësinë me shumë, me pak, me një, madje edhe me asnjë element.**

Bashkësia si nocion mund të trajtohet në aspektin **cilësor** dhe **sasior**. **Duke u nisur nga koncepti i thjeshtë i krahasimit "një për një" (1-1) të bashkësive, Cantorit i përket merita që i pari mori në shqyrtim aspektin sasior të bashkësisë.**

Themelues i Teorisë së bashkësive konsiderohet matematikani gjerman Georg Cantor (1845-1918), i cili lë pas vetes këtë përkufizim: "**Bashkësia është bashkimi i objekteve të ndryshme në një tërësi".** Në kuptimin logjik rigoroz ky përkufizim nuk mund të qëndrojë, meqë është e paqartë çfarë do të thotë **"bashkim"**, pastaj **"tërësia"** a do të duhej pasur "shumë", "pak" objekte (kur dimë që bashkësia në disa raste nuk ka asnjë objekt, është boshe).

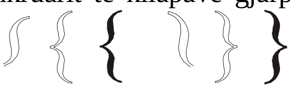
Georg Kantori

Georg Kantori (1845-1918), matematikan gjerman, themelues i Teorisë moderne të bashkësive, e cila ka pasur ndikim tepër të madh në zhvillimin e matematikës bashkëkohëse.

Ndërkaq, E. Barel pohonte: "**Çdokush e di se çfarë kuptojmë me fjalën bashkësi".** Në këtë vazhdë, matematikani E. Baire pohonte: "**Për shkak të thjeshtësisë dhe gjerësisë së kuptimit që ka fjala bashkësi, ajo nuk mund të përkufizohet me saktësi".** "E përkthyer" do të thotë: **Mungesa e bagazhit të njohurive kushtëzon që nocionin bashkësi nuk mund ta përkufizojmë.** Pra, **bashkësia** përfaqëson një **nocion themelor matematik** që nuk mund të përkufizohet. Po kështu ndodh edhe me elementin e bashkësisë.

Njohuritë e para lidhur me bashkësitë lidheshin me:

- dhënien e bashkësisë, duke u futur në kërkim të veçorisë karakteristike të elementeve të saj dhe anasjelltas,
- ndërtimin e një bashkësie në mbështetje të veçorisë së dhënë karakteristike (të elementeve të saj).

Për t'i parë dhe "prekur" elementet në një bashkësi ndihmohemi nga: emërtimet sipas një veçorie të përbashkët; **vija qarkuese; pankarta (etiketa)** dhe **kllapat gjarpëruese**. Zënia fill e të shkruarit të kllapave gjarpëruese { } mbështetet në modele gjysmë të përgatitura: 

Si caktohet bashkësia? Le të kemi para vetes një fotografi, në të cilën gjenden disa automjete: automobili i udhëtarëve, i ndihmës së shpejtë, i zjarrfikësve, kamioni transportues. Këtë bashkësi e shkruajmë kështu:

A = {automobili i udhëtarëve, automobili i ndihmës së shpejtë, automobili i zjarrfikësve, kamioni transportues}. Kjo bashkësi mund të shkruhet edhe: A = {u, n, z, k}, po qe se emrat e automjeteve i zëvendësojmë me shkronjat e para të tyre, me ndihmën e diagramit kjo bashkësi mund të paraqitet edhe kështu: (Fig. 102).

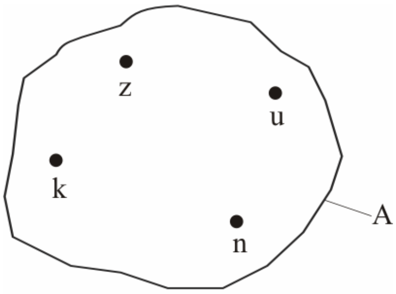


Fig. 102

Bashkësitë emërtohen me shkronja të mëdha të alfabetit, ndërsa elementet e saj, me shkronja të vogla.

Bashkësia është plotësisht e përcaktuar, po qe se dimë (me saktësi) se nga cilat elemente përbëhet ajo. Për elementet z, u, k, n themi se i përkasin bashkësisë A, simbolikisht shënojmë $z \in A$. $u \in A$, $k \in A$, $n \in A$. Por, çfarë mund të themi për aeroplanin dhe trenin që nuk shihen në këtë fotografi? Ata nuk i përkasin bashkësisë A, simbolikisht shënojmë: $a \notin A$, $t \notin A$.

Elementet e bashkësisë së caktuar i përkasin "gjinisë" së njëjtë. Kështu, p.sh., sipas cilave veti, elementet e poshtëshënuar u përkasin bashkësive të caktuara Q, T, K? (Fig. 103)

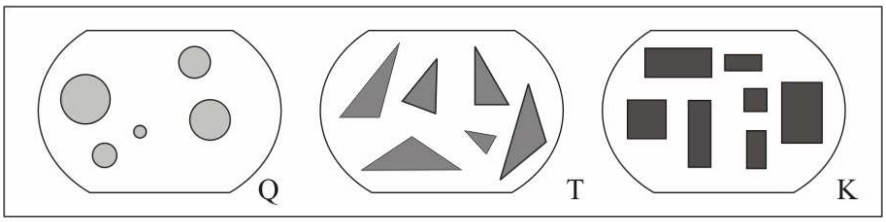


Fig. 103

- Të gjitha elementet e bashkësisë Q janë rrethorë,
- Të gjitha elementet e bashkësisë T janë sipërfaqe trekëndorë dhe

- Të gjitha elementet e bashkësisë K janë sipërfaqe drejtkëndore. Numri i elementeve të këtyre bashkësive shënohet: n (Q) = 5 n(T) = 6 n(K) = 7.

Krahasimi i dy apo më shumë bashkësive mbështetet në shoqërimin një për një të elementeve të tyre,duke treguar cila nga ato ka **më shumë, më pak, apo aq sa** elemente. Duke u familjarizuar me thelbin e relacioneve të mësipërme, krahasimi i bashkësive nënkupton abstraktimin e veçorive fizike të elementeve të atyre bashkësive. Pavarësisht nga këto veçori, elementet korrespondues të tyre, shndërrohen në numër të fundëm të palëve të renditura.

Si e hulumtojmë njëvlerëshmërinë (ekuivalencën) e bashkësive? Kjo arrihet nëpërmjet numërimit, përkatësisht shoqërimit një për një të elementeve. P.sh.: Janë dhënë bashkësitë:

N = {1, 2, 3, 4, 5}

S = {pranvera, vera, vjeshta, dimri}

K = {ujku, qeni, macja, miu, miza}

Duke i shoqëruar elementet e këtyre bashkësive, do të kemi: (Shih fig. 104).

Nga paraqitja grafike e këtyre bashkësive vërehet:

a) Çdo elementi të bashkësisë N mund t'i shoqërohet vetëm një element i bashkësisë K dhe anasjelltas, çdo elementi të bashkësisë K, mund t'i shoqërohet vetëm një element i bashkësisë N, meqë n(N)=5, n(K)=5

b) Çdo elementi të bashkësisë S mund t'i shoqërohet elementi i bashkësisë K, ndërsa anasjelltas, çdo elementi të bashkësisë K nuk mund t'i shoqërohet një dhe vetëm një element i bashkësisë S,meqë n(S)=4, n(K)=5. Pra, themi: bashkësitë N dhe K janë të njëvlershme (ekuivalente), ndërsa bashkësitë S dhe K nuk janë të njëvlershme (jo ekuivalente). - Po çfarë janë bashkësitë N dhe S?

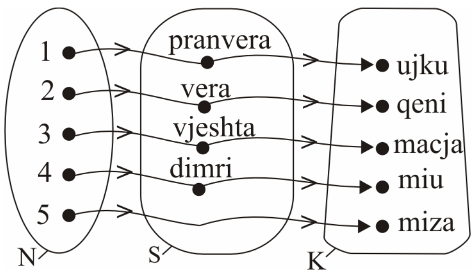


Fig. 104

Vjelja e mëvonshme e njohurive përfshin bashkësitë, elementet e të cilave kryesisht dallojnë me tri **veçori** (cilësi): **formë, ngjyrë** dhe **madhësi.** Në këtë vazhdë, detyrat që presin zgjidhje janë "më tepër se lojë". Nëpërmjet tyre, nxënësit vetë "zbulojnë" ecurinë dhe shtegun e zgjidhjes, duke zbuluar në këtë mënyrë edhe ligjësoritë logjike të dala nga ato. Po e zëmë:

- Janë dhënë petëzat e **formave:** katrore, trekëndore, rrethore; të **ngjyrave:** të kuqe, të zezë, të gjelbër dhe të **madhësive:** të mëdha, të vogla.

a) Në mbështetje të "natyrës" së petëzës, plotësoni tabelën

b) Në mbështetje të tabelës së plotësuar, vizato petëzat përkatëse

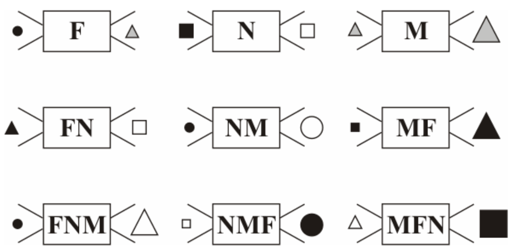
	FORMA			NGJYRA			MADHËSIA	
PETËZA	KATRORE	TREKËNDORE	RRETHORE	E KUQE	E ZEZË	E GJELBËR	E MADHE	E VOGËL
● K	*jo*	*jo*	**po**	**po**	*jo*	*jo*	**po**	*jo*
△ GJ	*jo*	**po**	*jo*	*jo*	*jo*	**po**	**po**	*jo*
■ Z	**po**	*jo*	*jo*	*jo*	**po**	*jo*	*jo*	**po**
● Z	*jo*	*jo*	**po**	*jo*	**po**	*jo*	*jo*	**po**
■ K								
	jo	**po**	*jo*	*jo*	*jo*	**po**	*jo*	**po**

"Më tepër se lojë" konsiderohen edhe detyrat që zgjidhen nëpërmjet "makinës së memorjes", e cila ndryshon **formën, ngjyrën, madhësinë;**

- secilën veç e veç

- si dyshe

- si treshe



Siç ndodh në aritmetikë, "dy apo më shumë numra", mund të operacionalizohen, duke fituar "një numër të ri", në logjikë, nga "dy gjykime" nëpërmjet operacioneve logjike, fitojmë "një gjykim të ri", ndërkaq, në Teorinë e bashkësive nga "dy apo më shumë bashkësi" të ndryshme, nëpërmjet operacioneve me bashkësi fitojmë "një bashkësi të re". Operacione me bashkësi janë: **bashkimi (unioni), prerja** dhe **diferenca (ndryshimi) e bashkësive.**

Bashkimi i bashkësive A dhe B është bashkësi e elementeve, të cilët i përkasin bashkësisë A ose bashkësisë B. Simbolikisht:

$$A \cup B \overset{\text{përkuf.}}{=} \{x \,/\, x \in A \vee x \in B\}$$

lexo me radhë:

1^o $A \cup B$	: A bashkim B
2^o përkuf. =	: (sipas përkufizimit) është baras
3^o $\{\ \ \}$	: me bashkësinë
4^o x	: e elementeve x
5^o $/\, x \in A \vee x \in B$	: me veti që x i përket A ose x i përket B

Për dy bashkësi të dhëna A dhe B, është i mundshëm gjithmonë të gjendet **bashkimi i tyre, AUB.** Prandaj, operacioni i bashkimit të bashkësive ka mundësi të pakufizuara veprimi dhe realizimi.

Bashkimi i tre apo më shumë bashkësive shndërrohet në bashkim të dy bashkësive (pikërisht ashtu sikurse mbledhja e tre numrave natyrorë shndërrohet në mbledhje të dy numrave natyrorë). Shenja $\cup$ gjithnjë i lidh dy bashkësi dhe bën pjesë në operacione binare.

Verifikimi që ndonjë element x i përket ose nuk i përket bashkimit të bashkësive A dhe B mbështetet në ekuivalencën e mëposhtme:

	$x \in A$	$x \in B$	$x \in A \cup B$	
1	$\top$	$\top$	$\top$	F_1
2	$\top$	$\bot$	$\top$	F_2
3	$\bot$	$\top$	$\top$	F_3
4	$\bot$	$\bot$	$\bot$	F_4

$$x \in \{A \cup B\} \Leftrightarrow \{x \in A \vee x \in B\}$$

Grafikisht, kjo mund të preket "edhe me dorë", nëpërmjet 4 pozicioneve të pikës x, në fushat F_1, F_2, F_3, dhe F_4, siç shihet: Fig. 105

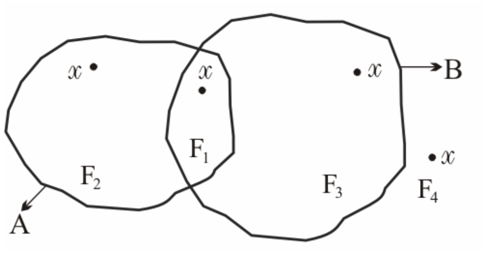


Fig. 105

Unioni i bashkësive paraqet njërin prej operacioneve "më të lehta".

Megjithatë, edhe këtu mund të gabohet. Le të marrim një shembull me petëza, ku elementet e bashkësive veçohen sipas formës dhe ngjyrës. Bashkësia A le të përmbajë një katror të gjelbër dhe një trekëndësh të kuq $A=\{GJ\ K\}$, ndërkaq bashkësia B le të përmbajë një trekëndësh të kuq dhe një trekëndësh të zi $B=\{K\ Z\}$ Unioni i tyre do të jetë $C = A \cup B$, ku $C=\{GJ\ K\ Z\}$ do të thotë: katrori i gjelbër, trekëndësh i kuq dhe trekëndësh i zi.

$n(A)=2$ $n(B) = 2$ $n(A \cup B)=3$, $2+2 \neq 3$.

Vërejtje: **Mbledhja** dhe **bashkimi (unioni) nuk janë veprime identike.** Edhe pse trekëndëshi i kuq përsëritet dy herë, ai në këtë bashkim bashkësish trajtohet vetëm një herë. (Shih fig. 106).

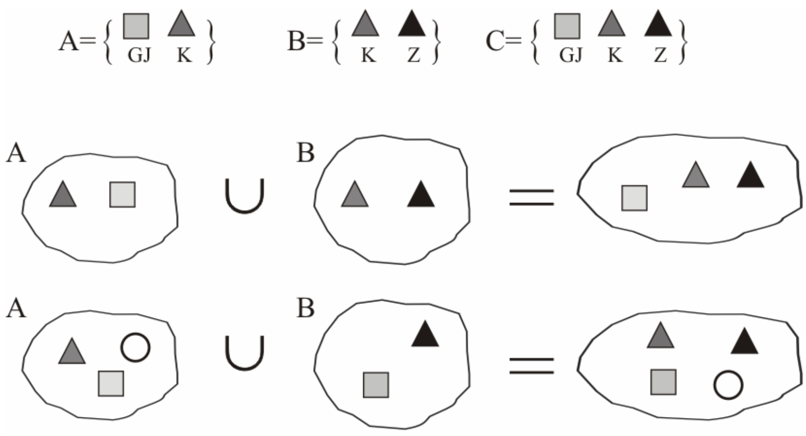


Fig. 106

Janë dhënë bashkësitë P dhe Q, elementet e të cilave janë shkronjat me ndihmën e të cilave shkruhet fjala Zagrebi, përkatësisht Kroacia.

Gjeni PUQ

Me rëndësi është të dihet që bashkimi i bashkësive "elementin e përsëritur" nuk e përmban më tepër se një herë. Në shembullin e mësipërm A, I, R edhe pse përsëriten, ato merren për shënim një dhe vetëm një herë. Po ashtu duhet ditur që radhitja e elementeve në bashkim mund të jetë e "stilit të lirë".

I paraqitur me diagramin e Venit, ky shembull duket kështu: (Shih fig. 107).

$P \cup Q = \{E, B, I, C, O, R, K, G, Z, A\}$

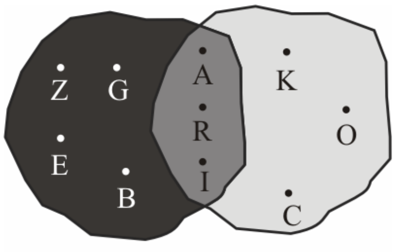


Fig. 107

Pra, elementet e përbashkëta të të dy bashkësive {A,R,I} gjenden në prerjen e tyre. Çdo element i bashkimit të dy bashkësive është element, që i përket të pakten njërës bashkësi.

Prerja e bashkësive A dhe B është bashkësi e elementeve të cilët i përkasin edhe bashkësisë A, edhe bashkësisë B.

Simbolikisht

$$A \cap B \overset{përkuf.}{=} \{x / x \in A \wedge x \in B\}$$

lexo me radhë

1^o $A \cap B$	: A prerje B
2^o përkuf.=	: (sipas përkufizimit) është baras
3^o { }	: me bashkësinë
4^o x	: e elementeve x
5^o $/ x \in A \wedge x \in B$	: me veti që x i përket A dhe x i përket B

Përkatësia e elementeve x në bashkësinë $A \cap B$ verifikohet nëpërmjet

ekuivalencës, që "më transparente" duket me tabelën vijuese:

	$x \in A$	$x \in B$	$x \in A \cap B$	
1	⊤	⊤	⊤	H_1
2	⊤	⊥	⊥	H_2
3	⊥	⊤	⊥	H_3
4	⊥	⊥	⊥	H_4

$$x \in \{A \cap B\} \Leftrightarrow \{x \in A \wedge x \in B\}$$

dhe me 4 pozicione të pikës x në "fushat H_1, H_2, H_3 dhe H_4, (Siç shihet në fig. 108).

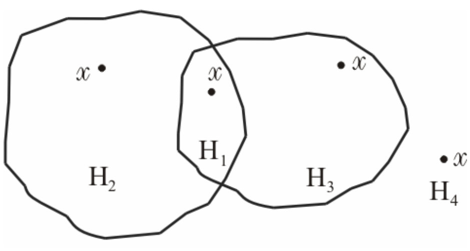


Fig. 108

Po çka paraqet prerja e bashkësive? Përveç shembujve mjaft të përshtatshëm që ofron libri shkollor, problemit të prerjes së bashkësive, mund t'i qasemi duke u ndihmuar edhe nga petëzat, blloqet logjike, si p.sh.:

Le të jetë Q bashkësia e rrethorëve dhe P bashkësia e të gjithë petëzave ngjyrë portokalli, (ofrojmë figurën: 109)

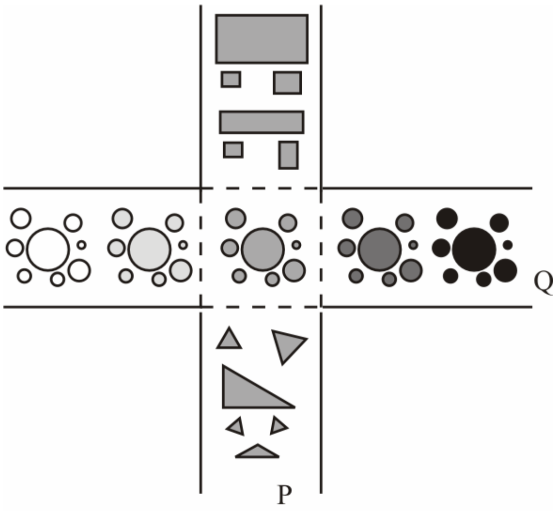


Fig. 109

Pra, petëzat dallohen për nga **ngjyra** dhe **forma**. Çfarë mund të themi për **rrethorët ngjyrë portokalli?**

Rrethorët në fjalë i përkasin bashkësisë P, sepse kanë ngjyrë portokalli, por njëherazi i përkasin edhe bashkësisë Q, sepse janë rrethorë (dhe nuk janë trekëndorë, katrorë, drejtkëndorë...!). Simbolikisht shënojmë:

$P \cap Q$ = {rrethorët ngjyrë portokalli} por edhe:

$Q \cap P$ = {rrethorët ngjyrë portokalli}

Pra, $P \cap Q = Q \cap P$

Në vazhdim nxënësve mund t'u japim edhe këto detyra:Vizato sipas ngjyrës dhe formës së petëzës elementet e prerjes së bashkësive: (Fig. 110).

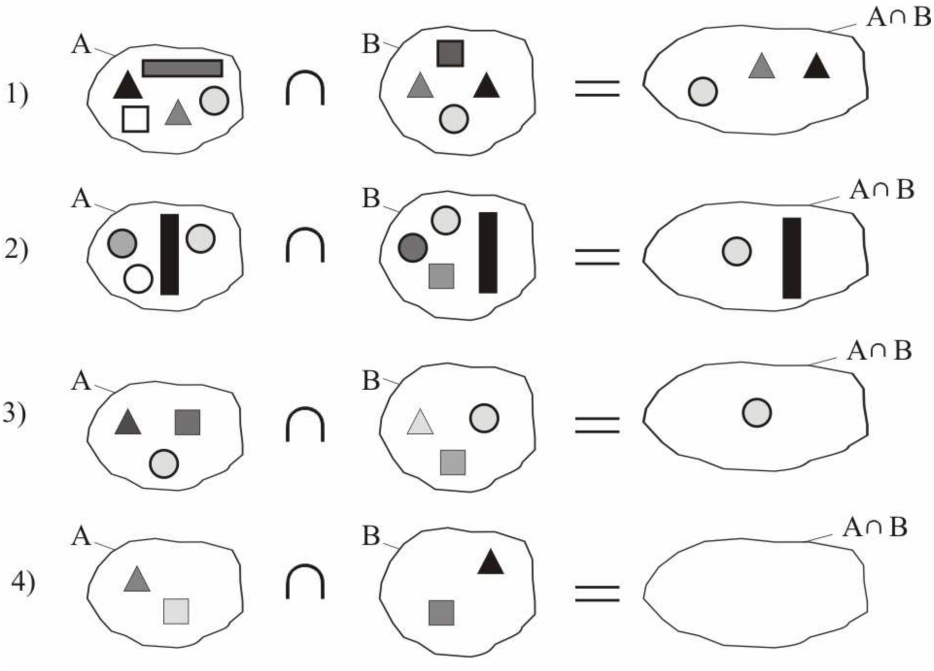


Fig. 110

Në shembullin (1), prerja (A∩B) përmban 3 elemente, në shembullin (2), prerja (A∩B) përmban 2 elemente, në të tretin, prerja përmban 1 element, ndërsa në shembullin e fundit prerja nuk përmban asnjë element. Bashkësia e fundit, e cila nuk përmban asnjë element, quhet **bashkësi disjunkte** ose **bashkësi e zbrazët (vakante, boshe).**

Simbolikisht shënohet Ø.

Janë dhënë bashkësitë:

A = {1, 2, 3, 4, 5, 6} B = {4, 5, 6, 7, 8, 9} (Shih fig. 111).

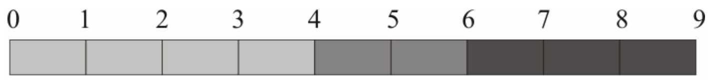


Fig. 111

Duke u bazuar në figurën e lartshënuar cakto:

A ∩ B = { ___, ____, ____}

Në vazhdën e thellimit të njohurive në lidhje me unionin dhe prerjen e dy bashkësive mund të merren edhe figura të ndryshme gjeometrike (bashkësi pikash sajuar nga kontura dhe të gjitha pikat brenda asaj konture), p.sh.: Caktoje unionin dhe prerjen e këtyre figurave:

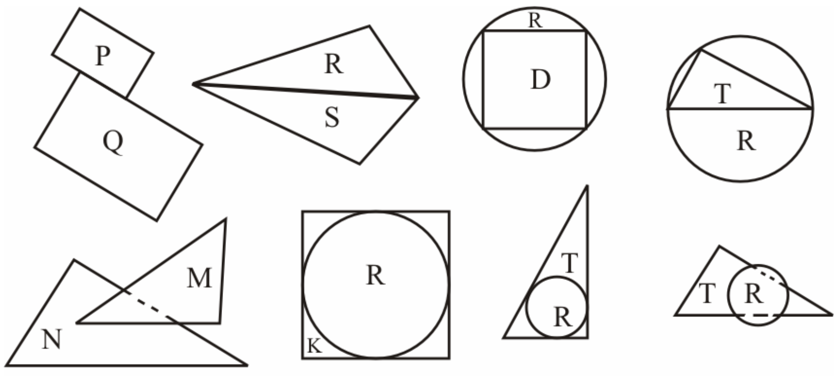


Fig. 112

Diferenca (ndryshimi) i bashkësive A dhe B është bashkësi e elementeve, të cilët i përkasin bashkësisë A, ndërsa nuk i përkasin bashkësisë B. Simbolikisht:

$A \setminus B \overset{përkuf.}{=} \{x / x \in A \wedge x \notin B\}$ (Shih fig. 113)

lexo me radhë:

1^o A \ B	: A diferencë (ndryshim) B
2_o përkuf. =	: (sipas përkufizimit) është **baras**
3^o { }	: me bashkësinë
4^o x	: e elementeve x
5^o $/ x \in A \wedge x \notin B$	: me veti që x i përket A dhe x nuk i përket B.

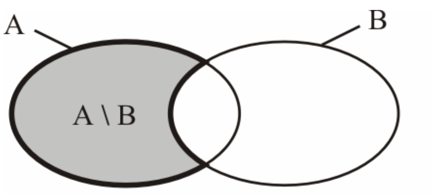


Fig. 113

Ndërkaq, ndryshimi i bashkësive B dhe A është bashkësi e elementeve të cilët i përkasin bashkësisë B, kurse nuk i përkasin bashkësisë A. Simbolikisht:

$B \setminus A \overset{përkuf.}{=} = \{x / x \in B \wedge x \notin A\}$

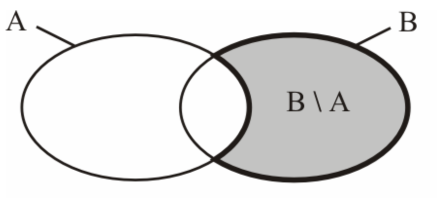


Fig. 114

(Shih fig.114)

Ndryshimi i dy bashkësive nuk do të duhej të paraqesë ndonjë vështirësi. Nxënësit duhet të ndihmohen për të nxjerrë këtë përfundim: **Ndryshimi i dy bashkësive** gjendet, ashtu që prej të **zbritëshmit** "ikën" të gjitha elementet, që i përmban **zbritësi**. (Fig. 115)

P.sh.: Ndryshimi i bashkësive A dhe B, në fotosin e mëposhtëm është bashkësi njëanëtarëshe:

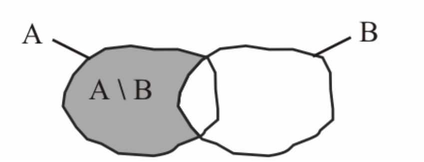


Fig. 115

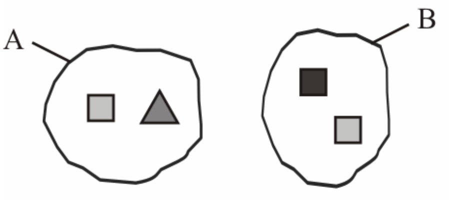


Fig. 116

Këto dy bashkësi e kanë të përbashkët katrorin me ngjyrë portokalli, prandaj ai gjendet në prerjen e tyre, (Fig. 117)

përkatësisht

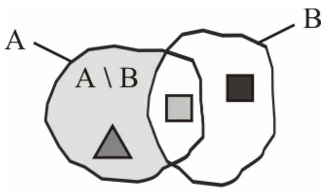


Fig. 117

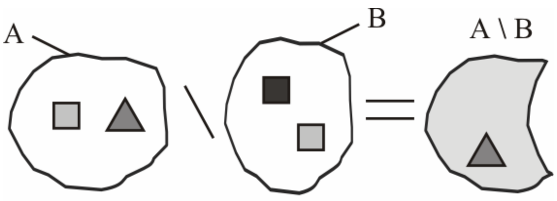


Fig. 118

Por, po qe se merret B\A atëherë (Shih fig. 119)

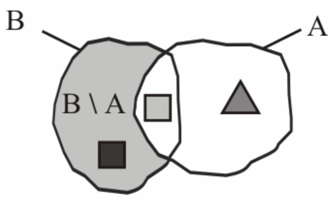


Fig. 119

përkatësisht

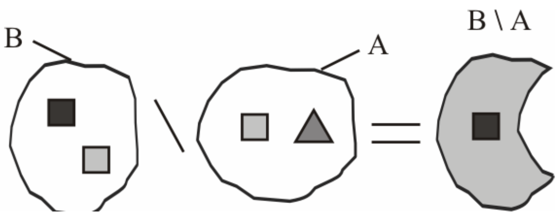


Fig. 120

pra

përkatësisht A/B ≠ B/A. Pra, vetia komutative e ndryshimit, të dy bashkësive nuk vlen.

Në vazhdim le të theksojmë edhe veçori (veti) të tjera të operacioneve me bashkësi. - Tashmë kemi dijeni që operacionet **mbledhje** dhe **shumëzim** në bashkësinë e numrave natyrorë janë të gërshetuara me veti të rëndësishme, si, bie fjala:

$3 + 4 = 4 + 3$ vetia komutative e mbledhjes

$(3+4) + 5 = 3+(4+5)$ vetia asociative e mbledhjes

$(3+4)\cdot 5 = 3\cdot 5 + 4\cdot 5$ vetia distributive e shumëzimit ndaj mbledhjes.

Ngjashëm veprohet edhe me **bashkësi**; në vend të **numërorëve,** do të kemi **bashkësi**, në vend të **operacioneve numerike,** do të kemi **operacione me bashkësi.** Ndërkaq, për **barazi bashkësish** do të përdorim shenjë të njëjtë (=) siç kemi përdorur edhe për **barazi numerike**.

Për këtë qëllim, le të marrim disa **barazi numerike** "të ballafaquara" me **barazi** të ngjashme **bashkësish:**

për numra	**për bashkësi**
$a + b = b + a$	$A \cup B = B \cup A$
$a + o = a$	$A \cup \emptyset = A$
$a\cdot b = b\cdot a$	$A \cap B = B \cap A$
$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

Bashkësitë e mësipërme, të operacionalizuara në këtë mënyrë, formojnë barazi të vërteta. Megjithatë, po qe se vazhdohet kështu, në përpjekje që çdo barazie numerike t'i korrespondojë barazi bashkësie; do të paraqiten barazi bashkësish, të cilat nuk do të jenë të vërteta. Le t'i veçojmë disa "shmangie":

për numra	**për bashkësi**
$a + a = 2a$	$A \cup A = A$
$a \cdot a = a^2$	$A \cap A = A$, etj.

Shembujt e mësipërm patën për qëllim të theksojnë **ngjashmëritë e caktuara** ndërmjet **operacioneve numerike** dhe **operacioneve me bashkësi** (pra, kjo **ngjashmëri** është **jo e plotë**) e në këtë mënyrë për të kuptuar dhe kapur "më lehtë" disa veti të barazimeve me bashkësi.

Në fund, nxënësve duhet t'u themi se për bashkësitë dhe operacionet në lidhje me to, do të mësojnë edhe më gjerësisht më vonë, në arsimin e mesëm të ulët (VI-IX), në arsimin e mesëm të lartë (X-XII) dhe në arsimin superior.

Nocioni nismëtar i bashkësisë në fillim aq i afërt, "që mund të preket dhe të kapet edhe me dorë", i trajtuar nëpër shkallët e shkollimit, sa vjen dhe mbarset me nocione abstrakte dhe kulminante abstrakte, të cilat në arsimin superior (në veçanti në shkencën e matematikës) me këto dhe nëpërmjet tyre **"matet"** aftësia dhe prirja intelektuale e frekuentuesve.

11.1.16. PËRCAKTIMI DHE SHPJEGIMI I BARAZIMEVE DHE I JOBARAZIMEVE NË ARSIMIN FILLOR

Në mësimin elementar të matematikës, shprehja "**baras**" përdoret dhe shfrytëzohet shpeshherë. Megjithatë, nocioni që ai përcakton, për nxënësit, është i mbështjellë me një "vel mjegullie", që reflektohet gjatë aktivitetit të tyre matematik. Kjo rrjedh ngase nocioni **"baras"** përdoret edhe në jetën e përditshme, i cili "dallon" nga kuptimi i mirëfilltë i tij matematik. (Diçka ngjashëm ndodh edhe me nocionet e tjera elementare matematike, që përfaqësojnë vështirësi serioze, jo edhe pa pasoja!)

Në mësimin elementar të matematikës nocioni **"baras"** futet tepër herët, që nga ditët e para shkollore, ku nocioni i plotë dhe i saktë i tij është tepër vështirë të përcaktohet dhe të ndërtohet! Kjo ngjan kështu edhe për një arsye tjetër, meqë tek **ai**, më vonë, paksa më rrallë rikthehemi.

Në gjuhën e folur, për shumëçka artikulohet që është **"baras"** (simbolikisht "=", 1557), në këtë mënyrë, duke shtrembëruar nocionin nismëtar:

(1) 8 = 8 është barazi, por kjo nuk të informon dhe nuk të sqaron asgjë dhe si e tillë nuk bën të radhitet ndër shembujt e përshtatshëm,

(2) 8 = tetë është barazi, por në gjuhën angleze tingëllon 8 = eight, në gjuhën gjermane

8 = acht, në italishte 8 = otto, në frëngjishte 8 = huit, etj.

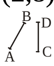
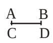
(3) 6 + 3 = 8 2 = 16 nuk janë barazi,

(4) 3 + 4 = 7 cm nuk është barazi dhe shënimet e ngjashme nuk bën të përsëriten,

(5) 13:3 = 4 nuk është barazi. Në cilësinë e barazisë nuk qëndron as 13:3 = 4 dhe mbetje 1. Ndërkaq, barazi të sakta konsiderohen këto shënime $13 = 4 \cdot 3 + 1$ ose $13:3 = \frac{13}{3}$.

(6) në formën e dhënë 4 + a = 7 nuk përfaqëson barazi. "Statusin" e barazisë e fiton po qe se a = 3.

(7) $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$ është barazi, meqë simbolet majtas dhe djathtas emërtojnë (përfaqësojnë) numrin e njëjtë (racional). Por në mësimin elementar të matematikës nuk duhet të nxitojmë të shkruajmë $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$, meqë në cilësinë e thyesave ekuivalente palët e renditura (1,4) dhe (2,8) nuk janë të barabarta.

(8) për dy segmente të zëmë  nuk bën të shkruajmë [AB] = [CD]. Vetëm po qe se ata puthiten  , atëherë ka vend barazia [AB] = [CD].

(9) këndi BAC = 30^o , trekëndëshi ABC = 78 cm^2 e të tjerë të ngjashëm me të, nuk janë barazi.

Barazia "përkufizohet" shkurt dhe qartë:

a = b, që do të thotë "a" dhe "b" përfaqësojnë objektin e njëjtë, përkatësisht "a" dhe "b" janë "dy emërtime të ndryshme" të objektit të njëjtë. Të zëmë: 9= 4+5 "e përkthyer" do të thotë: 9 dhe 4+5 përfaqësojnë (simbolizojnë) nocion të njëjtë, që në gjuhën e folur quhet **nëntë** (lexo: nëntë është **baras** me katër dhe pesë).

Përfundojmë, shenja "=" (**baras**) mund të shënohet ndërmjet simboleve dhe shprehjeve të ndryshme, me kusht që ato simbole (shprehje) të përfaqësojnë objektin e njëjtë. Në çdo rast konkret duhet theksuar domethënien e çdo simboli (shprehjeje).

Spikasim, në mësim, **barazia** është relacioni i parë matematik me të cilin ndeshen nxënësit. Shenja (simboli) "=" përveç të tjerash, përdoret edhe:

(1) për të shprehur barazi të kushtëzuara, p.sh. $4x - 8 = x + 1$ dhe

(2) për të shprehur formula, p.sh.: $a(b+c) = ab + ac$.

Barazitë me kusht quhen barazime (ekuacione), përkatësisht **funksione logjike**, ndërkaq **formulat e shkruara** janë **identitete**. Për çdo barazim (ekuacion) të dhënë, do të duhej kërkuar dhe gjetur "kushtin fikës", i cili përkënaq (justifikon) barazimin (në rastin tonë $x = 3$).

Nocion i kundërt me **barazinë,** është **pabarazia**. Shenja (simboli) që e lidh pabarazinë e dy objekteve a dhe b është " $\neq$ " $a \neq b$ (lexo: "a e ndryshme nga b" ose "a jobaras me b"), do të thotë: "a dhe b përfaqësojnë objekte të ndryshme". Shenja e pabarazisë ("$\neq$") në gjiun e vet përfshin këto shenja "<" (më i vogël) ">"(më i madh) por edhe " $\leq$ "(më i vogël ose baras) "$\geq$ " (më i madh ose baras).

Duke pranuar të dhënën që **"Numërorët mund të shkruhen edhe me shkronja"**, "padiktueshëm" nga pabarazitë si "forma vërtetësie" (po e zëmë: $12 - 9 < 5$) kalohet në **pabarazime (inekuacione)** (po e zëmë: $x - 9 < 5$, duke pasur mundësi të vilen zgjidhjet nga bashkësia {9, 10, 11, 12, 13}.

Mësimdhënia për barazime dhe pabarazime (I-V) sot si një "spirale" shtrihet në disa klasa.Në mësimin elementar të matematikës, se çfarë janë kërkesat arsimore lidhur me pabarazime, të mësojmë në vijim. Filloristët e viteve të 60-ta (e edhe më vonë) e kanë kryer shkollën fillore e nuk kanë mësuar asgjë për pabarazimet, madje as shenjat ">" dhe "<". Ndërkaq, sot (e edhe shumë vite më parë) edhe nxënësit e kl. I fillore ballafaqohen me "pabarazime", herë "më të lehta" e herë "më të ndërlikuara".

Në shkallën fillestare të njohjes, pabarazimet zgjidhen nëpërmjet **intuitës**. Ato do të duhej shprehur me gjuhën e folur në formë pyetjesh, formulim pyetjesh dhe në përdëftimin e saktësisë për përgjigjet e dhëna. Megjithatë, për të caktuar dhe fiksuar bashkësinë e zgjidhjeve të pabarazimeve, më vonë, është i nevojshëm **të menduarit produktiv** dhe **logjik.**

Problemi i shpjegimit, kuptimit dhe zgjidhjes (mbështetur në ilustrime, demonstrime dhe interpretime) të barazimeve (ekuacioneve) dhe të pabarazimeve (inekuacioneve) merret si njëri ndër më të ndërlikuarit në mësimin elementar të matematikës. Problemi nuk do të duhej vlerësuar si "i vështirë", po qe se mënyra e qasjes është e përshtatshme, interesante, praktike dhe në pajtim të plotë me parimin e maturisë. Mënyra e qasjes për zgjidhjen e (pa)barazimeve do të duhej të jetë në funksion të aftësive psikike të nxënësve dhe zhvillimit intelektual të tyre. Nuk do të duhej të jetë krejt "njëlloj", "Fjalori i shprehjes" që do të aplikohet për (pa)barazime nga kl. I deri në atë V!

"Teknologjia" e sotme, e cila "përdoret" për zgjidhje të barazimeve dhe pabarazimeve, është tepër joshëse, çlodhëse që herë-herë merr karakteristikat e plotësimit të një "fjalëkryqi" (Shih fig. 121).

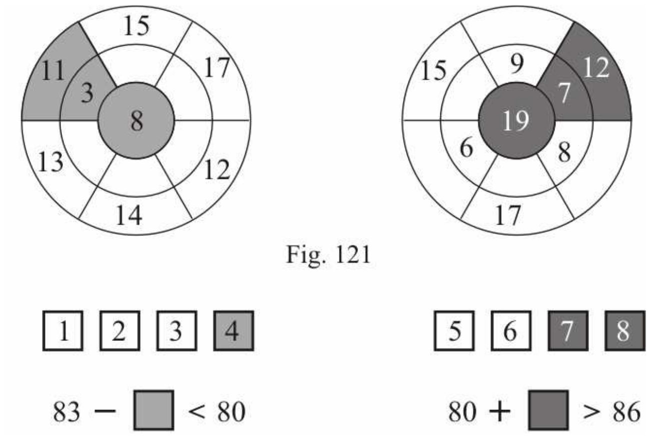


Fig. 121

Ne në kursin tonë, nëpërmjet disa detyrave (formave) karakteristike, do të bëjmë një "udhëpërshkrim" të rrugëzgjidhjeve të (pa)barazive, përkatësisht të (pa)barazimeve (I-V), pa pretendime që do t'i kemi thënë të tërat!

1 Shenja e barazisë "daton" nga "kalimi prej njërës dhjetëshe në tjetrën, me mbledhje dhe zbritje" (por edhe më herët!), të zëmë, "shumat" 9 + 3, 8 + 5, 13 - 4, "duke plotësuar 10" do të dimë t'i emërtojmë edhe ndryshe:

9 + 3 = 9 + 1 + 2 = 10 + 2

8 + 5 = 8 + 2 + 3 = 10 + 3

13 - 4 = 13 - 3 - 1 = 10 - 1 etj.

2 Njohja dhe përdorimi i suksesshëm i "tabelës së mbledhjes dhe të zbritjes së numrave deri 20 shpie në "vendosjen e pagabueshme" të shenjave përkatëse "=", "<", ">", në detyrat e këtij lloji:

13 - 5 ○ 12 - 4

13 - 4 ○ 12 - 4   3 + 8   7 + ○

3 Ndërkaq, zgjidhjet e (pa)barazimeve

8 + Î= 13 8 + Î < 13   8 + Î > 13

vilen nga bashkësia {2, 3, 4, 5 6, 7, 8} pikërisht ashtu si në "vetëshërbim", duke "i futur" në etiketa. Në këtë fazë të njohjes të vjelurit e zgjidhjeve të (pa)barazimeve bëhet duke u mbështetur edhe në "provë", p.sh.: 8 + 4 = 13 (jo), por 8+5 =13, do të thotë për këtë barazim vjelim zgjidhjen e vetme, të saktë, x = 5. Se çfarë paraqesin vlerat "në të majtë të 5" dhe "në të djathtë të 5", do të duhej "zbuluar" nga vetë nxënësit!"

4 Të vendosurit e shenjës së barazisë dhe të pabarazisë "riaktivizohet" edhe pasi që të shohim dhe prekim, "frutat e para" të "tabelës së shumëzimit", po e zëmë:

$2 \cdot 6 \bigcirc 6 \cdot 2$ $\quad$ $7 \cdot 8 \bigcirc 9 \cdot 6$ $\quad$ $8 \cdot 9 \bigcirc 9 \cdot 7$

5 Edhe zgjidhjet e (pa)barazimeve të mëposhtme

4 أ = 16 $\quad$ 4 أ < 16 $\quad$ 4 أ > 16

do të vilen nga bashkësia e dhënë {1, 2, 3, 4, 5, 6}

6 Në fazën fillestare të njohjes, mbledhja dhe zbritja e shpejtë dhe e saktë e një numri dyshifror me një numër njëshifror, bën që zgjidhja e pabarazimeve të formave, po e zëmë,

$x - 8 > 18$ $\quad$ $x + 16 < 25$ të kryhet me gojë!

E mira është që tash e tutje në përdorim të futen thëniet **"e saktë" - "e vërtetë"(┬)** dhe **e "pasaktë - "e pavërtetë" (⊥)**, kështu në vazhdim, pahetueshëm, në vendet dhe situatat përkatëse përdoren thëniet e dyta.

7 Të zgjidhurit e barazimeve të formës **a** x = b, të zëmë 4 x = 16, ka "pika takimi" me zgjidhjen e barazimit të formës 4 **a** = 16, po qe se është dhënë bashkësia {1,2,3,4,5,6}, prej nga do të vilet zgjidhja e barazimeve të formës **a** x = b, para së gjithash, është e kushtëzuar edhe nga njohuritë e shumëzimit dhe pjesëtimit të numrave një dhe dyshifrorë; p.sh.:

$4x = 24$

$x = 24:4$

$x = 6$

Prova: $4 \cdot 6 = 24$

Në vazhdim mund të ofrohet detyra problemore e këtaj forme: Nëse dyfishit të një numri i shtohet trefishi dhe pesëfishi i po atij numri, marrim numrin 90. Cili është ai numër?

Detyrave të tilla e të ngjashme (në kl. II fillore) duhet t'u "qasemi me mjaft përkujdesje". Kështu veprojmë, meqë në praktikën shkollore janë "regjistruar" raste kur herë-herë as "prindërit intelektualë nuk kanë ditur t'u zgjidhin detyrat e ngjashme të fëmijëve të tyre!

Me bashkëbisedimin duhet filluar p.sh. kështu:

- Si mund të shënohet dyfishi, trefishi, katërfishi, pesëfishi i një numri, të cilin tashti nuk po e dimë?

N: 2x, 3x, 4x, 5x etj.

M: Po, çfarë do të thotë, një numri "t'i shtohet" numri tjetër?

N: T'i shtohet, do të thotë, të mblidhen ata numra.

M: Po mirë, dyfishit të një numri çfarë po i shtojmë?

N: Trefishin e po atij numri.

M: Le të shënojmë 2x + 3x. E pastaj...

M: Këtaj shume lypset t'ia shtojmë pesëfishin e po atij numri. Le të shënojmë 2x + 3x+5x. Shuma e këtyre tre mbledhësve të panjohur me çfarë është baras?

N: Është baras me 90.
M: Pra: $2x+3x+5x = 90$
$10x = 90$
M: Dhjetëfishi i cilit numër është baras me 90?
N: Dhjetëfishi i 9-tës është 90, pra: $x = 9$

Po qe se vështirësitë për të zgjidhur detyrën janë të "pakapërcyeshme", këshillohet që për zgjidhje të merren "detyra ndihmëse". Në rastin tonë: Nëse një numri i shtohet dyfishi i atij numri, marrim numrin 9. Cili është ai numër?

Pra:
$x+2x = 9$
$3x = 9$
M: Trefishi i, cilit numër është 9?
N: Trefishi i 3-shit është 9. Pra: $x = 3$

Vështroje vizatimin e mëposhtëm dhe caktoje sa peshon kutia e qumështit (Shih fig. 122)

Formulojmë ekuacionin: $5x = 3x + 4$
"ia heqim" nga tri kutia anës së majtë dhe të djathtë:
$5x - \boxed{3x} = 3x - \boxed{3x} + 4$
$2x = 4$
$x = 4:2$
$x = 2$

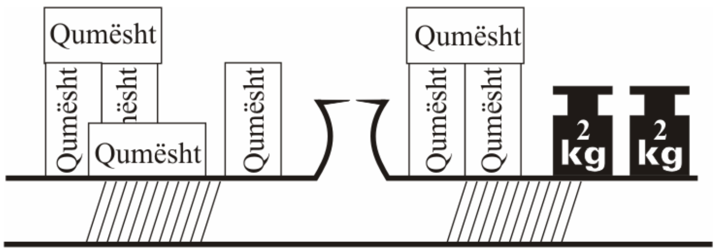


Fig. 122

8 Në fazën fillestare të njohjes, zgjidhja e pabarazimeve të formës $a\ x < b$ dhe $a\ x > b$ arrihet duke zëvendësuar shkronjën x me **numërorë.** Bashkësia e të gjithë numërorëve, nëpërmjet të cilëve pabarazimi i dhënë justifikohet (përkënaqet) përfaqësojnë zgjidhje të tij.

Për pabarazimet e formës $a\ x < b$ [(p.sh. $6x < 30$ $x\in \{0,1,2,3,4\}$] thelbësore është: **Në bashkësinë e zgjidhjeve të caktohet elementi më i madh.** Ndërkaq, për pabarazimet e formës $a\ x > b$ p.sh.: $6x > 30$ $x\in \{6,7,8,9...\}$ thelbësore është: **Në bashkësinë e zgjidhjeve të caktohet elementi më i vogël.** Zgjidhjet e pabarazimeve shprehen edhe ashtu, duke spikatur veçorinë e përbashkët të elementeve të bashkësisë së fituar; në rastin tonë për $6x < 30$, bashkësia e zgjidhjeve do të jetë $x < 5$, ndërkaq, për $6x > 30$ do të jetë $x > 5$.

Te pabarazimet $a\ x < b$ $ax > b$ rikthehemi "në kohën e rritës intelektuale të nxënësve", atëherë kur së bashku do të trajtohen edhe pabarazimet e formave

$x:a<b$ dhe $x : a > b$. Në këtë fazë të njohjes shfrytëzojmë njohuritë lidhur me shumëzim dhe pjesëtim, po e zëmë:

1° $3x < 12$

$x < 4$, $x \in \{0,2,3,\}$

2° $3x > 12$

$x > 4$ $x \in \{5,6,7,8,...\}$

(Nëse njëri faktor zvogëlohet për tri herë, atëherë edhe prodhimi zvogëlohet për tri herë)

3° $x : 2 < 9$

$x : 1 < 18$

$x < 9 \cdot 2$

$x < 18$ $x \in \{0,1,2,3,...16,17\}$

4° $x : 2 > 9$

$x : 1 > 18$

$x > 9 \cdot 2$

$x > 18$ $x \in \{19,29,21,22,...\}$

(Nëse pjesëtuesi zvogëlohet për dy herë, atëherë herësi rritet për dy herë) Zgjidhja e pabarazimeve të formave të sipërpërmendura mund të "realizohet" edhe nëpërmjet paraqitjes tabelare, po e zëmë: - Plotësoni tabelën dhe zgjidheni pabarazimin $3x < 18$ ($ax<b$)

x	0	1	2	3	4	5	6	7
3x	0	3	6	9	12	15	18	21

zgjidhjet janë {0, 1,2,3,4,5}

Përfundojmë zgjidhjet e pabarazimeve $ax < b$ $ax > b$ $x:a < b$ $x:a > b$, përkatësisht janë

$x < b:a$ $x > b:a$ $x < ab$ $x> ab$. Llogaritja e faktorit të panjohur dhe e të pjesëtueshmit kryhet sikurse te barazimet. Si gjithnjë, detyrave në fjalë mund t'u bëhet edhe prova e saktësisë së zgjidhjes.

9 Shfrytëzimi praktik i përkufizimit të herësit të dy numrave shpie në zgjidhje të barazimeve të formës $x:a=b$. Po e zëmë, ç'është 40:8=? Ky është numri 5, meqë $40 = 8 \cdot 5$.

Kështu $x : 6 = 30$ ose $x : 25 = 4$

$x = 6 \cdot 30$ $x = 25 \cdot 4$

$x = 180$ $x = 100$

Shembujve të mësipërm mund t'u bëhet edhe prova e saktësisë së zgjidhjes. E mira e së mirës është, që detyrat të thuren edhe me tekste përkatëse, po e zëmë: Sa është numri i nxënësve në një ekskursion, nëse ata kanë drekuar në 15 tavolina, kurse përreth çdo tavoline janë ulur nga 4 nxënës:

$x : 15 = 4$ por edhe $x : 4 = 15$

$x = 15 \cdot 4$ $x = 4 \cdot 15$

$x = 60$ nxënës $x = 60$ nxënës

Me analogji, po qe se $x : a = b$, atëherë $x = a \cdot b$. Nxënësit e vëmendshëm kanë për të hetuar, po qe se a:b=c, atëherë a:c = b (pjesëtuesi dhe herësi kanë ndërruar vendet!) Kuptohet që kjo nuk mund të ndodhë kur pjesëtuesi është zero, meqë atëherë "**herësi nuk ka kuptim**"

Në veçanti lypset të spikaten "rastet speciale":

$\mathbf{1 \cdot b=b}$ $\mathbf{0 \cdot b=0}$ $\mathbf{a \cdot 1=a}$ $\mathbf{a \cdot 0=0}$ $\mathbf{a:1=a}$ $\mathbf{a:a=1}$ $\mathbf{0:a=0}$

- kur njëri prej faktorëve është zero ose një;
- nëse pjesëtuesi është një ose zero;
- nëse i pjesëtueshmi është zero;
- nëse i pjesëtueshmi është i barabartë me pjesëtuesin edhe këta lypset të vihen në (pankarta): etiketa

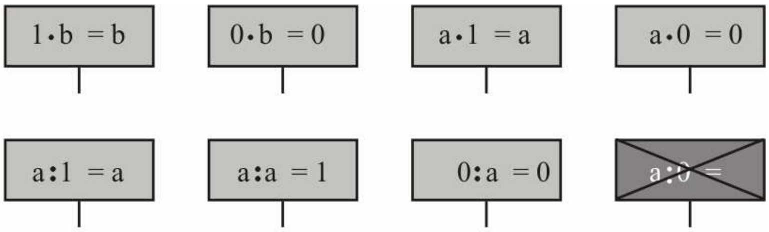


Fig. 123

10 Edhe barazimet e formës $a:x = b$ do të duhej të përcillen me detyra tekstuale, po e zëmë: "72 lapsa janë paketuar nëpër arkëza. Gjeni numrin e arkëzave, po qe se në çdo arkëz gjenden nga 8 lapsa!" - Kështu, $72 : x = 8$

$x \cdot 8 = 72$

$x = 72 :8$, $x = 9$

Sqarimi, i cili nuk bën të anashkalohet, është, po e zëmë:
nëse $6 : x = 3$ atëherë $x \cdot 3 = 6$. Për këtë është $x = 6 : 3$ $x = 2$

Ose: $56:x = 8$, $x = 56:8$, $x = 7$ (Pjesëtuesi gjendet, po qe se i pjesëtueshmi pjesëtohet me herësin) $x = a:b$. Nxënësve që kanë ngelur prapa në të mësuar, kësaj radhe mund t’u jepet ndihma me material didaktik.

11 Të kapurit e "zgjidhjeve të barazimeve lineare me një të panjohur" të formave $a + x = b$, $x - a = b$ dhe $a - x = b$ do të duhej ndjekur nëpërmjet "ilustrimit dhe demonstrimit të detyrueshëm".

Po e zëmë: Dy toptha i kemi ngjyrosur. Edhe sa toptha lypset të ngjyrosen që të fitojmë pesë toptha të ngjyrosur!

$2+x = 5$

$x = 5-2$

$x = 3$

Prova:

$2+3 = 5$

$5 = 5$

Numri 3 quhet **zgjidhje e barazimit**. Vlerën x nxënësi do të duhej "ta prekë" me dorën e vet. Ata duhet t’i aftësojmë që të dinë të lexojnë: "Cilin numër duhet t'ia shtojmë numrit 2 për të fituar numrin 5, përkatësisht, numrin 2 me cilin numër duhet ta mbledhim për të fituar numrin 5?" (Shih fig.124).

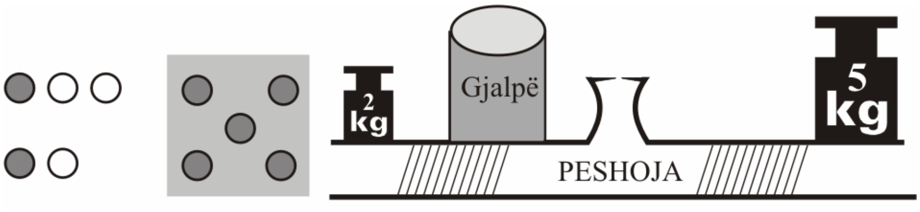


Fig. 124

Barazimin e formës, po e zëmë x - a = b, do të duhej që ta përcjellim me detyra tekstuale,

Prej cilit numër duhet zbritur (hequr, larguar) numrin 4 për të fituar numrin 13"? Nxënësi "lexon" x - 4 = 13

(Shih fig. 125).

ose

- Sa euro i ka pasur Ylli, po qe se rrugës i kanë humbur 4 euro dhe tash i kanë mbetur 13 euro?

x - 4 = 13
x = 13 + 4
x = 17 €.

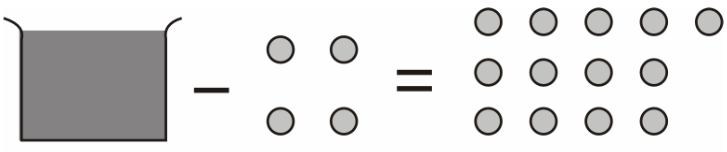


Fig. 125

Prova:
17 € - 4 € = 13 €
13 € = 13 €

Ose: Po qe se njësitë matëse prej 4 kg (2 kg + 2 kg) i "zhvendosim" prej anës së majtë të peshojës në atë të djathtë, do të kemi një baraspeshë ndërmjet njësive matëse (kilogramëve) dhe mallit që matet: (Shih fig. 126)

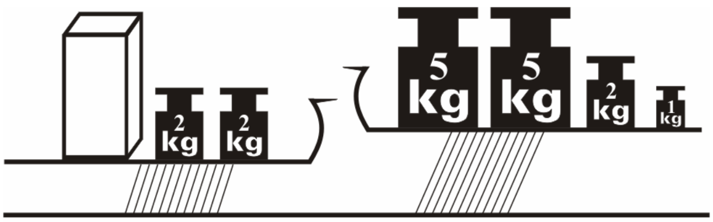


Fig. 126

Nxënësit lypset t'i aftësojmë që barazimet në fjalë t'i zgjidhin, duke u ndihmuar edhe me "anulimin" e numërorëve, që gjenden në anën e së panjohurës, p.sh.:

2+x = 5 ose x - 4 = 13
2 - 2 +x = 5 - 2 x - 4 + 4 = 13 + 4
x = 3 x = 17

Pra, barazimi nuk ndërron, nëse dy anëve të tij ua shtojmë të njëjtin numër ose ua mungojmë të njëjtin numër.

Vlerësohet se kjo menyrë e "zgjidhjes analitike" të ekuacioneve të formës $\boxed{a+x = b}$ është më e përshtatshme, më funksionale dhe më bindëse për nxënësit, në krahasim me: "Numrat, duke kaluar prej një ane të barazimit në anën tjetër e ndërrojnë parashenjën", ose "kur kemi plus - këndej fitojmë minus", dhe "kur kemi minus - këndej fitojmë plus" - praktikë kjo e të shprehurit në disa mese shkollore. Po qe se ekuacioni ka formën $\boxed{a-x = b}$ p.sh.: 12-x = 8, nxënësit duhet të dinë të lexojnë: "Cilin numër duhet zbritur prej numrit 12, në mënyrë që të fitojmë numrin 8?" Me këtë rast interpretimi i zgjidhjes së barazimit nëpërmjet "anulimit" është "më i ndërlikuar", pra:

12-x = 8
12-x+x = 8+x
12 = 8+x
12-8 = 8-8+x
4 = x

Me këtë rast më thjesht dhe më "bindëse" do të jetë, nëse nxënësve u themi: "Të njohurat ndiqen dhe shënohen në një anë të barazimit, ndërsa të panjohurat në anën tjetër, me ç'rast "lëvizja" prej një ane në anën tjetër të barazimit ua ndërron kufizave edhe shenjën".

12-x = 8
12-8 = x
4 = x pra x = 4
Prova
12-4 = 8
8 = 8

Përfundojmë:

Zgjidhjet e barazimeve të formave $\boxed{a + x = b}$, $\boxed{x - a= b}$ dhe $\boxed{a - x = b}$ (ku "intervenohet" me një operacion matematik) përkatësisht janë: $\boxed{x = b-a}$, $\boxed{x = b+a}$ dhe $\boxed{x = a-b}$.

$\boxed{12}$ Me zgjidhjen e barazimeve të formës

$\boxed{ax}$+b=c	$\boxed{x:a}$+b=c	$\boxed{a:x}$+b=c
$\boxed{ax}$-b=c	$\boxed{x:a}$-b=c	$\boxed{a:x}$-b=c

nxënësit njihen në kl. V fillore. Zgjidhjes së barazimeve në fjalë lypset që t'i paraprijnë "përsëritjet gjenerale" të barazimeve të formës: $\boxed{x + b = c}$, $\boxed{x - b = c}$, $\boxed{x: a = b}$, $\boxed{ax = b}$, $\boxed{a : x = b}$, e pastaj të "interpretohet çdo lëvizje e kufizave" prej të majtës në të djathtë, në mënyrë që në rezultatin përfundimtar në të majtë të ngelë i vetmuar x. Pra, numrat që janë "të lidhur" me x, me shumëzim ose pjesëtim $\boxed{ax}$ $\boxed{x:a}$ $\boxed{a:x}$, "në hapin e parë" vetëm përshkruhen, ndërsa kufizat e tjera, që nuk përmbajnë x, duke ndërruar anën e barazimit (prej të majtës në të djathtë), e ndërrojnë edhe parashenjën:

ax=c-b	x:a=c-b	a:x=c-b
ax=c+b	x:a=c+b	a:x=c+b

Meqë llogaritja e shumave, përkatësisht e ndryshimeve, në anën e djathtë të këtyre barazimeve paraqet "lojë kalamajsh", në fund na mbetet llogaritja e faktorit të panjohur (kur dihet faktori tjetër dhe prodhimi), përkatësisht llogaritja e të pjesëtueshmit ose e pjesëtuesit, kur dimë herësin, njohuri këto që i kanë mësuar qysh më parë.

Zgjidhjet e barazimeve të sipërpërmendura gjenden duke shfrytëzuar dy operacione matematike, përkatësisht

x = (c-b):a	x = (c - b)· a	x = a: (c - b)
x = (c+b):a	x = (c + b)· a	x = a: (c + b)

Kështu, po zëmë, zgjidhjet respektive të barazimeve

	3x+8=20	dhe	5x-10= 25
janë	x=(20-8):3		x=(25+10):5
	x=12:3		x=35:5
	x=4		x=7

të cilave "drejtpërdrejt" edhe"me gojë" mund t'u bëhet prova e zgjidhjes së saktë të tyre.

Dy barazime, po e zëmë, 3x+8=20 dhe 3x=12 quhen **ekuivalente** po qe se arsyetohen (justifikohen) me zgjidhje të njëjtë (x=4). Nocioni i barazimeve ekuivalente shfrytëzohet për zgjidhjen e tyre. Kështu, barazimi i dhënë 3x+8=20 mund të zëvendësohet me barazimin ekuivalent 3x=12, kuptohet "më të thjeshtë" dhe "më të afërt", derisa të fitohet barazimi i formës x =4. "Kalimi" nga njëri barazim në ekuivalentin e tij, mbështetet "në vetitë e njohura të barazimeve". (Barazimi "nuk do të ndërrojë", po qe se anëve të tij "u shtohet" ose "u mungohet" numri i njëjtë, "në rastin tonë" u mungohet, 8).

13 Duke ditur që zbritja është operacion i kundërt matematik me mbledhjen, ndërkaq pjesëtimi është operacion i kundërt matematik me shumëzimin, edhe pabarazimet e formave

ax+b<c	ax-b<c
ax+b>c	ax-b>c

zgjidhen nëpërmjet dy operacioneve matematike, kështu zgjidhjet respektive të tyre janë:

$x<(c-b):a$ $x<(c+b):a$

$x>(c-b):a$ $x>(c+b):a$

Për nxënësit që kanë ngelur prapa në të mësuar, për zgjidhjen e pabarazimeve të mësipërme duhet t'u jepet ndihma edhe me detyra të këtij lloji, po e zëmë: Duke plotësuar tabelën, cakto bashkësinë e zgjidhjeve të pabarazimit $3x+4<19$

x	0	1	2	3	4	5	6
3x+4	4	7	10	13	16	19	22

zgjidhjet: $x \in \{1,2,3,4\}$, e pastaj edhe

$3x+4<19$

$3x<19-4$

$3x<15$

$x<5$

Varësisht nga fakti, çfarë përmban lëmi kurrikular matematik (I-V), format e (pa)barazimeve mund të "degëzohen" ose të "krasiten". Kështu këtij "regjistri" i përkasin edhe pabarazimet $a:x \lessgtr b$; $a+x \lessgtr b$; $x-a \lessgtr b$ dhe $a-x \lessgtr b$, për të cilët në kursin tonë nuk do të bëjmë fjalë, meqë barazimet e "lindura" prej tyre $a:x = b$ $a+x=b$ $x-a = b$ dhe $a - x = b$ i kemi "përpunuar" në numrat 10 dhe 11. Edhe te pabarazimet e sipërpërmendur "insistohet" që të njohurat të gjenden në njërën anë, ndërkaq të panjohurat në anën tjetër të tij, kështu që kufizat e pabarazimeve (sikurse te barazimet) duke kaluar "**prej të majtës në të djathtën** dhe **anasjelltas e ndërrojnë edhe parashenjën (+, -), ndërkaq shenja e pabarazimit (> ose <) nuk ndërron.** Llogaritja e pjesëtuesit dhe e faktorit të panjohur, kryhet sikurse te barazimet.

Ndonjëherë shpjegimi i pabarazimeve është i mbarsur me vështirësi për nxënësit, por edhe për mësuesit! Shpesh thelbi i zgjidhjes së pabarazimeve nuk kapet dot! - Sipas një ligjësorie ("të pashkruar"), familjarizimi i nxënësve me pabarazime është paksa më i ndërlikuar, meqë "rregullat e shndërrimit të tyre në forma më të thjeshta" (siç ndodh me barazime), këtu nuk mund të aplikohen. Vështirësi të konsiderueshme dalin edhe pse pabarazimet kanë shumë zgjidhje (jo vetëm një zgjidhje siç ndodhë me barazime).

Po qe se barazimet janë kuptuar si duhet, atëherë realisht kuptimi i pabarazimeve dhe zgjidhja e tyre nuk duhet të paraqesin "mësim të ri". Shenja e pabarazimeve >, < në format e përmendura më lart, nuk ndërron prej relacionit në relacion.

Nxënësit lypset të njihen me **"ndryshimin material"** në mes të barazimeve dhe pabarazimeve. Derisa barazimet (ato të cilat mësohen në kl. I - V) kanë një dhe vetëm një zgjidhje, pabarazimet përherë kanë më shumë se një zgjidhje. Kështu p.sh., po e zëmë, që nxënësit njihen me zgjidhjet e pabarazimit:

$5x < 29$; $5 \cdot 1 < 29$, $5 \cdot 2 < 29$, $5 \cdot 3 < 29$, $5 \cdot 4 < 29$, $5 \cdot 5 < 29$, ashtu që $5 \cdot 6 > 29$.

Pra, zgjidhjet e pabarazimit $5x < 29$ janë. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Edhe zero (0) mund të merret si zgjidhje e këtij pabarazimi, meqë $5 \cdot 0 < 29$. Themi që zero është zgjidhja më e vogël, ndërsa 5 është zgjidhja më e madhe e tij. Pra, $\{0,1,2,3,4,5\}$ paraqet bashkësinë e zgjidhjeve të pabarazimit $5x < 29$.

Pabarazimet mund të paraqesin vështirësi të caktuara për nxënësit, por pikërisht për këtë arsye e kanë edhe vlerën më të madhe arsimore në krahasim me barazimet p.sh.:

21 x < 723 Duke pjesëtuar:

x < 723 : 21 723 : 21 = 34 723=34 ·21+(9)

x < 35

$$
\begin{array}{r}
723 : 21 = 34 \\
\underline{63} \\
93 \\
\underline{-84} \\
9
\end{array}
$$

Nxënësi mund të pyesë: **"Çfarë do të ndodhte sikur të fitonim një pjesëtim pa mbetje?"**

Edhe sikur të kish

x < 735 : 21

x < 35

$$
\begin{array}{r}
735:21 = 35 \\
\underline{63} \\
105 \\
\underline{-105} \\
=
\end{array}
$$

Ai duhet të gjykojë shpejt dhe saktë që te problemi i lartshënuar të marrë 34 ose 35. Sikur të merrnim 35 atëherë:

21 · 35 < 723

735 < 723

(lexo 735 është më i vogël se 723) (absurd).

Kështu numërori 35 nuk mund të merret për zgjidhje.

Pabarazimi "kënaqet" për x∈ {0,1,2,3,4,..., 32, 33, 34}.

Nxënësit do të duhej të kuptojnë që **Pabarazimi është i zgjidhur vetëm atëherë po qe se janë kërkuar dhe gjetur të gjithë numrat, të cilët përkënaqin (justifikojnë) atë.**

Pabarazimet, krahasuar me barazime, për arsimin matematik dhe praktikën bashkëkohëse jetësore, kanë aplikim, rol dhe rëndësi shumë më të madhe.

Në fund, nxënësve duhet t'u themi që njohuri më të thella, më të larmishme edhe më interesante lidhur me (pa)barazime do të fitohen në arsimin e mesëm të ulët (VI-IX), por që me formacionet "algjebrike", "gjeometrike", "analitike", "trigonometrike" të tyre do të ndeshemi në arsimin e mesëm të lartë (X-XII).

11.1.17. SHPJEGIMI I THYESAVE NË ARSIMIN FILLOR[35]

Në arsimin fillor, zë fill **procesi i njohjes elementare** me nocionin **thyesë**. Nocioni thyesë hyn në mesin e nocioneve "të ndërlikuara" që duhet të përvetësojnë nxënësit (II-V). Të mësuarit e tyre zë fill nga "gjysma" "e katërta"... thyesa e plotë,

[35] Jaka,B. "Të shpjeguarit e thyesave në klasat e ulëta të shkollës fillore", "Shkëndija", Prishtinë, 15 mars 1984 f. 12.

"për të vazhduar më pastaj me shkrimin e numërorëve thyesorë $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, … n $\in$ N, thyesat e thjeshta $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{6}$, krahasimin e tyre, thyesat dhjetore $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$ etj. Thyesat "startuese" që do të mësohen këtu gjenden ndërmjet 0 dhe 1 dhe paksa më të rralla ndërmjet 1 dhe 2 (është përfshirë edhe rasti $\frac{a}{b}>1$). Më vonë do të duhej të plotësohen dhe të zgjerohen njohuritë në lidhje me thyesat; nxënësit njihen me "thelbin e thyesave të thjeshta", numëruesin, emëruesin, krahasimin e thyesave me emërues të barabartë, krahasimin e thyesave me numërues të barabartë dhe të shkruarit e thyesës në formë të numrit dhjetor.

Thyesat janë rrjedhojë e procesit praktik të të maturit. Matja e përpiktë ka kushtëzuar ndarjen e njësive matëse në dy, tri e më shumë pjesë të barabarta. Pra, kërkesa e rritjes së saktësisë në matje shpuri te përdorimi i tyre.

Është e rëndësishme që nxënësit të fitojnë përfytyrime të qarta lidhur me thyesat:

- Meqë **dyfishi i një numri** gjendet duke e shumëzuar atë numër me 2; atëherë **gjysma e një numri** gjendet duke e pjesëtuar atë numër me 2. Prandaj, ata do të duhej të kuptojnë që **thyesa** $\frac{1}{a}$ është **operator i kundërt i operatorit** $(\cdot a)$.

Vështrimi metodik i procesit të të kuptuarit të nocionit në fjalë përfshin edhe çështjen e aplikimit të mjeteve mësimore, e veçanërisht gjësendet materiale. Metodistët vlerësojnë se nga zgjedhja dhe shfrytëzimi i drejtë i mjeteve mësimore dhe i gjësendeve materiale varet edhe të kuptuarit e suksesshëm të thyesave.

Për shpjegimin e thyesave, vendin kryesor zë evidencimi, dukshmëria, qartësia dhe kjo mund të ketë përparësi në krahasim me parimin e konkretizimit. Evidencimi duhet të jetë i plotë dhe aktiv. Nuk mjafton që nxënësi ta vërejë gjysmën, të katërtën, të tretën etj. Është e nevojshme që ai "përnjëmend" të ndajë trupa të ndryshëm në dy, katër, tre, gjashtë... pjesë, madje jo vetëm njëherë. Prej trupave që duhet të ndahen, pemët janë më të përshtatshmet (molla, arra,...), por kësaj duhet t'i paraprijë ndarja e rrathëve prej letre e kartoni.

Pra, thyesat do të bëhen "më të afërta" për çdo nxënës, nëse ato sqarohen me ndihmën e ndarjes fizike të gjësendeve, të figurave gjeometrike etj. në një numër të caktuar pjesësh të barabarta. Pra, detyrë parësore e mësuesit është aftësimi i nxënësve që "të shohin" dhe "të prekin" thyesat.

Fazat nëpër të cilat ka për t'u përcaktuar nocioni thyesë janë:

- kuptimi për **pjesët e barabarta** të së tërës (të së plotës), nëpërmjet ngjyrosjes,

- kuptimi dhe emërtimi i pjesëve: **një e dyta, një e treta, një e katërta...**

- të shkruarit e numërorëve thyesorë $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, … , $\frac{5}{8}$. Numërorët 2,3,4 dhe 8 përfaqësojnë **llojin e ndarjes (emërues të thyesave) të së plotës,** ndërkaq numërorët 1 dhe 5 përfaqësojnë **numrin e pjesëve që janë marrë (shmangur,**

hequr) dhe këta quhen **numërues të thyesave.** Viza ndërmjet **numëruesit** dhe **emëruesit të thyesës** quhet **vijë thyesore.** Nxënësit do të duhej të fitojnë **ide të qarta për emërtime të ndryshme.**

të **njëshit** në formë thyese $\frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4}, \frac{5}{5}$ dhe që $\frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \frac{5}{5} = ...$

të **dyshit** në formë thyese $\frac{2}{1}, \frac{4}{2}, \frac{8}{4}, \frac{6}{3}$ dhe që $\frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = \frac{8}{4} = ...$

të **gjysmës** në formë thyese $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}$ dhe që $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = ...$

Tërësia (e plota) bën të ndërlidhet me arrën, dritaren, tabakun e letrës etj.

- Në mbështetje të materialit përkatës didaktik (vizatime të gatshme, figura, katrorë, trekëndorë, rrethorë, drejtkëndorë, shirita prej letre, figura të "dominos", metri prej druri, ku do të duhej të ishin të shënuara mm, cm, dm, etj.) **thyesat e mësipërme "do të preken"** dhe **krahasohen.**

Kjo "prekje" sendërtohet nëpërmjet:

a **Numërimit** me të dyta, të treta, të katërta;

një e dyta, dy të dyta;

një e treta, dy të treta, tri të treta;

një e katërta, dy të katërta, tri të katërta, katër të katërta.

b **Të paraqiturit e thyesave në boshtin numerik**

Me rastin e shënimit të thyesave, para nxënësve mund t'u paraqiten edhe vështirësi "të natyrës teknike", meqenëse në të "njëjtën kohë" duhet të dihen madhësia e pjesëve, numri i pjesëve si dhe të kuptohet raporti ndërmjet numëruesit dhe emëruesit. Për këtë arsye është e këshillueshme që të shënuarit e thyesave për "shumë kohë" të ndërlidhet me interpretimin grafik të tyre.

Krahasimi i thyesave do të duhej të jetë "i përcjellur" dhe "i ndihmuar" me mjete didaktike (figura gjeometrike dhe boshti numerik) (Shih fig. 127).

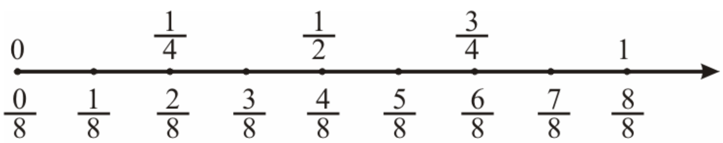
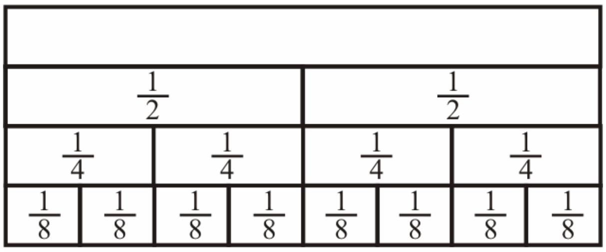


Fig. 127

Për këtë qëllim, mund të shërbejnë "shiritat drejtkëndësh" të ndarë në 2, 3, 4, 5 etj. pjesë të barabarta. Në fillim krahasimi bëhet me thyesat, numëruesi i të cilave është 1, do të thotë thyesat themelore $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ etj. e pastaj me numërues të ndryshëm dhe emërues të njëjtë. Në vazhdim krahasohen thyesat me numërues të njëjtë dhe emërues të ndryshëm.

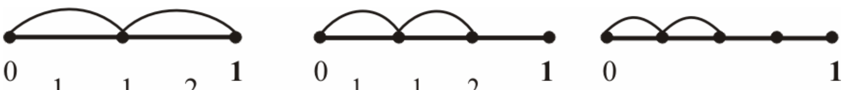


$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}$ $\quad \frac{1}{4}=\frac{2}{8}$ $\quad \frac{1}{2}=\frac{4}{8}$

Fig. 128

Nëse insistohet "në zgjerimin e thyesave", ajo ndihmohet, p.sh. me këtë "tabelë didaktike": (Shih fig. 128)

Mbledhje e thyesave $\frac{1}{2}+\frac{1}{2};\frac{1}{3}+\frac{1}{3};\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$ nëpërmjet interpretimit grafik në një bosht numerik (Shih fig. 129)



$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{2}{2}$ $\quad \frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ $\quad \frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}$

Fig. 129

- Mbledhje e thyesave me emërues të barabartë, po e zëmë:

$$\frac{1}{10}+\frac{3}{10}+\frac{5}{10}=\frac{9}{10}$$

Fig. 130

Më vonë, kur shpjegohen fillet e thyesave dhjetore, interpretimi duhet të ndihmohet prej njësive matëse: kilogramit, metrit etj. Pra, pjesët e po këtyre njësive janë thyesat, të cilat aplikohen mjaft shpesh në jetën dhe punën e përditshme.

Nxënësve në fund duhet t'u themi, që për thyesat më "gjerësisht" dhe më "thellësisht" do të mësojnë në arsimin e mesëm të ulët (VI-IX), atëherë kur mësimdhënia e matematikës fiton një "kualitet të ri".

11.1.18. FORMIMI I NOCIONIT TË TRAJTAVE, FIGURAVE DHE TRUPAVE GJEOMETRIKE

Në kursin tonë, duke mos pasur mundësi të bëjmë fjalë për të gjitha përmbajtjet programore të lëmit të gjeometrisë, të cilat mësohen në arsimin fillor (I-V), do të vëmë në spikamë formimin e nocioneve më elementare gjeometrike.

Para së gjithash, mësuesit do të duhej të jenë "njohës të mirë" të përmbajtjeve të gjeometrisë dhe këto mos t'iu ekspozojë nxënësve në frymën që "rrallëkush i di dhe mund t'i mësojë"!

Më parë kemi bërë fjalë për formimin e nocioneve (në formën e tyre më të thjeshtë) të trupave, që kanë formën e topit, cilindrit, konit, kuboidit, kubit, piramidës, për nocionin e drejtkëndëshit, katrorit, trekëndëshit.

Nxënësit që në kl. I fillore vizatojnë vija të drejta (drejtëza) dhe të lakuara (të hapura dhe të mbyllura). Për këtë qëllim, nxënësve në klasë u sjellim disa nga trupat, me të cilët, që më parë, janë njohur.

Para nxënësve bëjmë pyetje: "Tregoni tehet që paraqesin vija të drejta dhe ovale (të lakuara)?" Pastaj kërkojmë që në fletëzat e tyre të vizatojnë një vijë të lakuar, të mbyllur, të hapur dhe një vijë të drejtë - drejtëzën (me ndihmën e vizores). Që nxënësit "t'i hetojnë" dhe "t'i prekin" **pikat** në **vija**, lypset të theksojmë që **Vija përbëhet prej shumë pikave** (sa të duam!). Duke i vizatuar vijat ndër më të ndryshmet, bën që së paku dy prej tyre të **priten**. Lypset të orvatemi që nxënësit vetë "të zbulojnë" që **Prerja e dy drejtëzave mund të ketë më së tepërmi një pikë të përbashkët**. Kjo mund të arrihet nëpërmjet detyrës: "Vizato dy drejtëza të ndryshme, të cilat në prerje i kanë dy pika!" Ata vetë zbulojnë që drejtëzat e tilla nuk ekzistojnë.

"Do të duhej të orvatemi" që pika të kuptohet "pa gjatësi", "pa gjerësi" e "pa trashësi" dhe që **Nëpër një pikë kalojnë pa numër shumë drejtëza (vija të drejta).** (Shih fig. 131)

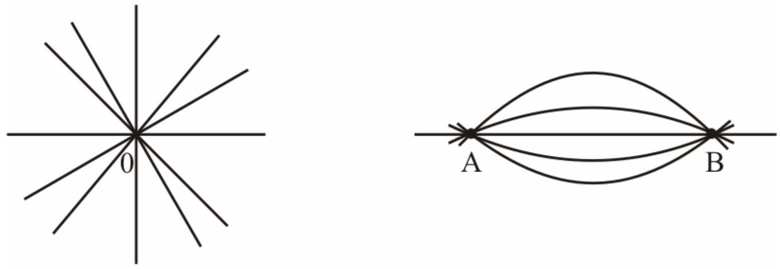


Fig. 131

Pastaj, sqarohet dhe interpretohet e dhëna që nëpër dy pika të ndryshme mund të kalojë **një dhe vetëm një drejtëz**, ndërsa nëpër po ato dy pika mund të kalojnë **pa numër shumë vija të lakuara.**

Pra, vijat mund të jenë të lakuara, të drejta, të mbyllura dhe të hapura.

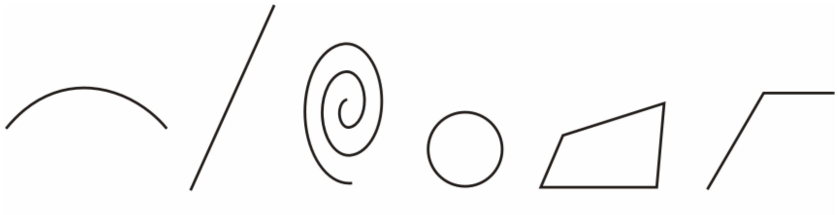


Fig. 132

"Dallimin" ndërmjet drejtëzave AB, CD, EF dhe segmenteve $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$ lypset të theksojmë me ndihmën e ngjyrave: (Shih fig. 133).

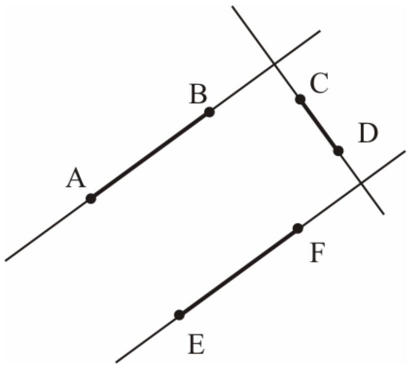


Fig. 133

Duke vizatuar **drejtëza** "përtej tabelës" (në mur) tërhiqet vëmendja e nxënësve që **Drejtëza është e pafundme**, d.m.th., "nuk ka as fillim, as mbarim". Një pikë e fikësuar në drejtëz e ndan atë në dy gjysmëdrejtëza, të cilat "kanë fillim, por nuk kanë mbarim". Gjysmëdrejtëzën lypset "ta interpretojmë" si nënbashkësi të drejtëzës, ndërsa drejtëzën, si nënbashkësi të rrafshit. Gjysmëdrejtëza "përkufizohet" edhe ashtu që zanafilla mos t'i përkasë asaj. Bashkimi (unioni) i kësaj gjysmëdrejtëze dhe i zanafillës së saj, quhet gjysmëdrejtëz e mbyllur.

Nxënësit vetë mund "të zbulojnë" të gjitha drejtëzat dhe segmentet që kalojnë nëpër 4 pika të ndryshme A, B, C, D (të cilat nuk i përkasin një drejtëze). (Shih fig. 134).

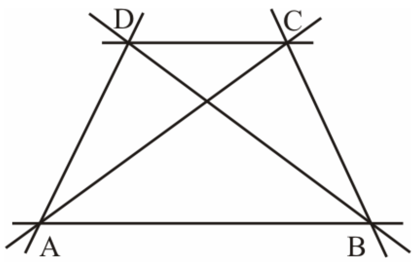


Fig. 134

Vijat e thyera të mbyllura dhe të hapura sqarohen dhe interpretohen nëpërmjet **zonës**. Vija e thyer është e mbyllur, po qe se kufizon **zonën**, ndërsa vija e thyer është e hapur, po qe se nuk kufizon **zonën**. Këshillohet që zonat të ngjyrosen dhe ato të shënohen me shkronja:

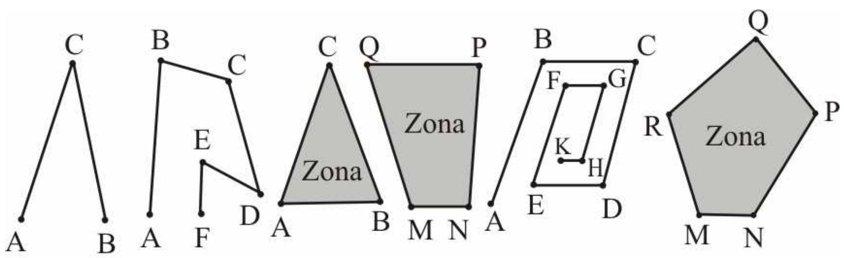


Fig. 135

Sqarohen nocionet **shumëkëndësh** (vijë shumëkëndëshe) dhe **sipërfaqe shumëkëndëshe** (shumëkëndësh). Sipërfaqja shumëkëndëshe "patjetër" duhet të ngjyroset:

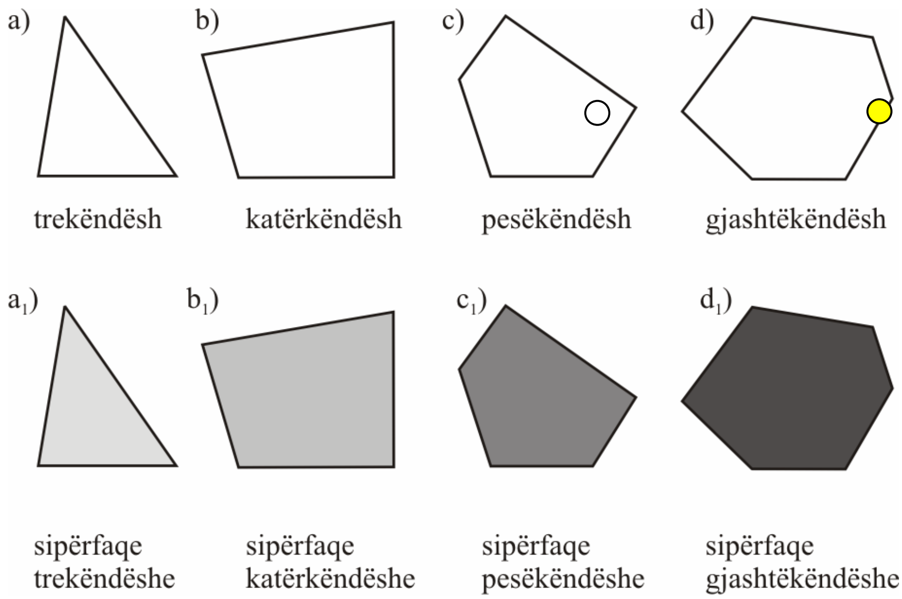


Fig. 136

Emërtimi dhe sqarimi "joshkencor" i këtyre dy nocioneve nuk mbetet pa pasoja. Pra, nxënësit njihen që sipërfaqja shumëkëndëshe paraqet vijën e thyer të mbyllur së bashku me të gjitha pikat brenda saj. - Me një analogji të theksuar shpjegohen këndi (⊄) e sipërfaqja këndore (∢), rrethi (   ) e sipërfaqja rrethore (   ).

Në kohën më të re në mësimin elementar të matematikës (I-V) kanë filluar të hidhen hapat e parë lidhur me paranjohuritë nga "Gjeometria analitike".

Kuptimi i koordinatave del si nevojë dhe domosdoshmëri për të kopjuar një figurë. Këtu do gjejmë elemente të lojës, të argëtimit dhe të punës. "Qëndisja në gjergjef" e vajzave, mbeshtetet duke aplikuar "koordinatat", si nevojë për ta kopjuar; lulen, objektin, gjethin, gjallesën..., mozaikun, e pastaj për të qëndisur një për një **"pikat",** duke fituar kështu peizazhin identik me "origjinalin".

Duke pasur idenë për **pikën**, **drejtëzën** dhe **segmentin, synojmë që këto t'i vëmë në një** rrafsh **(në** rrjetin koordinativ), ku me përpikëri është i caktuar pozicioni i pikave, i segmenteve, i figurave…

Ideja e koordinatave të pikës mbështetet në kuptimin e çiftit (palës, dyshes) të renditur të dy numrave (a,b). Çiftit (a,b) i korrespondon një pikë. Edhe çiftit (b,a), simetrike me të parën, i korrespondon një pikë. Por çiftet (a,b) dhe (b,a) përfaqësojnë dy pika të ndryshme, kështu të zëmë, palët e renditura (4,2) dhe (2,4) përfaqësojnë dy pika të ndryshme, të cilat duhet hedhur në **rrjetin koordinativ** kur më parë fikësojmë **sistemin koordinativ** (kënddrejtë) në **rrafshin koordinativ.**

Duke shfrytëzuar dhe interpretuar përkufizimet e llojit gjenetik nocionet e sipërpërmendura, do të duhej të shoqërohen nëpërmjet "të prekurit me dorën e vetë nxënësve":

Bashkësia e çiftit të renditur të boshteve numerike h dhe **v ndërsjelltazi pingule, quhet sistem koordinativ kënddrejtë (Fig. 137)**

Rrafshi në të cilin është përcaktuar një sistem koordinativ, quhet rrafsh koordinativ (Fig.138)

Të hequrit e segmenteve pingule dhe paralele me boshtet numerike h dhe **v, të baraslarguar për nga një njësi, formon rrjetin koordinativ (Fig.139)**

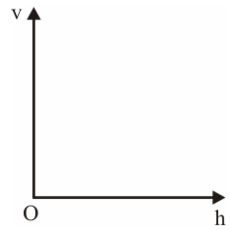


Fig. 137

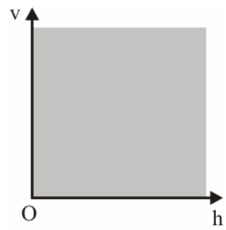


Fig. 138

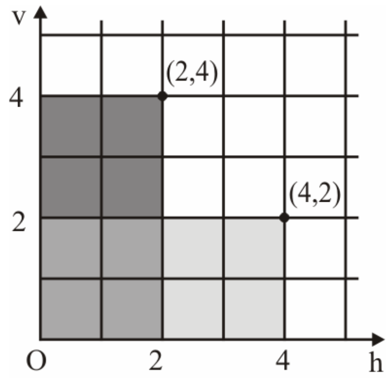
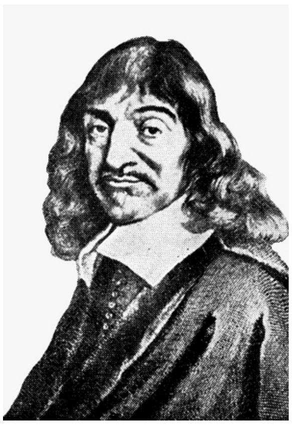


Fig. 139

RENE DEKARTI (1596-1650) nëpërmjet gjeometrisë së vet, më 1637 zbuloi sistemin koordinativ XOY në të cilin drejtëzat, por edhe vijat e lakuara, filluan të emërtohen me ekuacione dhe anasjelltas.



Rene Dekarti

Në një katror me gjatësi brinje 5 njësi, heqim segmentet pingule dhe paralele të baraslarguara për një njësi (Shih fig. 140)

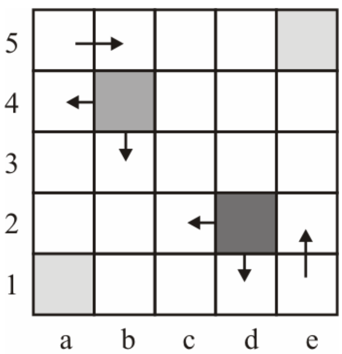


Fig. 140

Janë dhënë kutizat (pikat) njëra e ngjyrosur, tjetra e hijesuar. **Kërkohet të gjenden koordinatat!**

Kutiza e ngjyrosur nëpërmjet "dritarezave" të saj "poshtë" shikon shkronjën b, ndërkaq "anash" shikon numërorin 4. Ky pozicion mund të tregohet me anë të çifteve (b,4). Ndërkaq, kutiza e hijesuar nëpërmjet "dritarezave" të saj "poshtë" shikon shkronjën d, ndërsa "anash" shikon numërorin 2. Tashti ky pozicion tregohet me çiftin (d,2). Çiftet e renditura (b,4) dhe (d,2) **përfaqësojnë koordinatat e pikave.**

Anasjellltas, le të jenë dhënë koordinatat (a,1) dhe (e,5). Të gjenden kutizat (pikat) korresponduese! Pra, "adresën" e dimë, kërkohen "strehimoret", përkatësisht, kërkohet "të zbuluarit" e "dritarezave"! - Dritarezat nëpërmjet të cilave shihnim vetëm **shkronja** ishin ato me shikim "poshtë". Kështu **a**, "vështrohet" nga "dritareza" "poshtë". Nga **a** ngjitemi deri në **1**, për të hequr "perden" e "dritarezës" me shikim "anash" (nëpërmjet të cilave shihnim vetëm **numërorë**). Prerja "kryq" e **a** me **1** ofron pikën e kërkuar (kutiza më e afërt) (a,1). Ngjashëm veprohet edhe me "kutizën më të largët", (e,5).

Pikat e para të gjetura në **rrjetin koordinativ** është mirë "të ngjyrosen". Rrjeti koordinativ paksa "më i natyrshëm" është ai, nga kutizat e të cilit hapen "dritareza" ("poshtë" dhe "anash"), nëpërmjet të të cilave shohim vetëm **numërorë**.

Detyrat që presin zgjidhje janë: po e zëmë:

- Në rrjetin koordintiv janë dhënë pikat A, B, C, D. Shkruani koordinatat e tyre! (Shih fig. 141).

- Caktoni pikat P, Q, R, po qe se koordinatat përkatëse të tyre në **rrjetin koordinativ** janë (4,5), (6,7), (2,7).

Të kapurit e suksesshëm të zgjidhjes së këtyre llojeve të detyrave shpie në nxënie të reja:

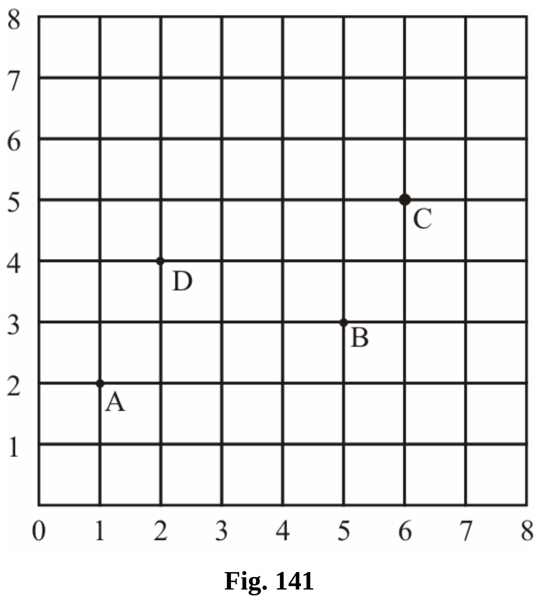


Fig. 141

a) Caktimi i koordinatave të kulmeve të figurave të vizatuara A(...,...) B(...,...) C(...,...) D(...,...)

b) Caktimi i kulmeve të figurave, po qe se janë dhënë koordinatat e tyre E(3,0) F(5,2) H(5,7)

Që në fillim duhet farkuar të perceptuarit, për të dalluar nëse segmentet ose brinjët e një figure janë paralele ose jo, pingule, ose jo, të barabarta ose jo. Ka rëndësi që nxënësit të hetojnë dhe “të zbulojnë" **barazimin, paralelizmin, pingulsinë** e brinjëve të disa figurave gjeometrike, për momentin, pa synim që të dimë vetitë e tyre, detajisht.

Formimi i nocioneve në lëmin e gjeometrisë realizohet me sukses, po qe se: Mësuesi është njohës i mirë i përmbajtjeve gjeometrike, "interpretues" dhe "demonstrues" i mirë, mjetet e konkretizimit i aplikon me kujdes, i përdor shkumësat me ngjyra, shënimet, vizatimet dhe emërtimet në tabelë i ka "joshëse", është perceptues i mirë "i kohës" dhe "i hapësirës" shfrytëzon përkufizimet e llojit gjenetik e më pak karakteristik.

Lëmi i gjeometrisë te nxënësit zhvillon dhe thellon kuptimin për vështrim real dhe të drejtë të hapësirës, në të cilën ai punon dhe jeton. Kjo do të thotë se nxënësit duhet t'i mësojmë që qartë dhe drejt t'i vështrojnë gjësendet, të cilat e "rrethojnë". Në fillim, ata mund edhe të mos dinë, p.sh. se cilat tehe të kuboidit janë "të dukshme", e cilat "të padukshme", por mësuesit nuk i falet gabimi, po qe se ka vizatuar kështu një kuboid. (Shih fig. 142).

(Kjo është evidencuar në një orë praktike!)

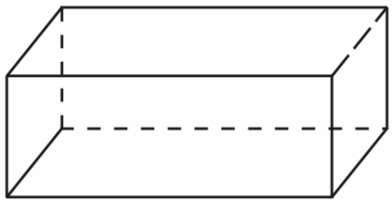


Fig. 142

Nga vështrimi i drejtpërdrejtë i objektit gjeometrik, nxënësit duhet të aftësohen që këtë "ta paramendojnë" edhe atëherë kur nuk e kanë pranë vetes, që ka po atë rëndësi, sikurse llogaritja me gojë në aritmetikë.

Nocionet **"të puthitshëm"** dhe **"të barabartë**", do të duhej të veçohen, meqë këto nuk janë nocione identike. Nocionin "të barabartë" e përdorim për dy figura gjeometrike (p.sh. dy drejtkëndësha), që kanë syprina të barabarta të sipërfaqeve. Por, ekzistojnë (pa fund) shumë drejtkëndësha, të cilët janë të barabartë, por nuk janë të puthitshëm, p.sh. drejtkëndëshat me brinjë 1 dhe 18; 2 dhe 9; 3 dhe 6 njësi ndërmjet tyre janë të barabartë, por jo edhe të puthitshëm.

"Zbërthimi" i një figure gjeometrike në një tjetër zbulon mjaft "fshehtësi" të figurave. (Shih fig. 143).

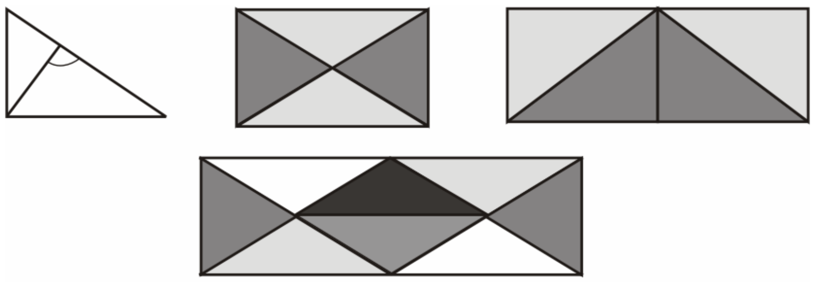


Fig. 143

Nocionet "e reja" gjeometrike: **perimetri, kateta, hipotenuza, diagonalja, syprina e sipërfaqes** dhe **vëllimi i trupit** (kuboidit e kubit) duhet të theksohen në mënyrë të veçantë. Nuk mjafton të mësojnë nxënësit, p.sh. të llogarisin perimetrin e katrorit, po qe se nuk u është theksuar e dhëna **si rritet perimetri, po qe se rritet brinja e tij**...

Nxënësit "duhet të dinë" të përgjigjen në shumë pyetje:

1. Çka kanë të përbashkët; çfarëdo dy faqe fqinje të kubit (kuboidit)?

2. Çka kanë të përbashkët, çfarëdo tri faqe fqinje të kubit (kuboidit)?

3. A mund të gjenden te kubi (kuboidi) dy faqe, të cilat nuk janë as fqinje as përballë?

4. Sa brinjë të përbashkëta kanë, çfarëdo dy faqe të kubit (kuboidit)?

5. Çfarëdo tri faqe të kubit (kuboidit), a mund të kenë një brinjë të përbashkët?

6. Faqet anësore të kubit (kuboidit), a mund të jenë baza të tyre? Sa herë, si, demonstro!

7. Po qe se ndahet një kub në dy pjesë të barabarta, çka fitojmë?

8. Nga cilindri prej druri, a mund të punohet një kuboid? Nëse po, trego si?

9. Po, prej kuboidit, a mund të punohet një cilindër?

Duhet të themi që **kuboidi është lloj i paralelopipedit kënddrejtë.** Kuboidi përbëhet prej 4 sipërfaqeve drejtkëndëshe kongruente dhe prej 2 sipërfaqeve katrore. (Pra, kuboidi paraqet prizmin katërfaqësor të rregullt, të cilin do ta mësojmë në klasat e larta). Pra, gjatësia është e barabartë me gjerësinë e trupit: a=b. Ndërkaq, paralelopipedi kënddrejtë përbëhet prej 6 sipërfaqeve drejtkëndëshe, dy nga dy të puthitshme.

Në kohët e fundit, nocionet kuboid dhe paralelopiped kënddrejtë përfaqësohen me nocionin **kuboid**. Faqet, kulmet, brinjët, faqet fqinje, përballë... të kubit dhe të kuboidit duhet "të preki" nga disa herë dora e nxënësve. Numërimi i tyre duhet të bëhet me "orientim të caktuar", në mënyrë që "mos të fitojmë 11 ose 13 tehe, 7 ose 9 kulme... (Shih fig. 144).

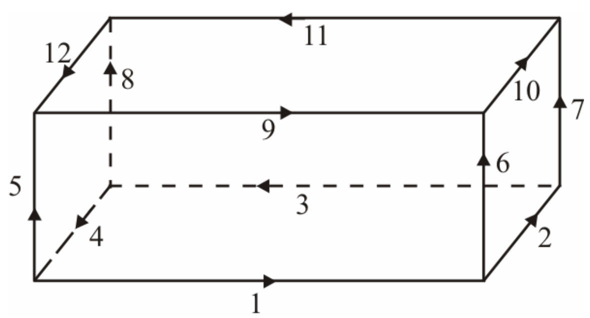


Fig. 144

Për syprinën e sipërfaqes dhe vëllimin e kubit, kuboidit dhe paralelopipedit kënddrejtë, do të bëjmë fjalë në numrin vijues.

Krejt në fund theksojmë: Mësuesi së bashku me nxënës do të duhej të komunikojë dhe ta përdorë me mjeshtëri "fjalorin profesional": "pa numër shumë pika","një dhe vetëm një drejtëz", "brinjë paralele", çifte drejtëzash paralele', "çifte drejtëzash pingule", "një drejtëz është paralele ose pingule me një tjetër", "drejtëza paralele ndërsjelltazi", "pingule të ndërsjella", "sipërfaqe drejtkëndëshe dy nga dy të puthitshme" etj.

11.1.19. MADHËSITË DHE MATJA E MADHËSIVE, (GJATËSIA, SYPRINA E SIPËRFAQES, VËLLIMI, MASA)[36]

Madhësia lypset të kuptohet si nocion, që mund të krijohet nga dora e njeriut, por mund të jetë edhe dhuratë e natyrës. Lidhja e madhësisë me ndonjë numër, paraqet **madhësinë e matshme**. Po qe se krahasohen dy madhësi të të njëjtit lloj, vlerësojmë sa herë njërën madhësi e përmban tjetra, pra, me këtë rast kryejmë një **matje**. Madhësitë, me të cilat masim madhësitë e tjera të të njëjtit lloj, i quajmë **njësi për matje**, ndërsa numri që tregon sa herë atë madhësi përmban ajo madhësi, të cilën e masim, quhet **numri matës i asaj madhësie**.

Lypset të theksohet që çdo madhësi e shoqëron numri matës i saj, por edhe që mund të sajohet madhësia, e cila i përgjigjet numrit të zgjedhur që më parë.

Nxënësit, që në kl. I fillore, njihen me nocionin e gjatësisë, me matjen e gjatësisë me ndihmën "e gjatësisë së pandërrueshme", e cila quhet **metër** dhe shënohet me m. Ata në vazhdim mësojnë edhe për matjen e gjatësisë me njësi më të vogla se metri (centimetri dhe decimetri). Ata njihen me të dhënën që "të gjithë centimetrat kanë po atë gjatësi". Për këtë nxënësit "binden", duke i krahasuar centimetrat e vizores së tyre me centimetrat e figurës në librin shkollor.

Në fillim, gjatë matjeve të gjatësisë, nxënësit gabojnë më shumë, duke vënë në fillim të segmentit që matet numrin 1, në vend që të vënë 0. Pra, që në fillim duhet të pengohen "matjet e tilla". Më vonë, me ndihmën e imagjinatës, ata mund të "prodhojnë" edhe "matje të tjera të reja".

Në vazhdim ata me metër do të masin gjësendet, të cilat gjenden në "rrethinën” e drejtpërdrejtë të tyre: tabelën, bankën, tavolinën, derën, dritaren... Nxënësve duhet thënë se gjatë matjes (me centimetra), nuk duhet të lejojnë që vizorja "të rrëshqasë" (të lëvizë).

Nxënësit, pasi të kenë mësuar **si matet një gjatësi** nëpërmjet vizores, kanë për të matur dhe krahasuar gjatësinë dhe gjerësinë e brinjëve të drejtkëndëshit, gjatësinë e brinjëve të trekëndëshit, gjatësinë e themeleve dhe krahëve të trapezit, rrezen e rrethit, gjatësinë e brinjës së katrorit, por edhe lartësinë e cilindrit, kuboidit, etj.

Nxënësit do të mësojnë për perimetrin e drejtkëndëshit ($P = 2a+2b$) dhe katrorit ($P=4a$), me ç'rast do të masim rishtazi segmente, duke llogaritur shumën e tyre. Në kl. V ata mësojnë për syprinën e sipërfaqes drejtkëndëshe, katrore, syprinën e sipërfaqes së kubit, të kuboidit, vëllimin e kubit dhe kuboidit.

Problemi i "mbulesës" së një segmenti [AB] (i cili matet) me ndihmën e segmentit njësi [CD], nxënësit duhet ta kenë të qartë: (Shih fig. 145).

---

[36] Jaka,B. "Madhësitë dhe matja e madhësive", "Shkëndija", Prishtinë, 1 mars 1986, f. 12.

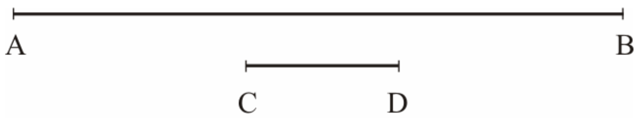


Fig. 145

Formimi i nocionit "të njësisë matëse" për llogaritjen e syprinës së sipërfaqes drejtkëndëshe dhe katrore me mjaft "elegancë" arrihet, kur këto vizatohen në "letrën milimetrike", duke u ndihmuar me ngjyra. Me këtë rast, nxënësit përvetësojnë këto njohuri e shprehi:

- figurat gjeometrike në rrafsh dallojnë për nga forma dhe gjatësia e brinjëve,
- disa figura mund të ç'vendosen deri te puthitja e ndërsjellë, ndërsa disa jo,
- si bëhet "mbulimi" i disa figurave me ndihmën e njësive katrore,
- dy figura të puthitshme kanë gjithnjë sipërfaqe të barabarta,
- figura themi që është "mbuluar" nga bashkësia e njësive katrore, po qe se unioni i të gjitha njësive katrore është baras me atë figurë,
- llogaritja e shpejtë dhe e saktë e syprinës së sipërfaqes drejtkëndëshe dhe katrore.

Këshillohet që njësitë katrore prej një ari dhe një hektari, nxënësit t'i vërejnë në terren.

Drejtkëndëshi MNPQ është "mbuluar" me njësitë katrore prej 1 cm^2. (Shih fig. 146).

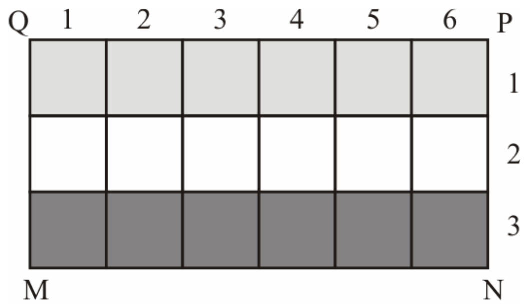


Fig. 146

Në rreshtin e parë ka 6 katrorë, ndërsa gjithsej janë 3 rreshta. Pra, drejtkëndëshi MNPQ është "mbuluar" me $3 \cdot 6 = 18$ njësi katrore. Syprina e sipërfaqes së këtij drejtkëndëshi është $S = 18\ cm^2$.

Po qe se drejtëkëndëshi i njëjtë "rrotullohet" për 90^o, atëherë themi se kemi 6 rreshta dhe në secilin rresht nga 3 katrorë: $6 \cdot 3 = 18$, pra: $S = 18\ cm^2$. (Shih fig. 147).

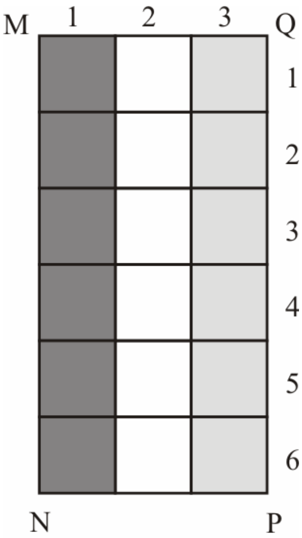


Fig. 147

Rregullën e llogaritjes së sipërfaqes drejtkëndëshe, së bashku me algoritmin e saj ($S = a \cdot b$), duhet të orvatemi që vetë nxënësit ta "zbulojnë" dhe ajo lypset të shënohet në "pankartë":

$\boxed{S = a \cdot b}$

Nxënësit tashmë dinë që drejtkëndëshi dhe katrori kanë një veti të përbashkët: Të gjitha këndet e tyre janë të drejta. (Shih fig.148).

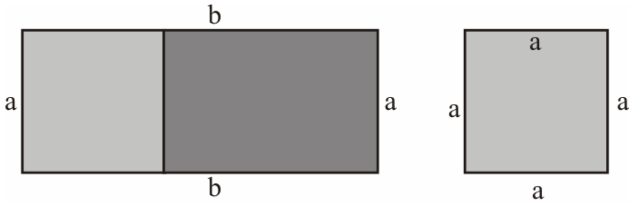


Fig. 148

Po qe se zvogëlojmë gjatësinë e një brinje të drejtkëndëshit, atëherë syprina e sipërfaqes së tij do të zvogëlohet. Nëse gjatësia e tij (b) do të jetë baras me gjerësinë e tij (a), pra b=a, do të fitonim një katror. Prandaj, nxënësit do të zbulojnë algoritmin: $S = a \cdot a = a^2$ dhe rregullën e syprinës së sipërfaqes katrore. Edhe ky algoritëm lypset të shkruhet në "pankartë".

$\boxed{S = a^2}$

Në vazhdim, me detyra të larmishme tekstuale, nxënësit aftësohen të llogarisin syprina të sipërfaqeve drejtkëndëshe dhe katrore, duke e "zbërthyer" figurën e përbërë në disa figura më të thjeshta (katrore e drejtkëndëshe), të llogarisin brinjën tjetër, kur dinë perimetrin, e pastaj të gjejnë syprinën (e drejtkëndëshit), llogarisin brinjën e katrorit, kur dinë syprinën e tij, etj. Detyrat lypset të jenë praktike, interesante dhe të ilustruara.

Shpjegimi i syprinës së sipërfaqes së kuboidit dhe të kubit "detyrimisht" duhet të përcillet me demonstrimin e rrjetës së tyre (të cilat lypset t'i kenë punuar në shtëpi vetë nxënësit). (Shih fig. 149).

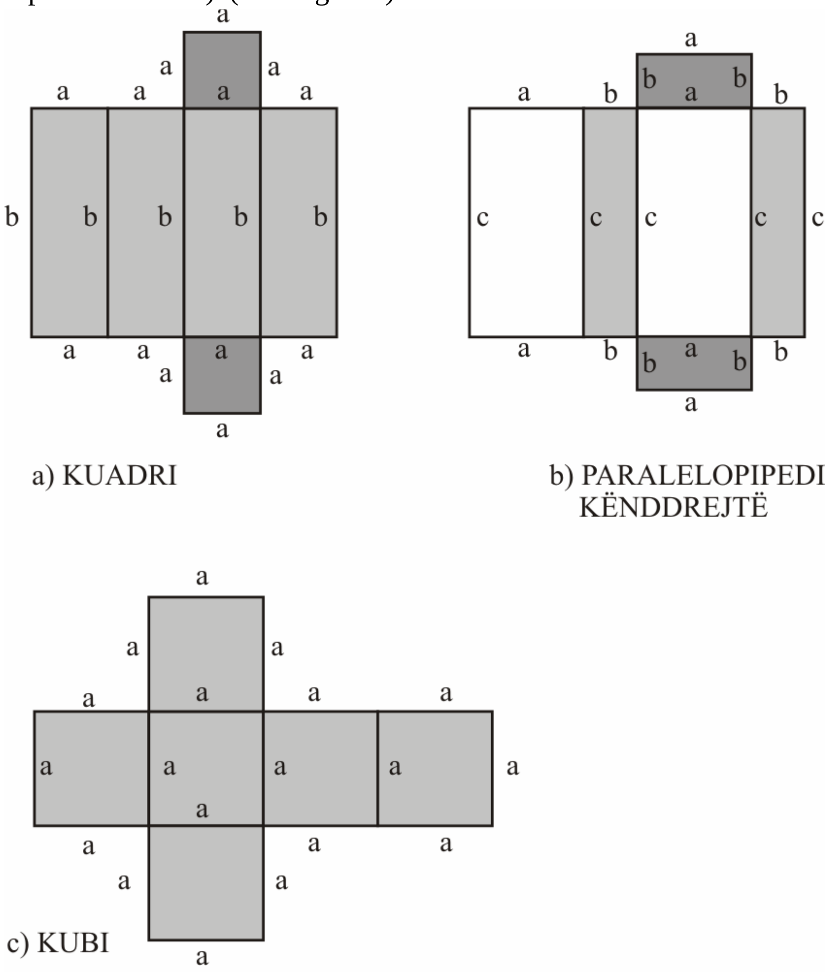


Fig. 149

Për "qartësi" këshillohet që numrat matës të gjatësisë, të gjerësisë dhe të lartësisë (a,b,c) ta "qëndisin" rrjetën, të cilën e shqyrtojmë, syprinat e sipërfaqeve drejtkëndëshe dhe katrore të së njëjtës madhësi të jenë të ngjyrosura me ngjyrë të njëjtë. Në "pankarta" lypset të vihen edhe algoritmet vijuese:

$S = 6a^2$	$S = 2\,(ab + ac + bc)$	$S = 2a(a+2b)$
kubi	paralelopipedi kënddrejtë	kuboidi

Duhet të insistojmë që nxënësit të zbulojnë:

Për të caktuar madhësinë e hapësirës që zë një trup, duhet konstatuar sa herë përmbahet në atë trup një trup i zgjedhur për njësi, që quhet **njësi matëse kubike** (1 mm^3, 1 cm^3, 1 dm^3, 1 m^3...) Njësitë kubike prej 1 dm^3, 1 cm^3, lypset që nxënësit "t'i prekin me dorën e vet". Që me të vërtetë 1 $m^3 = 1000\ dm^3$, kjo do të duhej "detyrimisht" të demonstrohet. Nëse demonstrimi i vëllimit të paralelopipedit ka qenë "cilësor", atëherë algoritmin $V = abc$ do ta "zbulojnë" vetë nxënësit. Meqë te kubi a = b = c, atëherë, pa ndonjë vështirësi të madhe, do ta "zbulojnë" edhe vëllimin e kubit $V = a\ a\ a = a^3$. Pra, kubi është lloj i kuboidit, tehet e të cilit ndërmjet vete janë të barabarta.

Pra, algoritmi për të llogaritur vëllimin e kuboidit është $V=a^2\ b$

Arkimedi

ARKIMEDI (287-212 p.e.s.) Në plejadën e mjeshtërve të shquar të matematikës, që Greqia e lashtë nxori nga gjiri i vet, pa dyshim kreun e vendit e zë Arkimedi, mendimtar që e ndiente thellë dialektikën e lidhjeve të shkencës me teknikën, shpikës mendje-mprehtë mekanizmash e mjetesh fort të dobishme. Pos të tjerash, ai ka zbuluar shumë algoritme për llogaritje të përpikët të syprinave të sipërfaqeve të rrafshta dhe të vëllimeve të trupave gjeometrikë.

Tepër parësore është që nxënësit të kuptojnë dhe të mbajnë në mend "raportet" ndërmjet njësive matëse kubike, përkatësisht që 1 m^3 është 1000 herë më i madh se 1 dm^3, e pastaj 1 dm^3 është 1000 herë më e madhe se 1 cm^3, përkatësisht:

1 $dm^3 = 1000\ cm^3$

1 $m^3 = 1000\ dm^3 = 1000000\ cm^3$ etj.

Kuptimi për **masën** si veti të materializimit të trupave fitohet nga jeta dhe puna e përditshme.

Në thelb, po qe se duam të veçojmë **masën** prej vetive të tjera të trupit, atëherë marrim, po e zëmë 4 kube, që janë të ndryshme për nga masa, por që vetitë e tjera i kanë të njëjta, p.sh., gjatësia e teheve të të cilave është e njëjtë, por njëri është prej druri, i dyti prej metali, i treti prej plastike dhe i katërti prej kristali.

Nxënësit edhe më parë, por në kl. III fillore në mënyrë të organizuar, mësojnë për njësinë e parë për matjen e masës - **kilogramin** dhe nënfishat e tij: hektogramin, dekagramin dhe gramin si dhe për raportin në mes të tyre.

1 kg = 10 hg = 100 dg = 1000 g Por, edhe 1 g = 1000 mg (miligramë)

Për matjen e peshave më të rënda se 1 kg, ata njihen edhe me **kuintalin, tonelatën** dhe **vagonin.**

$$\left.\begin{matrix} 1\ t = 10\, q \\ 1q = 100\, kg \end{matrix}\right\} \Rightarrow 1\, t = 1000\, kg$$

1 V = 10 t = 10000 kg

Në vazhdim, ata njihen edhe me njësinë për matjen e "masës së lëngët", përkatësisht me njësinë për matjen e vëllimit të lëngjeve - **litrin** dhe raportin 1l = 1 dm^3 ujë, me nënfishat e litrit.

1 l = 10 dl = 100 cl = 1000 ml (Shih fig. 150).

dhe shumëfishat e tij: 1 dkl = 10 l, 1 hl = 100 l.

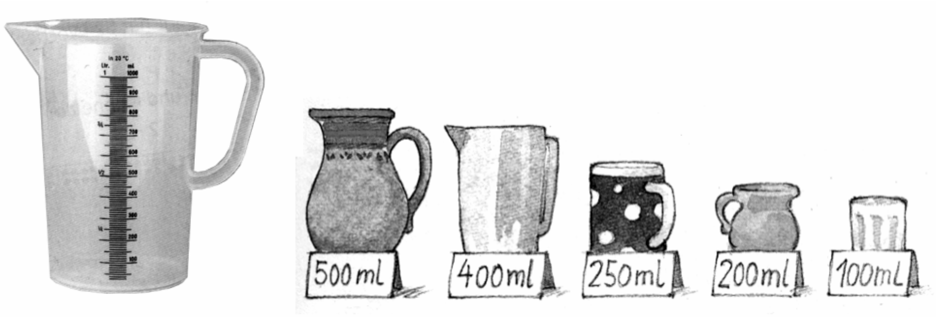


Fig. 150

Nuk duhet lejuar që njohuritë dhe shkathtësitë e fituara në lidhje me madhësitë e lartpërmendura dhe matjet e tyre të ngelin në suazat e qasjeve teorike. Meqë në jetën e përditshme aplikimi praktik i këtyre është i pashmangshëm, nxënësve lypset t'u mundësojmë që ato "t'i prekin me dorën e vet".

11.1.20. ZHVILLIMI I AFTËSISË PËR TË VIZATUAR DHE KONSTRUKTUAR

Zakonisht nxënësit në kl. I fillore fillojnë të vizatojnë "gjësendet" me "dorë të lirë", për të vazhduar pastaj të përdorin vizoren, ndërsa më vonë edhe kompasin.

Detyra e parë, të cilën e "pranojnë" nxënësit është: **Tërheqja e segmentit ndërmjet dy pikave,** që e punojnë gati gjithmonë "me gabime", kuptohet me përjashtim të atyre rasteve, kur nxënësi që më parë ka ushtruar përdorimin e vizores. Disave segmenti u është "shmangur" më pak, apo më shumë nga pikat e dhëna! Për këtë arsye, që në fillim duhet t'i afrohemi pranë secilit nxënës veç e veç, duke e udhëzuar se si hiqet drejtëza nëpër një pikë të dhënë. Nxënësve duhet t’u themi: që së pari "vihet maja e lapsit në pikën e dhënë" e pastaj vizorja i afrohet, duke e "prekur" majën e lapsit! (Shih fig. 151)

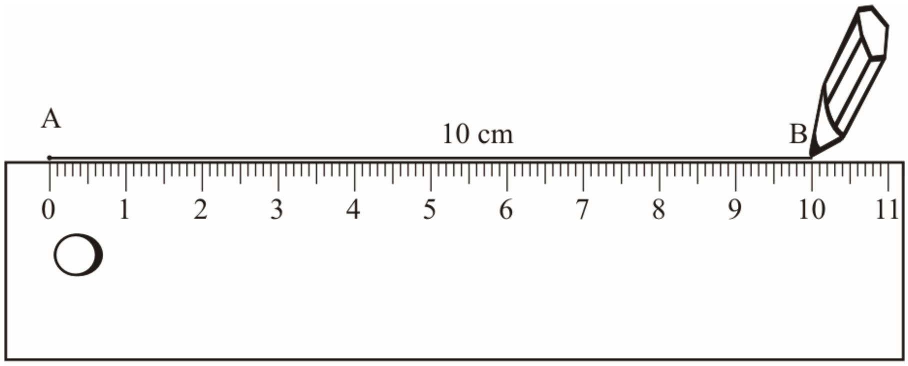


Fig. 151

Detyrën duhet të konsiderojmë se është zgjidhur drejt, vetëm atëherë kur segmenti të jetë vizatuar saktë, përkatësisht "kalon" nëpër pikat e dhëna. Kështu lypset të veprojmë edhe me rastin e vizatimeve dhe konstruksioneve të tjera gjeometrike.

Detyrë konstruktive në gjeometri konsiderohet ajo, e cila, duke u bazuar në të dhënat e ofruara, udhëhiqet deri në zgjidhje vetëm me ndihmën e vizores dhe kompasit. Disa mësues gabojnë, kur format gjeometrike në tabelë i vizatojnë me "dorë të lirë", duke u lejuar nxënësve që edhe ata në fletoret e tyre të vizatojnë pa "vegla gjeometrike". Pra, krahas zgjidhjes llogaritare e konstruktive të ndonjë detyre, te nxënësit lypset të zhvillohet dhe të përparojë edhe të vërejturit dhe përjetimi i rregullit, saktësisë, sistematizimit.

Në hapat e parë, vizatimi, konstruktimi dhe modelimi i formave gjeometrike nuk janë punë e lehtë. Që nxënësi të mund të vizatojë dhe të konstruktojë saktë dhe pa gabime, është i nevojshëm të ushtruarit e "lëvizjeve të duarve". Duke i vështruar nxënësit gjatë të tërhequrit e drejtëzave paralele me ndihmën e dy trekëndëshave, "bindemi për së afërmi" që me sa vështirësi ata i koordinojnë "lëvizjet e duarve" (kl. III fillore).

• Nga drejtëzat dhe segmentet që **priten** zë fill **përfytyrimi** për drejtëzat dhe segmentet **ndërsjellë pingule** dhe nëpërmjet tyre edhe për drejtëzat dhe segmentet **ndërsjellë paralele**. (Shih fig. 152).

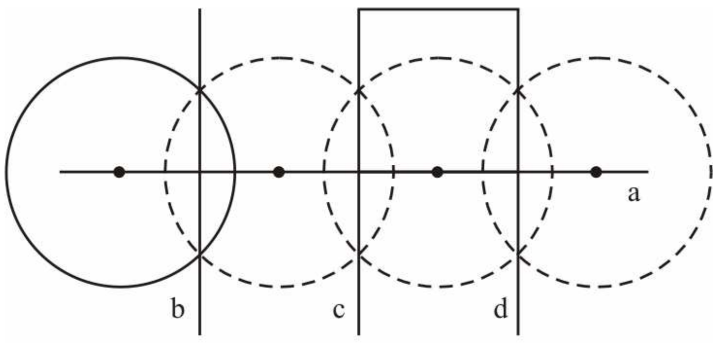


Fig. 152

Nëse njëra nga dy drejtëzat **që priten** (e përfytyruar) rrotullohet rreth pikës së prerjes për $\frac{1}{4}$ e rrotullimit të plotë, atëherë **drejtëzat janë pingule**.

• Ndërtimi dhe kontrollimi a janë dy drejtëza ndërsjellë pingule, bëhet me trekëndëshin kënddrejtë (Fig. 153) ose me **skuadër)***

• Dy drejtëza **ndërsjellë paralele** mund t'i përfytyrojmë si një zhvendosje të njërës paralele në tjetrën. Ndërtimi dhe kontrollimi a janë dy drejtëza ndërsjellë paralele, bëhet me zhvendosjen paralele të vizores ose me zhvendosjen e trekëndëshit kënddrejtë gjatë një vizoreje (Fig. 153).

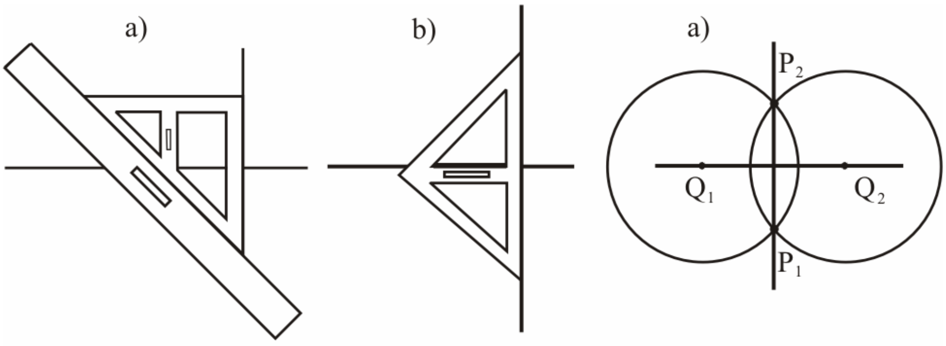


Fig. 153

• Përfytyrimi për zhvendosjen paralele dhe realizimi praktik i tij, është një bazë e mirë për **kuptimin intuitiv të paralelizmit** në drejtëz dhe segmente dhe **puthitshmërinë,** në përgjithësi.

Ndër detyrat konstruktive mjaft aplikative në mësimin elementar të gjeometrisë janë edhe: **"Prej një pike jashtë një drejtëze, të hiqet pingulja në atë drejtëz" si dhe "Nëpër një pikë të një drejtëze, të hiqet pingulja në atë drejtëz**". (Shih fig. 154).

Këto detyra "nuk bën" të mos dihen!

Nxënësit do të duhej t'i aftësojmë të heqin dy drejtëza reciprokisht pingule, jo vetëm me vizore, por edhe me ndihmën e kompasit, ashtu që drejtëza, e cila kalon nëpër pikëprerjet e dy rrathëve (P_1, P_2) gjithnjë është pingule me drejtëzën, që i bashkon qendrat e atyre rrathëve (Q_1, Q_2) (Shih fig.153).

Kështu, duke konstruktuar disa rrathë (qendrat e të cilëve ndodhen në drejtëz të njëjtë), të cilët priten (reciprokisht) në dy pika, kemi konstruktuar disa drejtëza paralele (për një më pak se numri i rrathëve). (Shih fig.152).

$b \perp a$, por edhe $a \perp b$, $c \perp a$, $d \perp a$, por edhe $b//c//d$.

---

* **Skuadra është një vegël e thjeshtë (∟) në formë të trekëndëshit kënddrejtë, që përdoret për të vizatuar kënde të drejta ose për të matur a është i drejtë një kënd. Pra, "skuadra" nuk është vetë trekëndëshi kënddrejtë, por vetëm "dy katetet e tij"**.

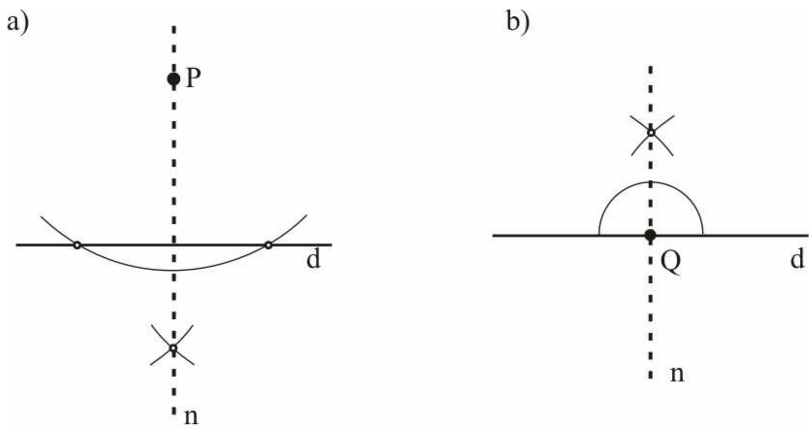


Fig. 154

Vijat e rrathëve duhet të jenë të ndërprera ose "të lehta" (jo vija të trasha). Me "përcjellje" të madhësisë së njëjtë, p.sh. në normalet c dhe d, fitojmë drejtkëndësh.

Pozicioni i dy drejtëzave apo i segmeneve, të cilat **nuk priten, nuk janë paralele,** por **nuk janë as të puthitshme** njihet me nocionin **drejtëza** apo **segmente të kithëta**. (Te kuboidi, Fig. 144, tehet e emërtuar me numërorët 1 me 7; 1 me 8; 3 me 5; 3 me 6; 7 me 9; 5 me 10 etj. kanë pozita të kithëta).

Rruga që na shpie nga tërheqja e segmenteve të para me vizore ose rrathë të vizatuar me kompas deri te "konstruksionet e përbëra", është e gjatë dhe e vështirë. Mësuesi do t'u ndihmojë nxënësve që të kalojnë me sukses atë "shteg", po qe se ata i nxit dhe vijimisht kërkon prej tyre që të jenë të saktë dhe të përpiktë me rastin e vizatimeve dhe konstruksioneve gjeometrike. Mbi këtë bazë, në lëmin e gjeometrisë, krahas funksionit arsimor, realizohet edhe ai edukativ.

Nxënësit në "mënyrë të padiktueshme", nëpërmjet "lojës me kompas dhe vizore", mund të "përsosin" saktësinë dhe të ngrisin në shkallë më të lartë përpikërinë në të vizatuarit e atyre formave "arbitrare", të cilat janë "joshëse" për vetë nxënësit: (Shih fig. 155).

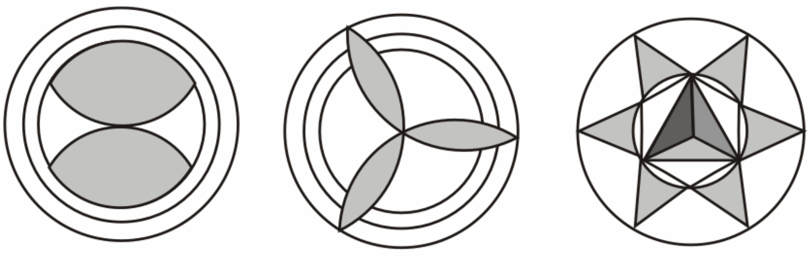


Fig. 155

11.1.20.1. MODELI DHE MODELIMI

Fjala **model** rrjedh nga latinishtja **modus - modulus** që do të thotë **masë, mënyrë** e ngjashme e që në vete përmbledh një spektër të gjerë kuptimesh:

- diçka që merret si "shembull" për të bërë edhe një "tjetër" ose disa të tjera si "kjo";
- diçka "e prodhuar" në një "formë" të re e me një "ndërtim" të ri;
- "kallëp" ose formë që shërben për të prodhuar gjësende të tjera, në seri, të cilat kanë formë dhe përmasa "përafërisht të njëjta" me "kopjen" e parë; (e derdh skulpturën në model, e derdh arin në model të dhëmbëve...);
- skemë ose paraqitje e zvogëluar e një gjësendi apo e një objekti, maket ndërtese, maket relievi, maket harte, model ure...;
- person që shquhet për cilësi të larta njerëzore dhe bamirësie dhe që merret si shembull (model) për t'u ndjekur edhe nga të tjerët;
- person i zgjedhur si model për ta pikturuar;
- **mesuesi është model për nxënësit**, etj.

Me fjalën **model** kuptojmë gjësendin, i cili përmban një ose disa veti thelbësore të gjësendit tjetër (origjinalit, "kopjes së parë"). Kështu, **origjinali** dhe **modeli** gjithnjë përmbajnë **disa veti të përbashkëta.** Që ndonjë "konstruksion" të jetë model i origjinalit, duhet që **origjinali të pasqyrohet në model.**

“Modelet mund të ndahen në modele **materiale** dhe **ideore**. **Modeli material** dhe **origjinali** te të cilët, vetitë e përbashkëta të "natyrës" **strukturale** dhe **funksionale** i trajtojmë si **thelbësore**, ndërkaq ato të "natyrës" **fizike** dhe **gjeometrike** i trajtojmë si **jothelbësore,** quhet **model matematik".**[37]

"Përkthimi" i përkufizimit të mësipërm ka këtë përmbajtje: **Model matematik** të ndonjë operacioni, veprimi, ecurie, procesi, rregulle... ndaj **origjnalit** (tashmë "të zbuluar") përfaqëson **zbatimin e teorisë, skemës, algoritmit** dhe **shpehjes matematike me fjalë** ose **me simbole (shenja),** me kusht që "**konstruksioni" i zbatuar të përmbajë veti thelbësore të origjinalit.**

Që nga lashtësia, njerëzit që kanë kultivuar mësimin e matematikës, kanë bërë përpjekje të vazhdueshme për të gjetur skema ose modele, të cilat do të shërbenin si udhërrëfim për zgjidhjen e një problematike të caktuar, të ngjashme ose identike matematike. Prandaj, nocioni **algoritëm** është po aq i vjetër sa edhe vetë mësimi i matematikës. Algoritmi përfaqësohet si tërësi e udhëzimeve të përgjithshme, të nevojshme për të kryer ecuri të caktuara matematike. Algoritmi paraqet çdo formulë për llogaritje të syprinës së sipërfaqes dhe vëllimit të formave gjeometrike:

$S = a\,b$, $S = a^2$, $S = 6\,a^2$, $V = a\,b\,c$, etj.

Ecuria e sajimit, konstruktimit dhe ndërtimit të modelit, quhet të modeluarit, i cili në kohët e fundit, për mendjet e ndritura shkencore (jo vetëm në matematikë) është preokupant. Modeli dhe të modeluarit sot aplikohen në të gjitha shkencat e më së shumti në **kibernetikë.**

---

[37] Nikolić M: "Matematičko i kibernetičko modeliranje pedagoških procesa", Novi Sad, 1977, f. 20.

Të modeluarit matematik, në kuptimin e gjerë të fjalës, duhet kuptuar si udhëzim, rregull, formulë... të nevojshme për të zgjidhur detyrat e caktuara problemore, p.sh., edhe vetë konstruksioni: "Prej një pike jashtë një drejtëze, të hiqet normalja në atë drejtëz", përfaqëson të modeluarit matematik. Sipas modelit në fjalë, "më vonë", mund të heqim tangjentën në rreth... prej nga fitojmë konstruksione të reja më të ndërlikuara.

Në kuptimin e ngushtë të fjalës, të modeluarit matematik duhet kuptuar si fushëveprimtari tekniko-punuese e nxënësve, por edhe e mësuesit, që përveç modelit të kg, të punuar prej argjili, metrit prej dërrase, në kuadrin e detyrave të shtëpisë, do të duhej punuar prej kartoni dhe letrave të tjera "speciale", disa nga format gjeometrike, trekëndorë të të gjitha llojeve (modeleve e madhësive), drejtkëndorë, katrorë, rrethorë koncentrikë, figura simetrike, komponimin e disa prej trajtave të lartpërmendura, rrjetat dhe modelet e kubit (veçanërisht dm^3), të kuboidit, paralelopipedit kënddrejtë dhe cilindrit.

Vizatimi (i një relacioni, figure simetrike, boshti simetrie, rrafshi simetrie, pabarazimi, thyese, funksioni, segmente të zvogëluara në raportin e dhënë, shumë e këndeve të brendshme te trekëndëshi) në cilësinë e modelimit matematik mbështet, sqaron dhe ndihmon për të kuptuar ecurinë dhe rrjedhën logjike të pohimit dhe të gjykimit. Vizatimet, skicat (vizatim që paraqet vetëm vijat kryesore të diçkaje dhe që mund të plotësohet më pas) dhe modelet e ndryshme matematike qofshin edhe "jo të përpikëta", në asnjë rrethanë nuk bën të pengojnë dhe të dëmkosin rrjedhën logjike të ecurisë së caktuar matematike.

Në gjeometri, më tepër se në çdo disiplinë tjetër të matematikës, lypset kultivuar imagjinatën, e cila, si aftësi intelektuale, do të mundë të "prodhonte" modele, vizatime dhe konstruksione të reja, të "papara" deri atëherë.

11.1.21. ZHVILLIMI I IDEVE PËR NDRYSHOREN (SHPREHJE ME NDRYSHORE)

Kuptimi i nocionit të ndryshores dhe i shprehjeve me ndryshore, paraqet njërin prej gurthemeleve të mësimit elementar të matematikës. Që më parë, supozojmë që shprehjet numerike në lidhje me mbledhje, zbritje, shumëzim dhe pjesëtim, nxënësit tashmë i kanë përvetësuar.

Mësuesi lypset t'i aplikojë ato teknika, metoda, mjete e forma mësimore, t'i marrë ata shembuj, në mënyrë që "nxënësve t'iu duket, thuajse me dorën e vet po e prekin ndryshoren"! Po qe se është e nevojshme, gjatë tërë një ore mësimi, le të zgjidhet një detyrë e vetme e një shprehjeje me ndryshore! Pra, me këtë rast nuk bën të shfaqet nxitimi.

Në fillim, nxënësit me vështirësi e pranojnë të dhënën që numërorët mund të shënohen edhe me shkronja dhe se po ajo shkronjë merr vlera të caktuara numerike 1, 2, 3, 4, 5, 6; 5, 10, 15, 20; 2, 4, 6, 8, 10,...

Nxënësit duhet të "zbulojnë" vetë që në shprehjet numerike (po e zëmë, vijuese), të cilat paraqesin mbledhje, zbritje, shumëzim dhe pjesëtim, cili prej numrave (mbledhësve, faktorëve, të zbritëshmit, zbritësit, të pjesëtueshmit, pjesëtuesit), "ndryshon sipas rastit në rast" dhe cili prej tyre "nuk ndryshon".

6 + $\boxed{1}$	7 · $\boxed{1}$	24 : $\boxed{1}$	8 - $\boxed{1}$
6 + $\boxed{2}$	7 · $\boxed{2}$	24 : $\boxed{2}$	8 - $\boxed{2}$
6 + $\boxed{3}$	7 · $\boxed{3}$	24 : $\boxed{3}$	8 - $\boxed{3}$
6 + $\boxed{4}$	7 · $\boxed{4}$	24 : $\boxed{4}$	8 - $\boxed{4}$
6 + $\boxed{5}$	7 · $\boxed{5}$		
6 + $\boxed{6}$	7 · $\boxed{6}$		

Fransoa Vieti (1540-1603), matematikan francez. Në matematikë i futi shkronjat për të zëvendësuar numërorët dhe të panjohurat.

Fransoa Vieti

Detyrat në fjalë "patjetër" lypset të demonstrohen me ndihmën e petëzave, eurove... Pasi që "të zbulohet" numri i përgjithshëm, i cili "ndërron" sjelljen e tij (**ndryshorja**), duke marrë vlerat 1, 2, 3, 4, 5, 6 (në dy rastet e para dhe 1, 2, 3, 4 në dy rastet e fundit), shënojmë:

6 + **a**

7 · **a**

ku a = 1 ose a = 2 ose a = 3 ose a = 4 ose a = 5 ose a = 6, përkatësisht:

24 : **a**

8 - **a**

ku a = 1 ose a = 2 ose a = 3 ose a = 4

Pastaj, nxënësve u japim detyra "pak më të ndërlikuara", "për të zbuluar" numrat, të cilët ndryshojnë "sipas rastit", madje në "cilësinë e ndryshores" t'i shënojnë me a, duke plotësuar që në shprehjet vijuese, cilat vlera i merr a:

$\boxed{1}$ 2 + (**1**+5)	$\boxed{2}$ (**1**+3) + 4	$\boxed{3}$ 5 · (**1**+6)	$\boxed{4}$ (7+**1**) · 8
2 + (**2**+5)	(**2**+3) + 4	5 · (**2**+6)	(7+**2**) · 8
2 + (**3**+5)	(**3**+3) + 4	5 · (**3**+6)	(7+**3**) · 8

Në detyrën $\boxed{1}$ 2 dhe 5 "ngelin të pandryshuara". Shprehja me ndryshore e detyrës $\boxed{1}$ mund të shkruhet:

2 + (**a** + 5), ku **a = 1** ose **a = 2** ose **a = 3**

Detyra $\boxed{2}$ si shprehje me ndryshore mund të shkruhet: (**a**+3)+4, ku **a = 1** ose **a = 2** ose **a = 3**.

Detyra $\boxed{3}$ dhe $\boxed{4}$ mund të shkruhen:

5 · (**a** + 6), përkatësisht: (7 + **a**) · 8,

ku **a = 1** ose **a = 2** ose **a = 3**.

Rezultatet e zgjidhjeve mund "të verifikohen" edhe nëpërmjet plotësimit të tabelave:

a	1	2	3
2+(**a**+5)	8	9	10

a	1	2	3
(**a**+3)+4	8	9	10

a	1	2	3
5(**a**+6)	35	40	45

a	1	2	3
(7+**a**)·8	64	72	80

Plotësimi i tabelave mundëson që të gjenden edhe zgjidhjet e barazimeve, p.sh.:

9 (x+8) = 72

x	0	1	2
9(x+8)	72	81	90

Zgjidhje e barazimit është x = 0

Ndryshorja a, përkatësisht b, c, d,... x, ... nxënësve, "nuk duhet t'u imponohet medoemos", përkatësisht duhet dhënë kuptimi intuitiv i saj, meqë mosha e tyre është mjaft e re, 7-8 vjeçare. Ata, për shprehjen (numerike) me ndryshore, do të mësojnë edhe më vonë. E tërë kjo nxënësve do t'u shërbejë si "kapital" për të kuptuar dhe përvetësuar me sukses "Varësitë funksionale të dy madhësive", përkatësisht **Funksionet.**

11.1.22. FILLET E FORMIMIT TË NOCIONIT FUNKSION

Në matematikë nocioni pasqyrim është relativisht i ri, i cili interpretohet dhe sqarohet me ndihmën e nocionit të bashkësive. Nocioni i pasqyrimit qëndron në lidhje të ngushtë me nocionin mjaft të vjetër - nocionin e funksionit. Në matematikën bashkëkohore ndërmjet tyre nuk bëhet farë dallimi, kështu që nocionet pasqyrim dhe funksion konsiderohen si sinonime. Për shkaqe didaktike, kësaj duhet t’i shmangemi. Në të vërtetë, "Çdo pasqyrim është funksion, ndërkaq çdo funksion nuk është pasqyrim.[38]

Jeta e përditshme e njeriut, ia imponoi atij aplikimin e pashmangshëm të funksioneve. Kështu, gjatë jetës dhe punës, njeriu për të jetuar, mësoi që objektet e caktuara, detyrimisht lypset t'i shoqërojnë objektet e njëjta ose të ndryshme, nga e njëjta ose nga bashkësi të ndryshme. P.sh. çdo familjeje i shoqërohet mbiemri, çdo nxënësi i shoqërohet vendbanimi, çdo rruge të një qyteti, i shoqërohet emërtimi i saj...

Në mësimin elementar të matematikës prania e funksionit (kuptohet, duke mos ia përmendur emrin) daton që nga mësimet e para. E rëndësishme është të

[38] Prvanović, S.: "Savremena interpretacija važnijih matematičkih pojmova u nastavi", Beograd, 1981, f. 39.

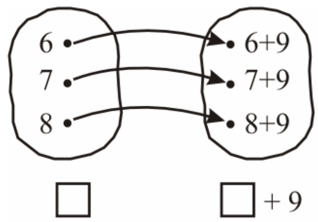
dimë si hidhet hapi i parë për kuptimin e funksionit, mënyra e familjarizimit të nxënësve me këtë nocion të rëndësishëm që në formë të gjerë do të jepet shumë më vonë! Formimi i vargut të numrave natyralë (numri pasues, numri paraardhës, numrat çiftë e cupë), shpjegimi i operacioneve aritmetike, shqyrtimi i trajtave gjeometrike... duhet të jenë të ndërthurura (të gërshetuara) me idenë e funksionit.

Vënia e gurit themeltar të nocionit **funksion**, madje krejt kjo me një shije të hollë, mund të realizohet duke i njohur nxënësit me "plotësimin e tabelave".

Numri i dhënë natyral	a	1	2	3	4	5	6
Pasuesi i numrit të dhënë natyral	a+1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**

Numri i dhënë natyral	a	1	2	3	4	5	6
Paraardhësi i numrit të dhënë natyral	a -1	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**

Kuptimi intuitiv për funksionin $x \to x+a$ zë fill nëpërmjet diagrameve shigjetore dhe tabelave. Kështu, duke zbatuar, po e zëmë **operatorin (+9)** në bashkësinë {6,7,8}, mësuesi, së bashku me nxënës, paraqesin diagramin (Fig. 156) dhe tabelën përkatëse të tij.



$\square$	6	7	8
$\square + 9$	15	16	17

Fig. 156

lexo:

- numri 6 shoqërohet me 6+9, d.m.th. me numrin 15
- numri 7 shoqërohet me 7+9, d.m.th. me numrin 16
- numri 8 shoqërohet me 8+9, d.m.th. me numrin 17

Mund të ndodhë që tabela të jetë e komponuar prej numrave "të dhënë" dhe atyre "të fituar", por kërkohet "varësia funksionale" në mes tyre; përkatësisht operatori:

b	5	10	15	20
?	3			

Edhe plotësimi i tabelave alternative na shpie tek ideja e funksionit:

1)

b	2			6
b+8		12	16	

2)

b		10		14
b - 6	2		6	

Duke u mbështetur në **relacionet** e paraqitura nëpërmjet "diagrameve shigjetore", do të shkelim në "**ujërat e funksioneve"** dhe kjo do të ndodhë atë-herë, kur do të zbatojmë veprimin me **"Mbledhje, duke plotësuar 10".** Që tashti mësuesi me nxënës kanë për të veçuar se **"Çdo relacion, nuk është funksion"**, ndërkaq "**Çdo funksion, është relacion"**

Marrim bashkësitë A,B të disa mbledhorëve në çiftë, të cilët (me gjasë) mund të shoqërohen nëpërmjet shigjetave me shumat përkatëse (eventuale) të tyre, të paraqitura në bashkësitë A_1, përkatësisht B_1:

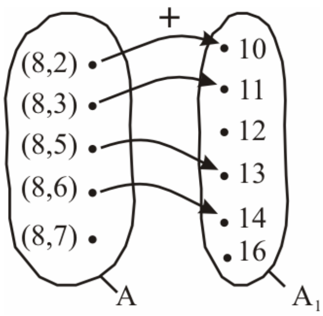


Fig. 157

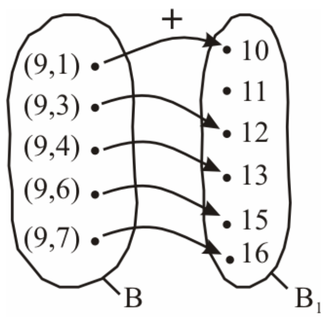


Fig. 158

Ndonjëri nga nxënësit "më të vëmendshëm" mund të "zbulojë" se:

- Për çfarë veçohen diagramet e Fig. 157 dhe Fig. 158?

- Në Fig. 158, prej çdo çifti mbledhorësh **del nga një shigjetë**, ndërkaq në Fig. 157, çifti (8,7) **mbetet i pashoqëruar me shigjetë**, sepse shuma 15 nuk bën pjesë në bashkësinë e djathtë. Kështu, Fig. 157 përfaqëson një **relacion,** ndërkaq Fig. 158, përfaqëson një **funksion.**

Njohja e mëtejme e nocionit të funksionit realizohet nëpërmjet operacioneve aritmetike. **Çdo operacion aritmetik është funksion, ndërkaq çdo funksion nuk është operacion**.[8]

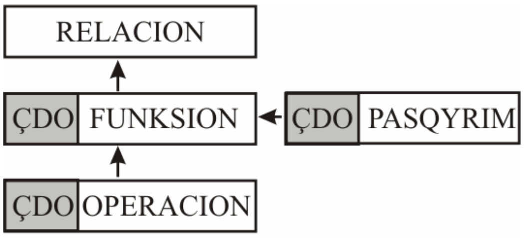


Fig. 159

Fig. 160

Lidhja skematike "e nocioneve **operacion, pasqyrim, funksion** dhe **relacion,** duket si më lartë (Fig. 159, Fig. 160), prandaj mund të përfundojmë që **Relacionet** janë **gjini e nocionit funksion**, ndërkaq **operacionet, pasqyrimet** dhe **funksionet janë lloj** i nocionit **relacion**.

Shuma është funksion i të gjithë mbledhorëve. Çdo rritje ose zvogëlim i cilitdo mbledhor, e rrit, përkatësisht e zvogëlon (për aq) edhe shumën.

34 + 7 = 41

(34 + 6) + 7 = 41+6

(34 - 6) + 7 = 41-6

Ndryshimi i dy numrave paraqet funksion të të zbritëshmit dhe të zbritësit:

45 - 17 = 28

po e zëmë, me zvogëlimin e zbritësit për 9, ndryshimi rritet për 9 dhe anasjelltas:

45 - (17 - 9) = 28+9

45 - 8 = 37

Edhe prodhimi i dy numrave paraqet funksion, po qe se njëri faktor i prodhimit zvogëlohet n herë, edhe prodhimi do të zvogëlohet n herë dhe anasjelltas, p.sh.:

12·4 = 48

(12:3) ·4 = 48:3

4·4 = 16

d.m.th. faktorin 12 e zvogëluam për 3 herë, edhe prodhimin 48 u desh ta zvogëlojmë për 3 herë.

Edhe herësi ndodhet në "varësi funksionale" në lidhje me të pjesëtueshmin dhe pjesëtuesin, p.sh.: 32:4 = 8

- Nëse i pjesëtueshmi rritet për 3 herë, atëherë edhe herësi rritet për 3 herë:

(32·3) : 4 = 8·3

96 : 4 = 24

- Nëse i pjesëtueshmi zvogëlohet për 2 herë, atëherë edhe herësi zvogëlohet për 2 herë:

---

[8] Po aty, f.49.

(32:2):4 = 8 : 2
16:4 = 4
- Nëse pjesëtuesi rritet për 2 herë, atëherë herësi zvogëlohet për dy herë:
32 : (4·2) = 8 : 2
32 : 8 = 4
- Nëse pjesëtuesi zvogëlohet për 2 herë, atëherë herësi rritet për 2 herë:
32 : (4 : 2) = 8·2
32 : 2 = 16
Pra:
- nëse zbritësi zvogëlohet, ndryshimi rritet;
- nëse pjesëtuesi zvogëlohet, herësi rritet;
- nëse zbritësi rritet, ndryshimi zvogëlohet;
- nëse pjesëtuesi rritet, herësi zvogëlohet. Që këtej, fillon të zërë fill njohja e varësisë funksionale të zhdrejtë.

Edhe shpjegimi dhe interpretimi i trajtave gjeometrike lypset të jetë i thurur me idenë e funksionit. Krahas aftësimit të nxënësve për të llogaritur, po e zëmë, perimetrin e një trekëndëshi, syprinën e sipërfaqes së një katrori, vëllimin e paralelopipedit kënddrejtë..., ai duhet "të kuptojë" në thelb që perimetri i trekëndëshit barabrinjës është funksion i gjatësisë së brinjës së tij, P = 3a, po qe se rriten brinjët, atëherë vjen e rritet edhe perimetri dhe anasjelltas. Pra, madhësia e perimetrit të trekëndëshit varet nga gjatësia e brinjëve të tij. Pastaj, syprina e sipërfaqes së katrorit është funksion i gjatësisë së brinjës së tij: $S = a^2$

a	1	2	3	4
a^2	1	4	9	16

ose vëllimi i paralelopipedit kënddrejtë (V = a·b·c), është funksion i

gjatësisë së brinjëve të tij.

Funksioni arsimor dhe edukativ i nocionit të funksionit është tejet i madh, i gjerë dhe i larmishëm. Njohuritë e mëtejme "duke ia përmendur emrin funksionit", fitohen në arsimin e mesëm të ulët (VI-IX) por, njohuritë më të thella në lidhje me të, fitohen gjatë shkollimit të mesëm, të lartë dhe atij superior.

11.1.23. FILLET E FORMIMIT TË RELACIONEVE

Relacioni bën pjesë në mesin e nocioneve më të rëndësishme të matematikës bashkëkohore, duke u inkorporuar që nga kl. I fillore, edhe pse nocioni i relacionit (sikurse edhe ai i funksionit) nuk figuron në mënyrë eksplicite.

Që në arsimin parashkollor, fëmijët hetojnë se në mes të personave, individëve, gjësendeve, dukurive, shfaqjeve, madhësive... ekzistojnë lidhje (raporte) të caktuara. Kështu, gjatë jetës dhe lojës së përditshme, ata shfaqin kësi lloj vlerësimesh:

1. Unë jam fëmija i parë i prindërve të mi.
2. Ti ke lindur ditën e hënë, më 14 maj 1979.
3. Mentori është më i shpejtë se Fisniku.
4. Babai im ka veturë të njëjtë me atë të bacës Isa.
5. Unë kam dorëshkrim më të bukur se ti.
6. Në vitin 2003, në familjen tonë i shënojmë dy përvjetorë jubilarë:

-100-vjetorin e lindjes së gjyshit tim (1903) dhe

-50-vjetorin e regjistrimit të babait tim në klasën e parë fillore (1953), etj.

Këto na shpiejnë kah evidencimi i relacioneve. Përvoja e tyre jetësore, e cila i regjistron lidhjet (raportet) e caktuara ndërmjet objekteve, subjekteve, dukurive, madhësive... lypset të jetë rrethanë lehtësuese në formimin e nocionit relacion. Formimi i nocionit në fjalë lypset të ndihmohet me material të llojllojshëm didaktik, atë natyror dhe me gjendje e situata të afërta jetësore.

Në mësimin elementar të matematikës, të gjitha relacionet i ndajmë në dy grupe:

- relacione që përcaktojnë pozitën ndërmjet gjësendeve dhe
- relacione ndërmjet numrave, të cilat do t'i shqyrtojmë veçmas.

11.1.23.1. RELACIONET QË PËRCAKTOJNË POZITËN NDËRMJET GJËSENDEVE

Bashkësia që përmban relacionet, të cilat regjistrohen në rrethin e drejtpërdrejtë, ku punojnë dhe jetojnë nxënësit, po e zëmë; **në, mbi, nën, përpara, pas, djathtas, majtas, prapa, ndërmjet, përballë**..., është në gjendje statike (të palëvizshme), si dhe **përpara, prapa, lart, poshtë, majtas, djathtas, drejt, pjerrtas, tatëpjetë...,** është në gjendje dinamike (me kahe të caktuar të lëvizjes). Familjarizimi me kuptimet e mësipërme, pos të tjerash, mund të ndihmohet dhe të realizohet praktikisht edhe nëpërmjet orëve të edukatës fizike. **E veçanta është të spikaturit e relacioneve të kundërta ndërmjet tyre.**

Relacionet që përcaktojnë pozitën, mund të jenë:

- pozita e vëzhguesit ndaj gjësendeve (subjektit ndaj objekteve, subjektit ndaj dukurive, shfaqjeve),
- pozita e gjësendit ndaj gjësendeve (objektit ndaj objekteve, objektit ndaj dukurive), p.sh.:

1. Përpara vëzhguesit ndodhet busti i heroit, ndërsa pas tij shkolla, gjë që do të thotë se vëzhguesi ndodhet ndërmjet bustit dhe shkollës,

2. Janari është muaj para shkurtit, ndërsa marsi është muaj pas shkurtit, që do të thotë, muaji shkurt është ndërmjet muajve janar dhe mars.

Të ndihmuar nga materiali didaktik, zënia fill e **relacioneve që përcaktojnë pozitën** ndërmjet gjësendeve, mund të ndërtohet me këtë shkallëzim:

- Kuptimi për palën (çiftin), që sendërtohet duke plotësuar tabelat, ku shoqërohen **dy veçori** (tipare, cilësi), po e zëmë **lloji (forma)** dhe **ngjyra**, p.sh:

	verdhë	zi	kuq
zogu			

	kali	gjeli	lulja
ngjyra e kuqe			

- Radhitja (para dhe pas) e elementeve të bashkësisë, mbëshetur në një veçori të saj (po e zëmë, madhësi),

- Radhitja (para dhe pas) e elementeve të bashkësisë, mbështetur në dy veçori të saj (po e zëmë, madhësi dhe formë).

- Shoqërimi një për një i elemeneve të dy bashkësive dhe lidhja e tyre me vijë (po e zëmë: të vendosurit nga një laps mbi çdo fletore dhe theksimi i pyetjeve:

- A mbeti ndonjë laps pa fletore?

- A mbeti ndonjë fletore pa laps?

Pastaj abstraktohet: kryhet shoqërimi një për një i petëzave të mëdha katrore me ato të vogla katrore:

- A mbeti ndonjë petëz e madhe apo e vogël e pashoqëruar? Mund të përsëritet ky "aktivitet" me petëza rrethore, trekëndore etj.

Shoqërimi mund të bëhet në mbështetje të **formës, ngjyrës, madhësisë, materialit ndërtimor, përdorimit, pozitës**, etj. Për interpretim mund të merren edhe fotose të gjallesave (kafshë e shpezë) me të vegjëlit tyre.

Me **relacione gjeometrike:** të jenë paralele (2) të jenë pingule ($\perp$), të jenë të përputhshme, kongruente ($\cong$), të jenë të ngjashme (~), etj. ndeshemi në bashkësinë e drejtëzave, të segmenteve, të rrafsheve, të figurave gjeometrike, etj.

Relacionet që caktojnë pozitën, lehtë barten në lëmin e gjeometrisë:

a) - pika në të majtë të drejtëzës,

- pika në të djathtë të drejtëzës dhe

- pika në drejtëz.

b) - pika brenda rrethit,

- pika në vijën e rrethit dhe

- pika jashtë rrethit.

c) - Pozita reciproke e dy drejtëzave mund të jetë:

- të puthitshme,

- priten,

- paralele,

- të kithëta.

d) paralelizmi, pingultia, barazimi i brinjëve te drejtkëndëshi, katrori, trapezi janë relacione simetrike.

Relacionet që lidhin dy elemente (pikën me drejtëz, pikën me rreth, drejtëzën me rreth, drejtëzën me drejtëz...), quhen relacione **binare**, ato që i lidhin 3 elemente (unionin e tri segmenteve [AB], [BC] dhe [CA], që i lidhin 3 pika A, B, C, që nuk i përkasin një drejtëze e quajmë trekëndësh), quhen relacione **ternare**, ato që i lidhin 4 elemente - **kuaternare**. P.sh.:

Fig. 161

Nëse A - B - C   A - B - D

B - C - D   A - C - D

(A - B - C, lexo: B në mes A dhe C) (Fig. 161).

Po qe se pranohet nocioni i lëvizjes, p.sh.: me kahe pozitive ABCD, vlen e njëjta. (Fig. 162) Më aplikative se të tjerat janë relacionet binare.

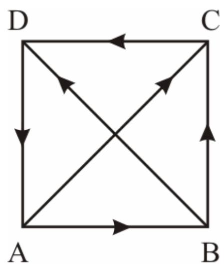


Fig. 162

Në mësimin e matematikës, por edhe në jetën e përditshme, përdoren shumë shpesh **relacionet, të cilat i plotësojnë disa kushte (i kanë disa veti) të caktuara.** Në këtë vazhdë, relacione dysore (binare) më të rëndësishme janë: **Relacioni i ekuivalencës** dhe **Relacioni i renditjes.**

Relacioni që e ka vetinë **refleksive, simetrike** dhe **transitive,** quhet **Relacion ekuivalence,** ndërkaq relacioni që e ka vetinë **refleksive antisimetrike** dhe **transitive,** quhet **Relacion renditjeje** për të cilat gjerësisht do të mësohet në shkollën e mesme të ulët (VI-IX).

Relacione të ekuivalencës mund të sajojmë nga "vendqëndrimet" e personave, "pozitat" e objekteve... po e zëmë:

- "të jesh nxënës i paraleles së njëjtë",
- "të jetosh në shtëpinë e njëjtë",
- është paralele "-" është e puthitshme "-" është e ngjashme"-", është baras" etj.

Relacionet e renditjes i sajojmë duke krahasuar:

- numrat sipas madhësisë,
- pozicionin e librave të vendosur në sirtarët e bibliotekës familjare (poshtë - lart, majtas-djathtas...)
- listat e sportistëve të një gare në mbështetje të rezultateve të arritura,
- shkronjat e një fjale lidhur me radhitjen e tyre gjatë daktilografimit, etj.

11.1.23.2. RELACIONET NDËRMJET NUMRAVE

Nëpërmjet shoqërimit një për një të elementeve të dy bashkësive, të cilat veçohen për nga ngjyra, shija, pozita, forma, madhësia, përdorimi, masa, materiali ndërtimor... mund të krahasohen bashkësitë për të përfunduar: cila nga ato **ka më pak se; ka më shumë se; aq sa...**

Krahasimi i bashkësive mbështetet në krahasimin e numrave dhe u paraprin veprimeve me numra. Ndërkaq, nën "ombrellën" e krahasimit të numrave, zënë fill kuptime dhe nocione të reja e të thella matematike.

Në mësimin tradicional elementar të matematikës, me vjetërsi më tepër se 50 vjeçare, nxënësit kanë qenë të njohur vetëm me relacionin " = " (e barazisë), kështu që shumë vonë në shkollën e mesme, kur janë shpjeguar barazimet dhe jobarazimet, janë njohur edhe me relacionet ">" (më i madh) dhe "<" (më i vogël). Nxënësit sot (kl. I - V) njihen jo vetëm me një numër më të madh relacionesh se sa dikur ("baras", "më i vogël", "më i madh", "numri pasues", "numri paraardhës", "numri çift" (relacion unar), "numri cup", "numri për aq më i madh", "për aq më i vogël se numri", "nënbashkësi", "union i bashkësive", "prerje e bashkësive", "ndryshimi i bashkësive", "krahasim i madhësive", "plotpjesëtueshmëria" me 2, 5, 10 etj.), por i "hetojnë" edhe vetitë e tyre. Kështu, p.sh. në mësimin tradicional, nxënësit kanë shkruar: 4+5=9 dhe 5+4=9 si dhe kanë ditur që 4+5 = 5+4, "por nuk e kanë hetuar" që relacioni i barazisë përmban:

- vetinë refleksive 9 = 9,
- vetinë simetrike 4+5=9 dhe 9=5+4 dhe

vetinë transitive 4+5=9; 9=3+6 => 4+5 = 3+6.

Në mësimin elementar të matematikës, posa të njihemi me tre numrat e parë natyralë 1, 2, 3, zënë fill njohja dhe relacionet e para numerike: "paraardhësi", "pasuesi", "numri më i madh", "i barabartë", "numri më i vogël":

- numri 1 është baras me numrin 1 (1=1)
- numri 1 është më i vogël se numri 2 (1<2);
- numri 2 është më i vogël se numri 3 (2<3);
- numri 1 është më i vogël se numri 3 (1<3);
- numri 2 është më i madh se numri 1 (2>1);
- numri 3 është më i madh se numri 2 (3>2);
- numri 3 është më i madh se numri 1 (3>1).

Më vonë, nxënësit aftësohen për aplikimin e relacioneve "numri për aq më i madh, "për aq më i vogël se numri", "për aq herë më i madh se numri", "për aq herë më i vogël se numri", vazhdojmë me "nënbashkësi", "union"... "prerjen" e "diferencën" e bashkësive", duke "përfunduar" me "plotpjesëtueshmërinë e numrave me 2, 5 e 10.

Siç dimë, radhitja e elementeve në bashkësi, nuk është ndonjë veçori thelbësore. Megjithatë, në matematikë ndeshemi edhe me aso situata dhe rrethana, kur është më se e nevojshme të dimë (përpikërisht) se cili nga elementet e një bashkësie të dhënë është i pari, i dyti, i treti, etj. Kështu saktësohet nocioni i **palës (i çiftit) të renditur.**

Pala e elementeve (a,b) quhet e renditur, po qe se është e caktuar (plotësisht), cili nga elementet është i pari dhe cili i dyti. Prandaj, ndërmjet palës së renditur (a,b) dhe bashkësisë me dy elemente (a,b), ekziston dallimi thelbësor. Elementet e bashkësisë me dy elemente (palës dyshes së zakonshme), mund të vështrohen ndaras, ndërkaq **pala e renditur është një objekt matematik, një tërësi.** Aftësimi i nxënësve që, nga elementet e dy bashkësive të mund të formojnë **palët e renditura,** mbështetet te **plotësimi i tabelave dhe i diagrameve shigjetore.** Kështu, po e zëmë, bashkësia e **dy bashkëtingëlloreve** të ndryshme, së bashku me bashkësinë **e tri zanoreve** të ndryshme, sajojnë palët (çiftet) **e gjashtë rrokjeve:**

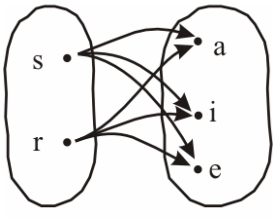


Fig. 163

Tabela 1

	a	i	e
s	sa	si	se
r	ra	ri	re

T_1

Tabela 2

	2	4	6
1	(1,2)		
3		(3,4)	
5			(5,6)

T_2

Sajimi (ndërtimi) i palëve të renditura mund të mbështetet edhe në materialet gjysmë të përgatitura, duke zënë fill në këtë mënyrë edhe **prodhimi kartezian (Tabela 2).** Plotësimi i tabelave dhe i diagrameve të ndryshme për të **"dokumentuar ekzistencën e relacionit"** paraprin dhe na shpie te **kuptimi i funksionit.**

Në mbështetje të plotësimit të tabelave, interpretimet e veprimeve të mbledhjes dhe të zbritjes, pasurohen dhe ato bëhen më të qarta e më të kapshme për nxënësit. Operatorët e sipërpërmendur gjejnë interpretimin e tyre edhe në boshtin numerik, duke e bërë edhe më të qartë kuptimin e zbritjes si veprim i kundërt me atë të mbledhjes.

Kështu, për tabelën T_3 mund të themi: 7+1=8, duke shënuar një kryq në kutizën e parë të rreshtit të parë (nën numërorin 8); 6+3=9, duke shënuar një kryq në kutizën e dytë të rreshtit të dytë (nën numërorin 9) dhe 5+4=9, duke shënuar një kryq në kutizën e dytë të rreshtit të tretë (nën numërorin 9). Nëpërmjet tabelave T_4 dhe T_5 operatorët e zbritjes dhe të mbledhjes mund "të prekën me dorën e nxënësve".

	8	9
7 + 1	x	
6 + 3		x
5 + 4		x

T_3

	8	9
12 - 3		x
13 - 5	x	
14 - 5		x

T_4

	12	13	14
9 + 3	x		
8 + 5		x	
9 + 5			x

T_5

+	0	2	4	6	8
1	**1**				
3		**5**			
5			**9**		
7				**13**	
9					**17**

T_6

+ 2

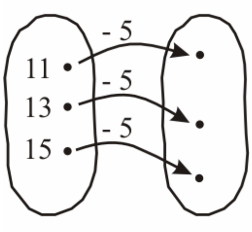
1	**3**
7	
4	
6	

T_7

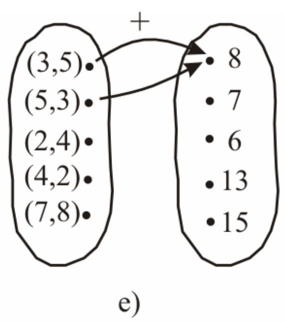
- 3

4	**1**
8	
5	
9	

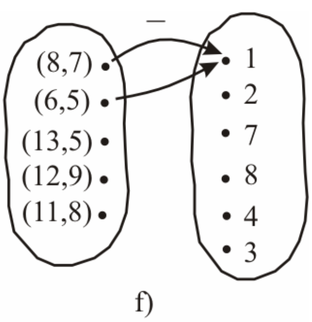
T_8



d)



e)



f)

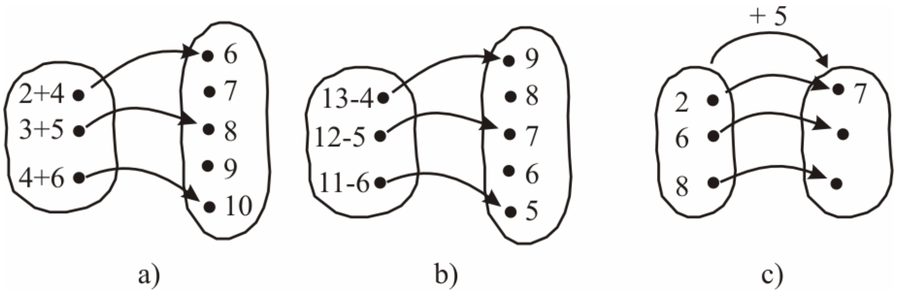


Fig. 164

Evidencimi dhe konkretizimi i relacioneve numerike nëpërmjet përdorimit dhe plotësimit të tabelave gjithmonë ka shtrirje të gjerë. Kështu, duke vënë në spikamë edhe njëherë veprimet: mbledhje dhe zbritje, në cilësinë e operatorit, mund "të argëtohemi" edhe me këto lloje tabelash:

Duke u familjarizuar me operatorin e mbledhjes dhe të zbritjes, së voni, nxënësit kanë për të "qëndisur" edhe diagramet shigjetore (Shih fig. 164), ku sërish relacioni "baraz" është "aktual".

Njohuritë e sipërpërmendura, më vonë, kanë për të shërbyer si "trampolinë", për të kuptuar dhe prekur me dorë nocionin **funksion.**

Njohja e gjerë dhe e thellë e relacioneve numerike na mundëson që t'i "zbulojmë pikëtakimet" me operacionet numerike, kështu p.sh.:

Po qe se vlen $a \geq b$,atëherë do të vlejë:

$a + x \geq b + x$

$a - x \geq b - x$

$a \cdot x \geq b \cdot x$

$\frac{a}{x} \geq \frac{b}{x}$

Këto do të na shpiejnë në zgjidhje më kuptimplote të barazimeve, pabarazimeve, krahasimin e thyesave...

Le të zëmë:

$\boxed{1}$ $36 - x = 14$

$36 - x + x = 14 + x$

$36 = 14 + x$

$36 - 14 = 14 - 14 + x$

$22 = x$

$\boxed{2}$ $ax + b < c$

$ax + b - b < c - b$

$ax < c - b$

$x < \frac{c - b}{a}$

$\boxed{3}$ Nëse ekzistojnë këto relacione të numrave

$1 < 2$ $1 < 3$ $2 < 3$ $3 < 5$

atëherë do të ekzistojnë këto relacione të mirëfillta në mes të thyesave:

$$\frac{1}{3} < \frac{2}{3} \quad \frac{1}{2} < \frac{3}{2} \quad \frac{1}{4} < \frac{3}{4} \quad \frac{3}{4} < \frac{5}{4}$$

4

Nëse a < c, atëherë vlen $\frac{a}{b} < \frac{c}{b}$

Nëse a > c, atëherë vlen $\frac{a}{b} > \frac{c}{b}$

5

Nëse a > b, atëherë vlen $\frac{a}{b} > 1$

Nëse a = b, atëherë vlen $\frac{a}{b} = 1$

Nëse a < b, atëherë vlen $\frac{a}{b} < 1$ e të tjera.

Lidhja e natyrshme e nocionit **relacion,** të thuash gati në të gjitha përmbajtjet programore të kursit të matematikës, bën që ai të jetë i pranishëm, në këtë apo atë formë, në të gjitha nivelet shkollore, nga parashkollarët, deri te maturantët. Relacionet matematike janë të pranishme në të gjitha format e aktivitetit matematik të nxënësve.

Në përmbyllje po shtojmë se në matematikë me relacione ndeshemi të thuash në çdo hap. Prandaj, me të drejtë mund të themi që matematika është "botë e relacioneve", e me këtë shprehje kuptojmë spektrin e gjerë aplikativ të relacioneve edhe në mësimin elementar të matematikës.

12. MËSIMI ELEMENTAR I MATEMATIKËS DHE
REFLEKSIONET E SAJ ME RREZATIM MORAL

Mësimi elementar i matematikës, bashkë me atë të gjuhës amtare, janë lëndë mësimore, të cilat e shoqërojnë nxënësin (I-V) me një fond të konsiderueshëm orësh mësimi. Kjo vetiu tregon trajtimin parësor që kanë ato në arsimin dhe edukimin fillestar.

Në fillim të shkollimit, gati të gjithë nxënësit kanë qëndrim pozitiv ndaj shkollës dhe mësimit. Në këtë pikëpamje as mësimi elementar i matematikës nuk bën përjashtim. Mirëpo, qëndrimi i disa nxënësve ndaj MEM shumë shpejt fillon të ndryshojë. Mësimi elementar i matematikës jo rrallë herë dhunohet dhe për të merren qëndrime jo të favorshme, më të këqijtë ndër ta: **"Matematikën rrallëkush e di dhe rrallëkush mund ta mësojë"** dhe **"Një pjesë e nxënësve në mënyrë të pashmangshme duhet të përjetojë mossukses në MEM".** Këtu, ajo "pashmangshëm" futet në mesin e lëndëve mësimore problematike, me më shumë nota negative.

A thua pse që në fillim merret një qëndrim jo i favorshëm ndaj **MEM**? Para së gjithash, arsyen duhet ta kërkojmë në të dhënën, që **MEM** e shoqërojnë një tog veçorish specifike (shih kapitullin 2); mësimi i saj udhëhiqet nëpërmjet "punës hulumtuese-krijuese", kërkon punë sistematike, afatgjatë, të mbikëqyrur e të kontrolluar nga i rrituri! **-** Arsyen tjetër do të duhej të kërkojmë në të dhënën: Ç'farë është qëndrimi i mësuesit ndaj **MEM**? Ç'farë mentaliteti e udhëheq atë?

Në këtë drejtim **MEM**, duke kërkuar trajtim pasionant nga ana e mësuesit, puna e tij do të duhej të jetë inspiruese dhe e shoqëruar me ndjenjën e solidaritetit dhe të humanitetit.

Aty ku mësohet **MEM**, do të ishte paradoksale të thuhet: "Të gjithë nxënësit do të duhej të kishin qëndrim pozitiv ndaj saj!" Mirëpo, kjo nuk do të thotë: Braktisja nga **MEM** nuk mund të parandalohet dhe të lokalizohet në suaza simbolike.

Për t'iu ardhur në ndihmë mësuesve të vullnetit të mirë e nëpërmjet tyre edhe nxënësve, në kapitullin e 12-të do t'i trajtojmë këto "infuzione" matematike:

1. **Mësimi elementar i matematikës dhe detyrat problemore-zbavitëse, me elemente të lojës.**

2. **Motivimi dhe zgjimi i interesit të nxënësve për mësimin elementar të matematikës.**

12.1. MËSIMI ELEMENTAR I MATEMATIKËS DHE DETYRAT PROBLEMORE-ZBAVITËSE ME ELEMENTE TË LOJËS

Nxënësit e klasës së parë fillore, që në nismë, gati spontanisht shfaqin interesim për MEM, por te një tog i caktuar nxënësish, ky interesim nga klasa në klasë, fillon t'i humbë gjurmët.

Çfarëdo gjelle që të përdorim, për mirëmbajtje të oreksit, sallata është e veçanta e tij. Meqenëse oreksi shtohet duke ngrënë, në kohën e ngrënies, sipas mirëqenies, dëshirës dhe shijes, sallata e përbërë nga shumë mëlmesa, stërpiket, po e zëmë, me 2-3 lugë vaj, e uthull të përzier me kripë e piper!

Pikërisht kështu do të duhej të ndodhë edhe me mësimdhënien elementare të matematikës. Mësuesi i vullnetit të mirë **për të frymëzuar** dhe **këndellur personalitetin e nxënësve** në **mësimin elementar të matematikës**, kohë pas kohe, do të duhej të fusë **elemente të lojës dhe të rekreacionit.**

Metodika bashkëkohëse përcjell me vëmendje mësimdhënien elementare të matematikës, në mbështetje të **matematikës zbavitëse.** Lojërat llogaritare, enigmat, katrorët magjikë, mahitë llogaritare, labirintet, detyrat interesante, kuizi i mendjemprehtësisë, gjeometria me fije të shkrepsës, shpërbërja e figurave dhe rikomponimi i tyre në një figurë të re, të kërkuar..., **zgjojnë refleksione nxitjeje dhe kërshërie për MEM.** Kështu, me gjasë zgjohen asociacione te të gjithë nxënësit, lidhur me atë se **matematika mund të mësohet,** mbështetur në vullnet dhe motiv të fortë.

Gatishmëria dhe ndjenja "për të luajtur" nëpërmjet mësimit elementar të matematikës, hap shtigje të reja në përballimin e sfidave të ndryshme. Ky orientim me premisa loje, i redukton dukshëm burimet e abstraktimit, monotonisë dhe besdisjes në **MEM**.

Në përgjithësi, "lojërat matematike", të organizuara dhe të udhëhequra nëpërmjet formave të punës në **grupe** dhe **individuale,** zgjojnë interesim dhe kërshëri të veçantë te të gjithë nxënësit, pa përjashtim.

"Lojërat" e para apo detyrat problemore me elemente të lojës, do të duhej të jenë spontane, të udhëhequra nga dëshira, të përzgjedhura drejt, me elemente "jo të theksuara" matematike, me bashkëpjesëmarrës të zgjedhur dhe "me kufizim" të kohëzgjatjes.

Problemi i përzgjedhur zbavitës, i "kriposur" me elemente matematike, është tejet i dobishëm, zgjidhja me sukses e të cilit varet nga:

- leximi me vëmendje i problemit,
- "zbulimi" i të dhënave thelbësore,
- aftësia për abstraktim, kombinim, permutim dhe gjeneralizim,
- të kërkuarit dhe të gjeturit e qasjeve analogjike,
- shprehja e saktë dhe
- përfundimi i drejtë dhe logjik.

Që në lashtësi, emrat e shumë matematikanëve, të mëdhenj e të njohur, janë të lidhur me zgjidhjen dhe interpretimin e **problemeve të vogla,** të cilat kanë buruar nga **"matematika zbavitëse", "interesante"** dhe **"rekreative".**

Matematikani i famshëm grek Euklidi (330-275) p.e.s.), ishte autor edhe i **librezës didaktike "Pseudodaria"**, e cila për fat të keq, ka humbur, e që ishte përplot me shembuj të **"përfundimeve të rrejshme"** - në gjeometri, ku kërkohej "zbulimi" i gabimit!

Është me interes të theksojmë, matematikanët e shquar francezë Pierre de Ferma (1608-1665) dhe Blaise Pascal (1623-1662), të cilët konsiderohen themelues të **Teorisë së gjasës**, deri te teoremat e para shpien duke ndërmjetësuar në zgjidhjen e një kontesti ndërmjet lojëtarëve në një lojë zarash (bixhoz)!

Pierre de Ferma (1601-1665), matematikan francez. Njëri ndër themeluesit e Teorisë moderne të numrave.

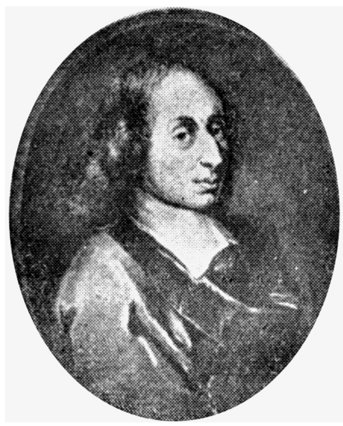
Pierre de Ferma

Sot për **matematikën zbavitëse** ekziston një interesim i madh, i shpalosur në shtypin e përditshëm dhe revial, gërshetuar me labirinte, rebusë, fjalëkryq, katrorë magjikë, mahi...

Librat e tashëm të **MEM** (I-V), veçanërisht ato të klasave të para dhe të dyta, janë hartuar dhe përgatitur me një përkujdesje didaktike-metodike dhe estetike, të cilat do të duhej të shpallen "**lodër në mendje dhe në duart e nxënësve"!** Ato për momentin veçohen për të mira, sepse trajtojnë:
- metodën e punës me tekst,
- teknikën e testimit dhe
- formën e punës individuale.

Këto favore nuk janë "loja" vetë, por "premisa të lojës", në mbështetje të të cilave do të mundë të farkohet "loja matematike".

Blez Paskali (1623-1662), matematikan dhe filozof i njohur francez. Kur kishte vetëm 16 vjet, shkroi "Shqyrtimin mbi



Blez Paskali

prerjet konike" që hyn në radhën e veprave më të rëndësishme mbi prerjet konike.

Në vazhdim do të bëjmë vjeljen e një vistër të tipave detyrash problemore-zbavitëse, duke paraqitur "legjendën" dhe "interesin miniatural" për ato.

1° Zbërthe numërorët vijues, njërin mbledhor të të cilit e dimë:

Shembujt e ngjashëm si këta përmbajnë elemente të theksuara të "testeve tabelare", ku "kutia bosh" plotësohet si të ishte një "fjalëkryq", ku zënë fill saktësia dhe shpejtësia si "vetëtima" e zgjidhjes së detyrave.

7	
3	
	2
5	

9	
6	
	7
5	

2° Kush ka qenë shenjëtar më i mirë, Agroni apo Astriti?

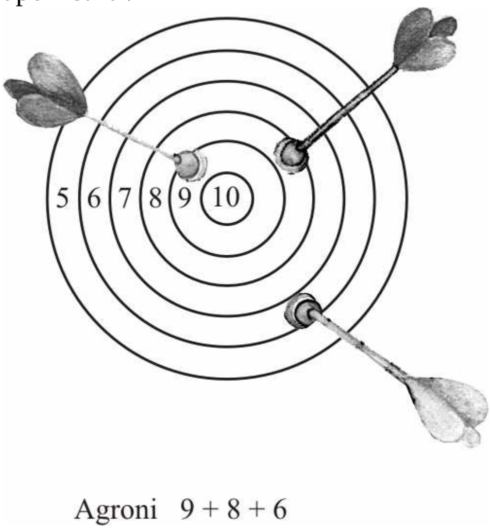


Fig. 165

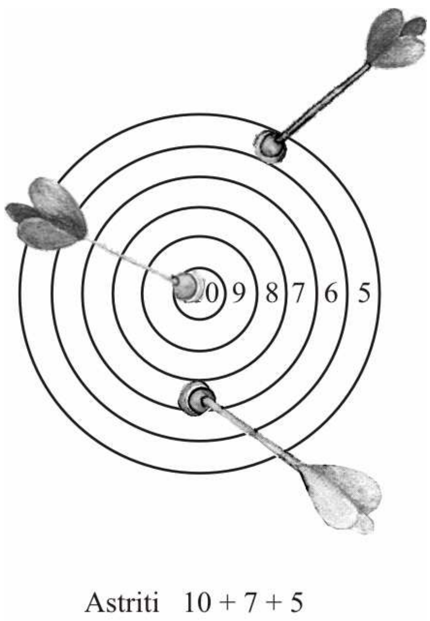


Fig. 166

Duke organizuar një **"garë në gjuajtje"**, njërit nxënës i ofrohet "posti i referit" për të ndarë "drejtësi".

3° Është dhënë një "zinxhir rrethor", formo edhe "zinxhirin e dytë rrethor!"

Duke përfytyruar "lojën me qerre" fusim në përdorim aftësinë për të operuar aritmetikisht me numërorë, ku nëpërmjet "**përfundimeve me analogji",** duhet të zbulohet"fija e lëmshit".

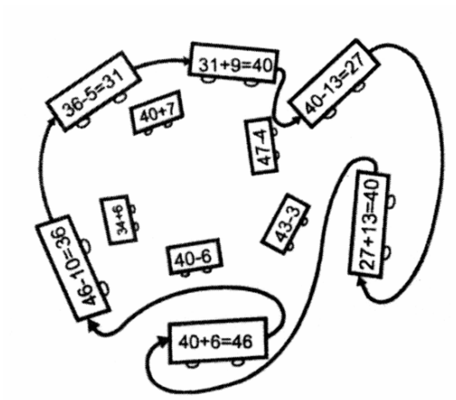


Fig. 167

4° Llogarite dhe hijeso

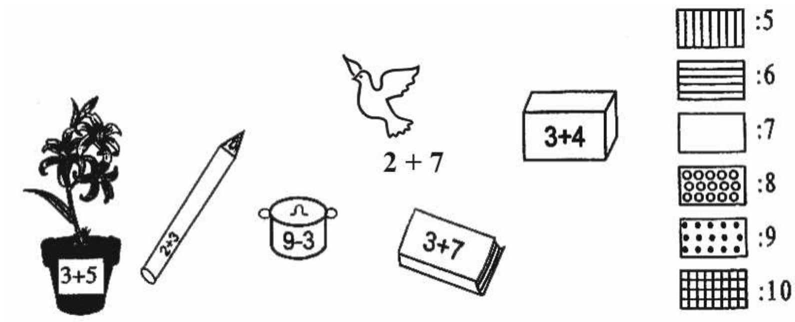


Fig. 168

5° Llogarit me gojë shumat dhe ndryshimet, duke hijesuar pjesët e vizatimit, mbështetur në rezultatet e tyre

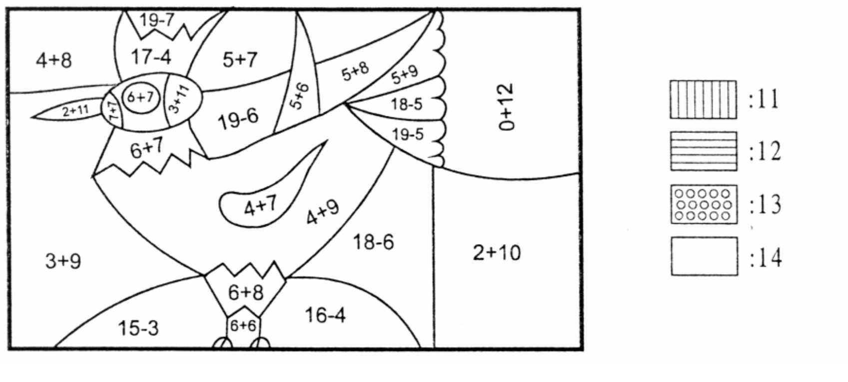


Fig. 169

Detyrat e mësipërme dhe të tjera të ngjashme me këto, paraqesin si **"një lloj kalimi nga matematika në art";** së pari do të duhej të llogarisim e pastaj të ngjyrosim (hijesojmë) dhe "ngjyra" ka për të korrigjuar "deri diku saktësinë e shumave dhe të ndryshimeve me numërorë deri në 20.

6° Pa e ngritur majën e lapsit nga letra (Fig. 170), ndani figurën e mëposhtme në gjashtë trekëndësha të barabartë.

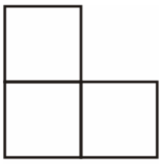


Fig. 170

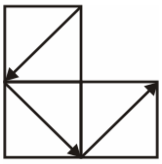


Fig. 171

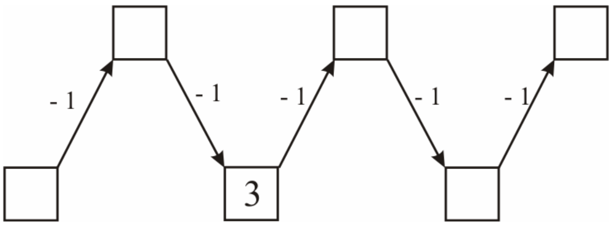
Fig. 172

7° Arditi luan me dy enë në lumë, të cilat mund të zënë 7 l dhe 2 l ujë. Si mundet ai me ndihmën e këtyre dy enëve, të mbushë 3 l ujë. (Fig. 172).

Përgjigje: E mbush enën e madhe përplot, e pastaj, me enën bosh 2-litërshe, dy herë bën zbrazje 7 l - 2 l - 2 l = 3 l.

Kësaj radhe mund të presim edhe ndonjë "provë të gabueshme", por nuk kemi kah t'ia mbajmë! **Zgjidhja kërkohet me insistim!** Në këso rastesh dhe në të tjera raste të ngjashme me të, duke pasur edhe durim, do të duhej të zërë fill **zhdërvjelltësia.**

8° Plotëso



9° Plotëso katrorin më të vjetër magjik, në mënyrë që shuma e shifrave, të cilësdo shtyllë, të cilitdo rresht, por edhe të cilësdo diagonale (të katrorit) është gjithnjë 15.

4	**3**	8
9	5	1
2	7	**6**

Këtu "e panjohura qëndron pranë së njohurës", "përplaset" në anën e majtë dhe të djathtë të saj, duke krijuar "rrymime". Saktësia e zgjidhjes së tyre mund të verifikohet.

10° Duke përdorur shenjat e veprimeve aritmetike, shkruani:

a) numrin 5 me katër dysha: $(2 \cdot 2) + (2 : 2) = 5$

b) numrin "e pafat" 13 dhe numrin "e fatit" 7, me ndihmën e pesë treshave

$$13=3 \cdot 3+3+\frac{3}{3} \qquad 7=3 \cdot 3-3+\frac{3}{3}$$

11° Numërorin 100 shprehni nëpërmjet

pesë treshave: $33 \cdot 3 + (3:3) = 100$

pesë pesësheve: $5 \cdot 5 \cdot 5 - 5 \cdot 5 = 100$

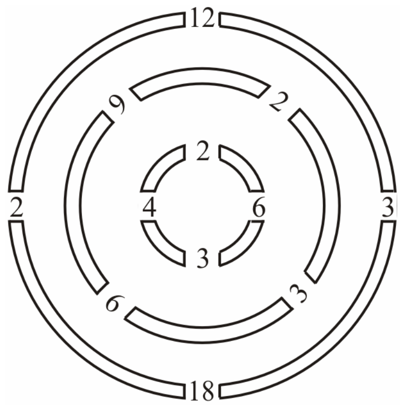
shtatë gjashtësheve: $66 + 6 \cdot 6 - (6+6):6=100$
gjashtë shtatësheve: $(777 - 77) : 7 = 100$

Këtu ndeshemi me "detyra tipike të një kuizi të standardizuar". Kuptohet vetiu se zgjidhjet janë të mbështjella me "velin e zhdërvjelltësisë", ku, para së gjithash, **kërkohet njohja e operacioneve aritmetike me gojë.** Në këso rastesh, po qe se mungon **imagjinata**, nuk bën punë as "matematika e lartë!"

12^{o} Si të kalohet nëpër dyer të labirintit për ta shpëtuar zogun: (Shih fig. 173).

Fig. 173

13^{o} Është dhënë labirinti i përbërë nga 3 unaza koncentrike, të cilat përmbajnë nga 4 dyer, në të cilat është i shënuar nga një numëror. Gjeni shtegun, nëpër të cilin duhet kaluar deri në bërthamë, në mënyrë që prodhimi i numrave të dyerve të jetë 108: (Shih fig. 174).



$6 \cdot 9 \cdot 2 = 108$
$2 \cdot 3 \cdot 18 = 108$
$3 \cdot 6 \cdot 6 = 108$

Fig. 174

Labirintet e "shtegtimit" dhe ata "matematikë" përmbajnë premisa të mjaftueshme të një loje sa interesante aq edhe zbavitëse. Këtu fillon të zërë fill "zhdërvjelltësia depërtuese" e të gjeturit të shtegdaljeve nga situatat e vështira dhe automatizimi i operacioneve aritmetike.

14^{o} Në llogaritjet vijuese, të pasakta, me numërorë romakë, duke e zhvendosur vetëm një fije shkrepse, përmirësoni gabimin:

a) I - III = II   I = III - II
b) III - II = IV   III + I = IV
c) IV - II = V   IV + I = V

d) XI + V = V   XI - V = VI
e) IV - IV = IX   V + IV = IX dhe
f) VI – IV = IX   VI + IV = X

15° Me 9 fije shkrepse sajojmë 3 trekëndësha barabrinjës (Shih fig. 175).
a) Si të zhvendosim vetëm dy fije për të fituar dy trekëndësha barabrinjës?
b) Si të zhvendosim vetëm tri fije për të fituar pesë trekëndësha barabrinjës?

Fig. 175

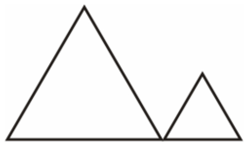


Fig. 176

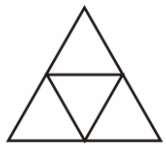


Fig. 177

16° Spiralja është krijuar nga 35 fije të shkrepëseve (Shih fig. 178).
Zhvendosni 4 fije, për të fituar 3 katrorë!

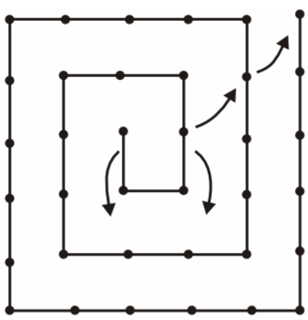


Fig. 178

"Arkitektura" me fije shkrepëse është e thurur me detyra interesante, te të cilat nuk ndeshim "elemente të theksuara matematike", përveçse shpalosje shkathtësie. Me këtë rast, për të fituar një barazi apo numër të caktuar figurash gjeometrike, nëpërmjet shmangies apo zhvendosjes së një apo më shumë fijeve, do të duhej të zhvillojnë **imagjinatën** së bashku me **intuitën.**

17° Verifiko saktësinë e kësaj mbledhjeje të pazakonshme

$$\begin{array}{r} 2.34 \\ \underline{+\ 2.46} \\ 5.20 \end{array}$$

Interpretimi: "Në shikim të parë" kjo mbledhje duket e pasaktë! Megjithatë, kjo shumë mund të interpretohet edhe në atë mënyrë që të jetë e saktë! Shikoje orën! (34 min + 46 min = 80 min. 1 orë = 60 min, 80 min. = 1 orë e 20 min, do të thotë 5 orë e 20 minuta).

18° Dy udhëtarë kanë arritur te një lumë. Aty ishte një barkë e vogël, e cila mund të bartë vetëm një person. Megjithatë, me atë barkë, të dy udhëtarët e kaluan lumin! Si është e mundur?

Përgjigje: Udhëtarët kanë marrë udhë me kahe të kundërta dhe ata nuk janë ndodhur në njërën anë të lumit.

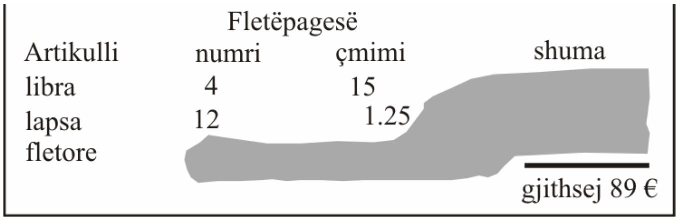
19° Artiola në një kthinë të shtëpisë gjeti një libër të vjetër. Faqja e parë e tij fillonte me numërorin 387, ndërkaq faqja e fundit i kishte shifrat e njëjta, kuptohet me radhitje tjetër. Sa faqe kishte pjesa e gjetur e librit?

Përgjigje: Numri i faqes së fundit lypset të jetë çift, pra mundësitë e vetme janë 378 dhe 738. Meqenëse 378 < 387, del se numri i faqes së fundit është 738.

Prej 738 faqeve mungojnë 386 faqe, pra janë ruajtur 352 faqe, apo 176 fletë libri.

Ekzistojnë "pa numër shumë" detyra si këto, te të cilat, për të zbuluar sekretin e zgjidhjes, kërkohet që detyra të lexohet me vëmendje, duke futur në veprim **Operacionet mendore** (analizën, sintezën, krahasimin, identifikimin, abstraktimin), **Ligjet e të menduarit** (ligji i jokundërthënies dhe ligji i përjashtimit të së tretës) dhe **Format logjike të përfundimeve** (me analogji dhe induksion).

20° Fatosi në librari ka blerë 4 libra, 12 lapsa dhe 8 fletore për të cilat, dihet që kishte paguar 89 €. Kur u kthye në shtëpi, një pjesë të fletëpagesës (siç shihet më poshtë), ia ka grisur vëllai i tij, më i vogël, Learti. Tashti kërkohet të jepet llogari, para prindërve nga sa kanë kushtuar lapsat dhe fletoret.

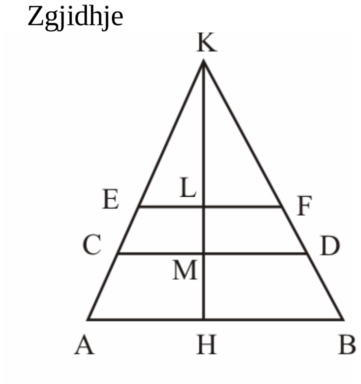


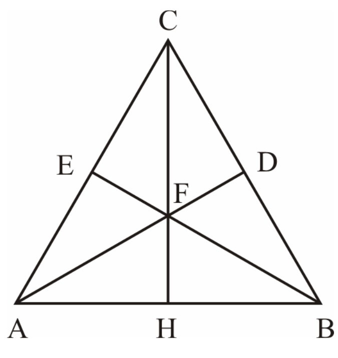
Përgjigje: Nga "fletëpagesa" mund të dimë sa kanë kushtuar librat 4·15 € = 60€, lapsat: 12·1.25 €= 15 €. Ndërkaq, fletoret kanë kushtuar 89 € - 75 €= 14€. Gjithashtu, dimë se janë blerë 8 fletore dhe se 1 fletore ka kushtuar 14 : 8 = 1.75€.

Dituritë matematike janë të lidhura me jetën e përditshme, madje "me cilëndo punë që do ta kryejë personi" blerje e shitje, planifikim e ndërtim, udhëtim e kursim, pushim e argëtim. **Forcimi i shkathtësisë llogaritare** për t'u vetëmbrojtur nga "mashtrimet eventuale" **është domosdoshmëri jetësore e çdo personi. Këtu mund të futet** "loja me role", po e zëmë **shitësi** dhe **blerësi,** ku veprimet e "çiftit të nxënësve" u ngjajnë atyre të aktorëve!

21° Provoni aftësinë vëzhguese gjeometrike! Në figurat vijuese, Fig. 179 dhe Fig. 180 "zbulo" dhe emërto të gjithë trekëndëshat e mundshëm!

Zgjidhje





"Zbulimet miniaturale", vështruar nga aspekti moral, janë tepër të vlefshme. Edhe "trolli gjeometrik" na ofron mundësi të tilla. Duke aplikuar **"garat në zbulim"**, për t'i dhënë përgjigje të saktë "fjalëkryqit gjeometrik", **Aftësitë e veçanta intelektuale** (vëmendja, vështrimi, imagjinata dhe intuita), **Operacionet mendore** (analiza, sinteza, krahasimi, identifikimi, diferencimi dhe abstraktimi) dhe **Përfundimet** (me analogji dhe induksion) vihen në sprovë, duke njohur edhe zhvillime të reja.

Për të krijuar situata dhe rrethana sa kureshtare, enigmatike e interesante, aq edhe joshëse, zbavitëse e çlodhëse "për të gjithë nxënësit", shpalosim detyra që kërkojnë zgjidhje nga një **"magjistar"**, po e zëmë:

$\triangle$ ABK, $\triangle$ CDK, $\triangle$ EFK,
$\triangle$ AHK, $\triangle$ BHK, $\triangle$ CMK,
$\triangle$ DMK, $\triangle$ ELK, $\triangle$ FLK.

(9 trekëndësha)

Fig. 179

$\triangle$ ABC, $\triangle$ ABD, $\triangle$ ADC, $\triangle$ AEB,
$\triangle$ BEC, $\triangle$ AFE, $\triangle$ BFD, $\triangle$ CFE,
$\triangle$ CFD, $\triangle$ AFB, $\triangle$ BFC, $\triangle$ AFC,
$\triangle$ AFH, $\triangle$ BFH, $\triangle$ CHA, $\triangle$ CHB.

(16 trekëndësha)

Fig. 180

22° Arbëri, shokëve të tij u thotë: Merrni një numëror treshifror, arbitrar dhe shkruani edhe numërorin e anasjellë të tij. Nga numërori më i madh, zbritni numërorin më të vogël!

Nga ndryshimi i fituar, tregoni dy shifra të tij; të parën e të dytën (I e II) apo të parën e të tretën (I e III), apo të dytën e të tretën (II e III), ndërkaq Arbëri do t'ju tregojë shifrën, e cila mungon në këtë ndryshim:

725	**813**	**941**
- 527	- 318	- 149
1**9**8	49**5**	**7**92

Përgjigje: Po qe se dimë **shifrën e parë e të tretë** (I e III), **shifra e dytë** (II) gjithnjë do të jetë 9; po qe se dimë **dy shifrat e para** (I e II), atëherë **shifra e tretë** do të jetë baras, nëse **nga shifra e dytë (II) zbresim shifrën e parë (I)** dhe në fund, po qe se dimë **dy shifrat e fundit (II e III),** atëherë **shifra e parë (I)** do të jetë baras, nëse **nga shifra e dytë (II) zbresim shifrën e tretë (III).**

23° **Shuma e cila dihet që më parë!**

Donati, shokët e tij i bën me dije: mund të gjej shumën e pesë numrave treshifrorë edhe para se të dijë, cilët numra do t'i mbledhim!

Shkruani një numër treshifror, u thotë Donati shokëve. Ata do të shkruajnë, po e zëmë, 988. Kur ta mbledhim edhe me 4 numra të tjerë treshifrorë, nga të cilët, dy numra i diktojnë shokët dhe dy numra i dikton Donati, fitohet shuma e ardhshme 2986!

Kështu:
988
____

Zgjidhje: Shifrën e njësheve të numrit të menduar treshifrorë 988 zvogëloni për 2 dhe atë 2 shënoni para numrit tuaj 2986 dhe po kjo do të jetë shuma e ardhshme.

____ Kur shokët shënojnë numrin e tyre, Donati do të shënojë numrin e tij, ashtu që së bashku të japin numrin 999 (po e zëmë: 574+425, 745+254)

____

+____

2986

$$\begin{array}{r} 988 \\ \left.\begin{array}{r} 574 \\ 425 \end{array}\right\} 999 \\ \left.\begin{array}{r} 745 \\ 254 \end{array}\right\} 999 \\ \hline 2986 \end{array}$$

Ligjësoria e njëjtë aplikohet edhe për numrat katërshifrorë, po e zëmë:

6785
…….
………
………
+……….
26783

$$\begin{array}{r} 6785 \\ \left.\begin{array}{r} 2468 \\ 7531 \end{array}\right\} 9999 \\ \left.\begin{array}{r} 3372 \\ +\,6627 \end{array}\right\} 9999 \\ \hline 26783 \end{array}$$

Për të qenë interesant dhe motivues mësimi elementar i matematikës, do të duhej të shoqërohet edhe me humor të lehtë, inspirues e të përzgjedhur, të gë-rshetuar me **Mahi llogaritare.**

Ndjenja për humor, në njërën anë, ka për të joshur, zbavitur dhe çlodhur nxënësit, ndërkaq, në anën tjetër, ndihmon dhe lehtëson përballimin e situatave llogaritare të ndërlikuara. Po e zëmë, për nxënësit e klasave të katërta (për të tjerët jo, meqenëse "mund ta keqpërdorin!") në rrethanën dhe momentin e përshtatshëm, mësuesi mund të ofrojë dhe të zgjidhë këtë "shembull pjesëtimi!"

24° Pjesëtoje 28:7 dhe kryeje provën e saktësisë!

Zgjidhja:

$$\begin{array}{l} 28:7 = 13 \\ \underline{-\,7} \\ \ 21 \\ \underline{-\,21} \\ \ = \ = \end{array}$$

{7 te 2 nuk përmbahet, 7 te 8 përmbahet 1 herë; 1 herë 7 bëjnë 7; 8-7=1; ulim 2; 7 te 21 përmbahet 3 herë; 3 herë 7 bëjnë 21; 21 minus 21 mbesin zero}

"Prova": 13 · 7 = 28! Marrim shtatë 13-she:

13
13
13
13
13
13
13
3+3+3+3+3+3+3+1+1+1+1+1+1+1=28

"Natyrisht, kjo ishte një mahi!

Edhe **"Jeta sportive"**, e adhuruar nga të gjithë, mund të gërshetohet me situata dhe rrethana enigmatike, ku duke shpalosur **Aftësitë kombinatorike**, futen në përdorim **Operacione mendore** (analiza, krahasimi, identifikimi dhe diferencimi), po e zëmë:

25° Pas ndeshjeve të luajtura të turneut futbollistik ku merrnin pjesë ekipet e Portugalisë, Spanjës dhe Belgjikës, tabela kualifikuese ka marrë këtë pamje:

Portugalia	**2**	**1**	**0**	**1**	**3:2**	**2**
Spanja	**2**	**1**	**0**	**1**	**2:2**	**2**
Belgjika	**2**	**1**	**0**	**1**	**1:2**	**2**

Të gjitha reprezentacionet, turneun e kanë mbyllur me nga 1 fitore dhe 1 humbje; golaverazhi ka vendosur në radhitje. Kërkohet të dimë rezultatet e ndërsjella të ndeshjeve të këtij turneu!

Përgjigje: Belgjika ka arritur të shënojë vetëm një herë, pra fitorja e saj do të duhej të jetë patjetër 1:0, ndërkaq ndeshjen tjetër e ka humbur me 0:2.

Po të ketë fituar Belgjika kundër Portugalisë, pason që Portugalia të ketë fituar kundër Spanjës me 3:1, gjë që është e pamundur, meqë Spanja në dy ndeshje ka marrë vetëm 2 gola.

Pra, përfundojmë: Belgjika ka fituar kundër Spanjës me rezultat 1:0 dhe ka humbur nga Porugalia me 0:2.

Ndërkaq, Spanja i ka shkaktuar humbje Portugalisë me rezultat 2:1. Pra, ja "rezultatet e zbuluara" të këtyre ndeshjeve:

Portugalia	2:0	Belgjika
Spanja	2:1	Portugalia
Belgjika	1:0	Spanja

Vizatimet, kopjimet, konstruksionet, modelimet, ngjyrosjet e formave dhe trajtave gjeometrike, të "thjeshta" e "të përbëra" si dhe prerjet e tyre me gërshërë, nxisin admirimin dhe kërshërinë në fytyrat e nxënësve. **Shpërbërja** reale dhe e prekshme e këtyre formave dhe **rikomponimi** i tyre në një figurë të re, të kërkuar, do qasje me zhdërvjelltësi, të një "stilisti", të mbështetur në intuitë dhe imagjinatë.

26° Nëpërmjet letrës së tejdukshme, të kopjohen këto figura (Fig. 181) e pastaj, duke i prerë nga ato, formo katrorin (Fig. 182)

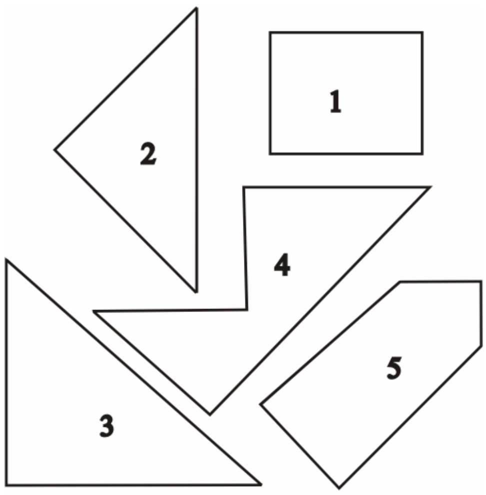


Fig. 181

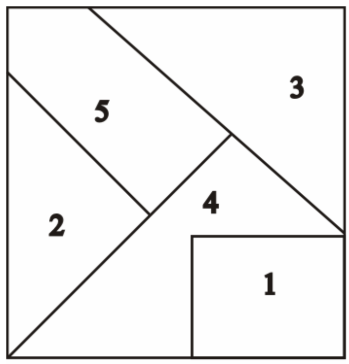


Fig. 182

27° Figurat e mëposhtme (Fig. 183) të preji me gërshërë dhe nga ato kompono shkronjën T. (Fig. 184)

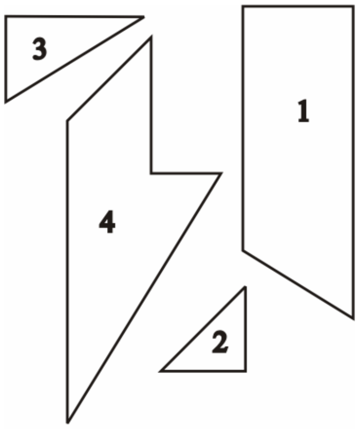


Fig. 183

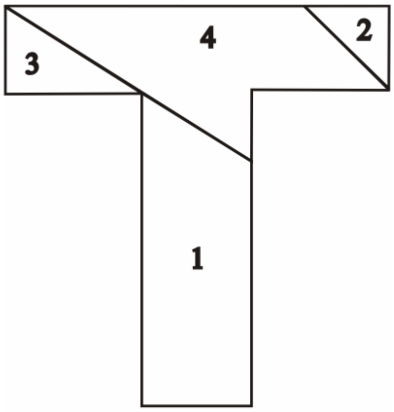


Fig. 184

28° Nga pjesët e katrorit (Fig. 185) kompono shtëpizën, (Fig. 186) "kalorsin", (Fig. 187) "lepurushin" (Fig. 188) dhe "dhelprën" (Fig. 189).

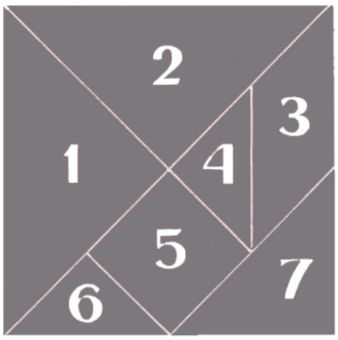


Fig. 185

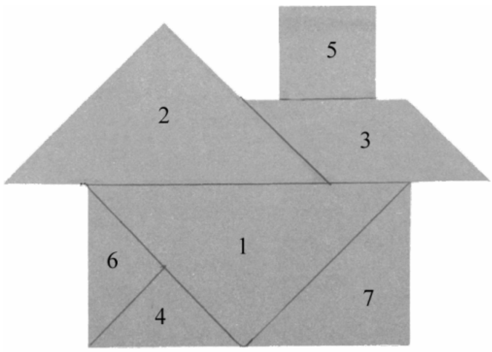


Fig. 186

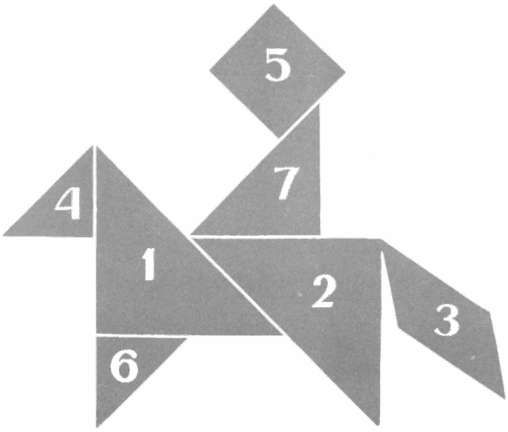


Fig. 187

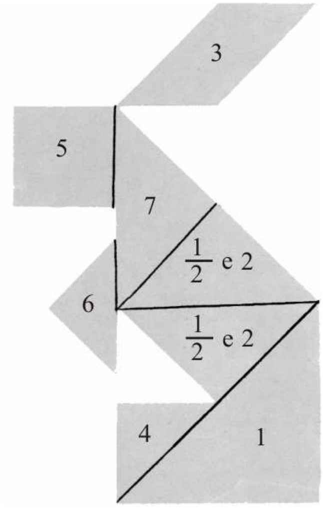


Fig. 188

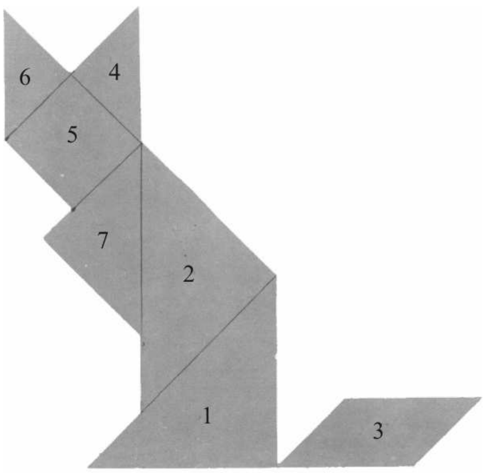


Fig. 189

Krejt në fund, nxjerrim përfundimin:

Shpalosja e detyrave problemore - zbavitëse, me elemente të lojës shfrytëzohet:

a) herë si **mjet:**

- për t'i joshur nxënësit që ata "padiktueshëm", të futen në "rrjetën speciale të merimangës", të cilën MEM, e "thur" me "dorën e vet",

- për të kalitur zhdërvjelltësinë, durimin, këmbëngulësinë dhe veti të tjera pozitive të vullnetit dhe të karakterit, aq shumë të nevojshme për ta përballuar "misterin elementar matematik",

- për të forcuar mendjemprehtësinë dhe për të ushtruar shkathtësinë llogaritare,

- për të nxitur, siç duhet, mendimin kureshtar si dhe për të ndezur pasionin dhe kurajën për mësimin elementar të matematikës.

b) herë si **qëllim**:

- për t'u futur në përdorim **operacionet mendore** (analiza, sinteza, krahasimi, identifikimi, abstraktimi),

- për t'u futur në përdorim **ligjet e të menduarit** (ligji i jokundërthënies dhe ligji i përjashtimit të së tretës),

- për t'u futur në përdorim **aftësitë e veçanta intelektuale** (vëmendja, të vërejturit, imagjinata dhe intuita),

- për t'u futur në përdorim **format logjike të përfundimeve** (me analogji dhe induksion).

Të dish të organizosh dhe të udhëheqësh **mësimin elementar të matematikës** nëpërmjet **"lojës fragmentore"** është **kulturë e mësimdhënies së emancipuar**. Por, edhe atëherë, kur përmbajtja matematike të jetë "e kriposur" me "elemente loje", ajo do të duhej të jetë në funksion, në njërën anë, të arsimit elementar matematik dhe, në anën tjetër, që mësimi elementar matematik të mos jetë një "fat i keq" për nxënësit.

12.2. MOTIVIMI DHE ZGJIMI I INTERESIT TË NXËNËSVE PËR MËSIMIN ELEMENTAR TË MATEMATIKËS[39]

Në orët e mësimit të matematikës, realizohen detyra të shumta edukative-arsimore, zhvillimi i aftësisë së nxënësve për venerim, zhvillimi i iniciativës, i përgjegjësisë, kultivimi dhe përparimi i punës së vetëdijshme, zhvillimi i qartësisë dhe i shpejtësisë me rastin e llogaritjes, matjes, formulimit dhe përshkrimit, përparimi i shprehisë për punë sistematike dhe qëndrueshmëri për tejkalimin e vështirësive të caktuara.

Në orët e matematikës duhet t'i kushtohet një vëmendje e posaçme zhvillimit dhe përparimit të interesimit të nxënësve për matematikë dhe aftësimit të tyre për punë dhe krijimtari të pavarur. Interesimi për mësimin e matematikës dhe shkalla e aftësisë intelektuale të nxënësve për punë të pavarur, janë të ndërlidhura ngushtë midis tyre. Kur nxënësi shfaq interesim në orën e mësimit, atëherë aktiviteti i tij për pavarësi në punën mësimore shënon ngritje me intensitet të theksuar. Në thelb, aktiviteti dhe pavarësia, që shfaqen te nxënësit në procesin e përvetësimit të njohurive, zgjon tek ata interesimin ndaj lëndës mësimore. Para se të përvetësohen njohuritë e reja, nxënësve mund t'u jipet edhe ndonjë detyrë praktike për zgjidhjen e së cilës nuk mjafton njohuria e përvetësuar e deriatëhershme, por janë të nevojshme dhe dituri të reja, të cilat janë edhe lëndë shpjegimi dhe përvetësimi në atë orë. Kështu, krijohet një "situatë problemore" ose "situatë e vështirësive", e cila zgjon kërshëri dhe interesim më të madh te nxënësit.

Nxënësit e moshës së re shkollore (I-V) çka dhe çfarë mund t'i nxisë për ndonjë problem, pyetje, ushtrim matematik, veçanërisht nëse nuk kanë ndonjë obligim që këtë ta kryejnë?! (Nxënësi i kësaj moshe zakonisht udhëhiqet nga ndjenjat, e jo nga përfundimet logjike). Me këte rast, më së pakti mund të ndikojë detyrimi. Detyrimi përanash vetëm mund të ndrydhë dhe kurrsesi nuk arrin të zgjojë aktivitetin mendor të nxënësve. Aktivitetin mendor të tyre, herë-herë nuk mund ta nxisin as lutjet direkte të mësuesit, të prindit, madje as premtimet e tyre.

[39] Jaka, B: "Si të zhvillohet dhe të përparojë mësimi elementar i matematikës, "SHKËNDIJA", Prishtinë, 1 nëntor 1983 f. 12.

Zgjimi i kërshërisë së nxënësve të kësaj moshe për mësimin e matematikës varet prej momentit: kur, sa dhe si është përpjekur mësuesi që të kërkojë dhe të gjejë mjete dhe forma të atilla të punës, të cilat shtojnë interesimin e nxënësve për detyrat e ndryshme matematike e logjike. Një kënaqësi e posaçme shfaqet te nxënësit në momentin kur me "sytë e vet" shohin që "situata e ndërlikuar" e zgjidhjes së detyrës nuk është në pajtim me "vështirësitë e pritura". Pra, zgjidhja e detyrës ka qenë "lojë kalamajsh". P.sh. Nga tabela me operacione aritmetike "zbulo" figurat, të cilat u korrespondojnë numërorëve përkatës (Shih fig. 190).

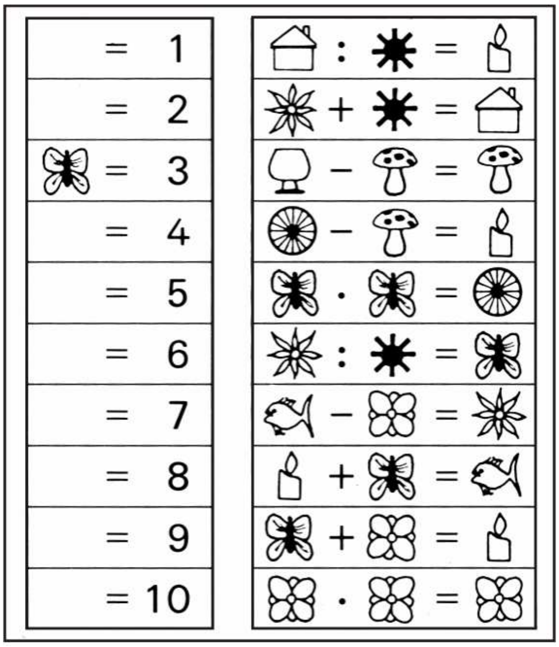


Fig. 190

Duhet pasur parasysh që kënaqësia, e cila shfaqet te nxënësit e kësaj moshe, kultivon vëmendje të përqëndruar dhe te orientuar. Kënaqësia e shoqëruar me kërshëri ndihmojnë që te nxënësit të zgjojë dëshirën për veprimtari aktive mendore.

Interesimi, sikurse edhe format e tjera të gjendjes emocionale shfaqet "botërisht", në fytyrat e nxënësve, në sjelljet e tyre. Shi për këtë, mësuesi përherë mund të vlerësojë se a ka arritur të zgjojë interesim te nxënësit e tij, apo jo.

Fatkeqësisht, në praktikën shkollore janë evidencuar edhe dukuri dhe sjellje të mësuesit, të cilat dëmkosin rëndë punën edukative-arsimore. Disa mësues, në orët e matematikës, në momentet e shtimit të interesimit, kënaqësisë dhe të punës së inspiruar të nxënësve, "urgjentisht bëhen të ashpër" në lidhje me qëndrimin dhe sjelljet e nxënësve dhe në atë mënyrë ndrydhin vullnetin e tyre dhe e bëjnë të pamundur shfaqjen e ndjenjave të natyrshme të nxënësve. Si pasojë e këtyre marrëdhënieve në relacionin nxënës - mësues, te nxënësit fshihen e zhduken gjurmët e kënaqësisë, të cilat janë shfaqur në punën e mëparshme.

Njëra prej formave të punës, e cila bën që interesimi për mësimin e matematikës të jetë "jetëgjatë" është që të mos asgjësohet ndjenja e kënaqësisë, e cila shfaqet gjatë "punës hulumtuese në miniaturë". Zgjimi dhe përparimi i interesimit për mësimin e matematikës është një proces i ndërlikuar dhe i gjatë, rezultatet e të cilit, në pjesën më të madhe, varen prej "mjeshtërisë pedagogjike" të vetë mësuesit. Për këtë proces nuk ka receta të gatshme. Megjithatë, ekzistojnë disa baza të përbashkëta, të cilat nuk janë të reja, por të cilave duhet t'u përmbahemi në procesin e shtimit të interesimit për mësimin e matematikës. Me rastin e organizimit të punës mësimore në suazat e lëndës së matematikës duhet synuar për angazhimin maksimal të çdo nxënësi në kryerjen e detyrave organizative, punuese dhe mendore. Duhet të insistojmë, që çdo nxënës të "reprezentohet" ose të jetë pjesëmarrës aktiv në atë situatë, të cilën e ka organizuar mësuesi.

Shpjegimi i përmbajtjeve mësimore duhet të jetë i kuptueshëm për çdo nxënës, përndryshe nuk do të zgjojë interesim, sidomos atëherë kur ajo përmbajtje mësimore për nxënësit mbetet e paqartë plotësisht (p.sh. nxënësve të kl. I fillore u flasim për vëllimin e kubit!). Nxënësit shfaqin interesim për tërë atë që është risi, vetëm atëherë, po qe se "mësimi risi" ka elemente të theksuara "të vjetra", të cilat nxënësve u janë të njohura. Zgjidhja e detyrave, në të cilat aplikohen vetëm "dituritë e vjetra" ose vetëm dituritë "e reja", "zvogëlon" interesimin e nxënësve për këtë lloj të detyrave. Mbajtja optimale e të njëjtit "tension" ndërmjet diturive e shprehive të vjetra dhe të reja, është parakusht që interesimi i nxënësve për detyrat matematike të jetë "jetëgjatë".

Interesimi i përhershëm për mësimin e matematikës ka përherë tendencë rritjeje, po qe se puna udhëhiqet sistematikisht dhe jo prej rastit në rast. Nxënësit e kësaj moshe, edhe gjatë aktiviteteve të ndryshme mësimore, përherë duhet të "provokohen" me pyetje të afërta për ta, enigma të ndryshme, të cilat krijojnë një atmosferë të ngrohtë për zgjimin e kërshërisë dhe nxisin aktivitetin intelektual për mësimin e matematikës. (Shih fig. 191).

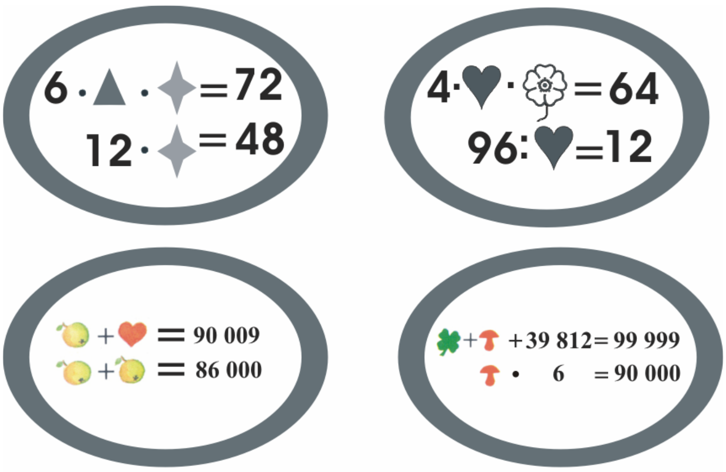


Fig. 191

Interesimi për mësimin e matematikës te nxënësit e moshës së re, varet nga detyrat, pyetjet dhe ushtrimet, sa dhe në ç'masë janë interesante dhe "atraktive" për nxënës, a janë "të afërta" për ta dhe a janë të veshura me koloritin jetësor të së përditshmes. Të qenët interesant në suazat e mësimit të matematikës përherë përmban elemente të mendjemprehtësisë, të lojës dhe të rekreacionit, p.sh. Vështro tabelën dhe duke llogaritur gjatësinë në cm për numërorët e këmbëve 25 dhe 38, mendo dhe vlerëso a thua përse disa këpucë na “vrasin?!!”

Gjatësia e këmbës në cm		16,2	16,8	17,8	18,1	18,7	19,4	20,1	20,7	21,4	22,1	22,7	23,4	
Numërori i këmbës	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38

Mësimi interesant i matematikës duhet të shoqërohet edhe me një humor të lehtë e të qëlluar. Humori duhet të jetë i "rangut", i cili do të jetë i kuptueshëm për të gjithë nxënësit. Ndjenja për humor lehtëson dhe ndihmon tejkalimin e vështirësive të caktuara në "situatat e ndërlikuara". Mirëpo, duhet ditur që disa nxënës të kësaj moshe (6-11 vjeç) me vetëdije i shmangen të qeshurit, sepse shpeshherë frikësohen, nëse vërehen se janë duke qeshur. Humori i lehtë duhet “t'u japë zemër" disa nxënësve, të cilët me vështirësi vendosin që "t'i ngrisin gishtat" si dhe të tjerëve që të mësojnë me disponim. Një formë e tillë e punës është mjaft stimulative dhe për shumë kohë ruhet në kujtesën e nxënësve për të mirë.

Edhe pse shkolla jonë bën përpjekje të vazhdueshme për të përparuar mësimin elementar të matematikës, fëmijët herë-herë janë të detyruar të mësojnë edhe atë që nuk është aq interesante për ta. Me këtë rast, me mjaft rëndësi është të dëgjohet "zëri i mësuesit": si dhe pse duhet të mësohet dhe të përvetësohet edhe ajo që është më pak interesante për nxënës. Para se të përvetësohet mësimi, nxënësve mund t'u themi që "sot prej jush kërkohen përpjekje më të mëdha", kurse pas mësimit: "A po shihni si mund të mësoni edhe atë që është e vështirë dhe më pak interesante për ju". Çdo përpjekje e mësuesit për të interpretuar rëndësinë pse diçka mësohet, për të zgjuar vetëdijen për nevojën e të mësuarit, ndikon në zhvillimin dhe përparimin e interesimit të nxënësve për të mësuar.

Praktika shkollore ka dëshmuar që për mësim të suksesshëm të të gjitha lëndëve mësimore, pra edhe të matematikës, herë-herë nuk ndihmojnë as mësuesit më të mirë, duke aplikuar mjetet mësimore më bashkëkohore, po qe se prej ditëve të para shkollore nxënësi nuk "bëhet me dije", që suksesi në të mësuar varet pikësëpari prej punës së tij individuale, kuptohet, të udhëhequr dhe të mbikëqyrur përherë nga ana e mësuesit.

Fillimi i çdo mësimi, pra edhe i matematikës, është synimi dhe dëshira për të përvetësuar dituri. Pa një dëshirë, interes dhe synim që të mësohet diçka, mësimi është një përsëritje mekanike dhe jo proces kreativ me vlera të përhershme. Nevoja, synimi dhe dëshira për të mësuar, veçanërisht matematikën, nuk shfaqet përherë vetvetiu.

Qëllimi i të mësuarit të matematikës duhet të jetë i qartë, konkret, i realizueshëm dhe tërheqës. Po ky qëllim mund të jetë "i afërt" (duhet të mësojmë matematikën, - për t’i gëzuar prindërit, për të fituar dhurata dhe për ta ushqyer veten me orekse të krenarisë; - për të qenë i kërkuar, i dashur, i vlerësuar dhe i çmuar nga të tjerët) dhe "i largët" (duhet të mësoj matematikën, sepse kur të rritem, do ta regjistroj shkollën, e më vonë edhe fakultetin teknik, e thonë se atje matematika nevojitet sikurse "buka, uji dhe kripa" në ushqimin e përditshëm. Arritja e kualifikimeve të përmendura ofrojnë "pasuri" më të madhe në jetë etj.). Mësuesit duhet të jenë kreatorët kryesorë (në bashkëveprim me prindërit) gjatë shpjegimit të qëllimeve të lartpërmendura dhe e tërë kjo duhet të shfrytëzohet në momentet e përshtatshme për ndikim. Vetëm atëherë kur nxënësi bëhet i vetëdijshëm për atë pse e mëson matematikën, mësimi për të merr një kuptim të caktuar.

Çfarë dhe si duhet t'u ndihmohet nxënësve në mënyrë që qëllimi i të mësuarit të matematikës t'u bëhet i qartë? Ky qëllim duhet të sqarohet në fillim të çdo periudhe kohore, brenda vitit shkollor, ndërsa qëllimi i shkollimit kohë pas kohe duhet të shpjegohet, të interpretohet për qëllimet "e largëta" të tij. Me fjalë të tjera,kohë pas kohe duhet verifikuar që qëllimet e të mësuarit në përgjithësi, a u janë të njohura nxënësve, a janë realizuar ato dhe në çfarë mase.

Prandaj, qëllimi i të mësuarit dhe veçanërisht ai i matematikës nuk bën të mbetet në kompetencë vetëm të nxënësve. Në realizimin e këtij qëllimi duhet të bashkëveprojnë mësuesi, prindërit dhe rrethi shoqëror, ku jeton dhe mëson nxënësi.

13. PRAKTIKA SHKOLLORE E STUDENTËVE

Praktika profesionale përfaqëson punën sistematike fizike apo intelektuale të ndejshme, të udhëhequr dhe nën mbikëqyrjen e "mentorit", për të zbatuar njohuri teorike të caktuara me pikësynim për të përvetësuar një mjeshtëri. Kështu, mund të bëhet fjalë për praktikë profesionale: bujqësore (vreshtare, lavërtare, pemëtare...); mjekësore (pediatrike, stomatologjike, gjinekologjike...); ekonomike (komerciale, tregtare, kontabël...); zejtare...xheniere (gjeodezike, ndërtimore, automobilistike...) pedagogjike…

Si çdo profesion tjetër jetësor, edhe ai, nëpërmjet të të cilit përgatiten brezat e rinj për ushtrimin e detyrës së mësuesisë (me ç'rast lypset kryer studimet në Fakultetin e Edukimit), përveç arsimit dhe edukimit teorik, me përkushtim i qaset përgatitjes për udhëheqje praktike të procesit të mësimdhënies. E gjithë kjo realizohet me shkallëzim nëpërmjet metodikave të të gjithë lëmenjve kurrikularë të parapara me plan dhe program, pra edhe të asaj të mësimit elementar të matematikës.

Teoria e artit të mësimdhënies gjithmonë përforcohet, verifikohet, korrigjohet dhe pasurohet nga **praktika shkollore e mësimdhënies.**

Praktika dhe teoria e mësimit elementar të matematikës vetëm "teorikisht" mund të ndahen. Ato bashkëjetojnë dhe gjithnjë në mënyrë të ndërsjellë e kompletojnë njëra-tjetrën.

Trajtimi i mësimit elementar të matematikës, i cili e përfill dhe e mbështet praktikën e mësimdhënies, por jo edhe teorinë e mësimdhënies, përfaqëson dukurinë e prakticizmit. Ndërkaq, çdo shmangie apo mospërfillje e njërës nga ato, bën që "mësimdhënia të çojë jetën e një shurdhëmemeci!"

Praktika e mësimit elementar të matematikës përforcohet nëpërmjet një pune të ndejshme të shkallëzuar, entuziaste dhe pasionante, duke sendërtuar artin e asaj mësimdhënie. Ajo vilet me vetiniciativë, "fshehurazi" "për çdo ditë nga pak" dhe "askush" - "askujt" nuk ia dhuron të gatshme! Ajo troket në derën e ndërgjegjes së praktikantit, që "duke u futur brenda në të", do të duhej të fisnikërohet dhe të pasurohet. Në këtë kuptim, është shumë indikativ aforizmi i **Bielinskit:"Të kuptosh artin me "kokë", pa pjesëmarrjen e zemrës, është diçka pak më shumë se sa ta kuptosh me këmbë".**

Praktika shkollore e studentëve është formë e obligueshme e vijimit të kurseve të të gjitha metodikave të lëmenjve kurrikularë, pra edhe të atij të mësimit elementar të matematikës. Organizohet gjatë semestrave të fundit të studimeve.

Detyrat e praktikës shkollore kanë të bëjnë me aftësimin e studentëve për:

- aplikimin praktik të teorisë së metodikës së mësimit elementar të matematikës (metodave, teknikave, mjeteve, parimeve mësimore, tipave të orëve dhe gjithë "arsenalit" tjetër teorik);
- organizimin bashkëkohës të mësimit elementar të matematikës (I - V);
- riorientimin nga procesi i mësimdhënies drejt flakjes dhe minimizimit të gabimeve të shfaqura gjatë orëve të para praktike;
- thellimin e kritikës dhe vetëkritikës me rastin e analizës së orëve të mbajtura praktike nga ana e mësuesit në marrëdhënie të rregullt pune dhe studentëve (në pyetjen e parashtruar: sikur të kishe pasur rast që ta organizosh edhe një herë orën praktike me të njëjtën njësi mësimore, çfarë do të kishe ndërruar?);
- për të zbuluar, kapur dhe mbështetur ide, risi dhe norma, të cilat do ta pasuronin procesin e mësimdhënies;
- evidencimin e punës edukativo-arsimore në ditarët e punës (mbledhjet e këshillit të arsimtarëve, të këshillit të klasave, mbledhjet e prindërve, vijimi i nxënësve në mësim, vlerësimin me notë...);
- organizimin dhe udhëheqjen e aktiviteteve të lira të nxënësve në shkollë dhe jashtë saj.

Praktika shkollore e studentëve në mësimin elementar të matematikës në shkollën fillore

(I-V) realizohet nëpërmjet këtyre formave:

- asistimi në orët mësimore, të cilat i organizon dhe i udhëheq mësuesi, i cili gjendet në marrëdhënie të rregullt pune;
- çdo student organizon dhe udhëheq së paku një orë praktike;
- java pedagogjike e obliguar për të gjithë studentët e rregullt (udhëheqja e tërësishme e procesit edukativo-arsimor me fondin javor të orëve) në semestrin e fundit.

Dhe më në fund, e shohim të nevojshme të theksojmë se:

Praktika shkollore "nuk merret si llokum" që në "takimin e parë". Ajo vilet, fisnikërohet, moderohet dhe pasurohet nëpërmjet një pune të ndejshme, duke i vëzhguar edhe të tjerët se si punojnë, duke krahasuar atë që bën tjetri me atë që do ta bënte ai vetë. Ndërkaq, një mësues, përgjithësisht nuk preferon prezencën e "spektatorëve" në klasë! Për këtë arsye dhënia dhe marrja e përvojës pedagogjike në MEM, do të duhej të jetë e vendosur në "shtratin" e mirëkuptimit, mirëbesimit dhe të humanizmit të ndërsjellë; "puna e mësuesit të sprovuar" do të duhej të jetë "fidanishte" për "mësuesit debutantë" dhe të interesuarit e tjerë.

Bindja e personit se e ka kryer praktikën shkollore, duke mos gjykuar që atë ta përsosë vijimisht, bën që ai të dështojë në profesionin e mësimit elementar të matematikës.

13.1. HOSPITIMI NË ORËT E MËSIMIT TË

UDHËHEQURA NGA MËSUESI

Hospitimi i studentëve në orët e mësimit praktik organizohet në shkollën fillore, e cila, për nga organizimi i brendshëm, kualitetet profesionale të mësuesve, përvoja e përparuar edukativo-arsimore, dallon dukshëm nga shkollat e tjera simotra. Mësuesit, që do të përcaktohen për të punuar me grupet e studentëve, lypset të jenë mësues të të gjitha klasave (I - V), kreativë në procesin e mësimdhënies dhe punëtorë të afirmuar.

Para se të fillojmë mësimin praktik, bëhet ndarja e studentëve nëpër grupe (deri 15 në një grup), të cilët javë për javë "i ndërrojnë mësuesit" (kl. I - V).

Orët praktike të semestrit të pestë organizohen për të dëgjuar, vështruar dhe regjistruar si vete procesi praktik edukativo-arsimor i mësimit elementar të matematikës. Më parë merren "instruksione" nga ana e metodistit të matematikës se çfarë dhe si duhet të shënohen vërejtjet shikuar nga këndvështrimi i studentëve.

Në fillim studentët nuk duhet të orientohen që të regjistrojnë vetëm "pikat e zeza lëndore", përkatësisht vetëm evidencimin e gabimeve metodike dhe materiale, por edhe hetimin dhe pranimin e atyre metodave, formave dhe ecurive mësimore, të cilat, në një orë të caktuar të matematikës, kanë siguruar arritjen e rezultateve optimale gjatë procesit të mësimdhënies.

Në vazhdim po i cekim disa prej vërejtjeve të përgjithshme, të evidencuara gjatë orëve të para, në kohën kur studentët janë vetëm "vëzhgues":

- sfungjeri përmbante shumë ujë dhe me të pastrohej tabela, e cila mezi thahej e pastaj, kur thahej, mezi pastrohej:
- tabela pastrohet me sfungjer "plotësisht të thatë", me ç'rast, nuk i ofrohej "freski" orës mësimore;
- mësuesi shënonte në tabelë - pa i shqiptuar fjalët;
- "shënimet nga tabela", nxënësit i shënonin (përshkruanin), pasi që "i urdhëronte" mësuesi e kjo ndodhte pas 20 minutash;
- mungonin disa prej mjeteve mësimore dhe materiali didaktik më elementar; - nuk diktoheshin për t'u përshkruar disa prej rregullave më elementare, me arsyetim se të gjitha i kanë në libër (por harrohej e dhëna se cila është më e dashur për nxënësit (I-V); fletorja e matematikës apo libri i saj);
- angazhoheshin tre nxënës në zgjidhjen e një detyre, por dy të parët "mbaheshin peng" në tabelë, derisa të zgjidhej detyra;
- mësuesi "shëtiste" së tepërmi nëpër klasë, por "shëtia" nuk shfrytëzohej për të kontrolluar punën e nxënësve nëpër banka;
- nuk merreshin shembuj nga jeta e përditshme edhe në rastet kur kishte mundësi, pra "me vetëdije" iu shmangej detyrave tekstuale;
- demonstronte diçka, por shpinën e kishte të kthyer kah nxënësit;
- nuk kryente analizën e zgjidhjes së detyrave;
- pas zgjidhjes së çdo detyre, sado e thjeshtë që ishte ajo, pastrohej tabela, edhe pse kishte vend edhe për zgjidhjen e afro 10 detyrave të tilla;

- nxënësit pyesnin: "A të shënojmë?" Mësuesi përgjigjej në alternativë: "Nëse doni, shënoni, nëse jo, mos shënoni!";

- zëri i mësuesit ishte i ulët, ai lypset të jetë më i lartë;

- Mos më thirrni mësues!" ("si t'ju thërrasim?"). "Vetëm gishtin ta çoni", e të tjera e të tjera.

Gjatë organizimit të debateve në lidhje me orët e mbajtura mësimore (të udhëhequra nga mësuesi i rregullt i shkollës), metodisti i matematikës evidencon dhe regjistron se cilët janë ata studentë, të cilët, më shpejt se të tjerët, kanë arritur kualitet më të lartë "pjekurie", në mënyrë që semestrin VI me ata të fillojë organizimin dhe udhëheqjen e orëve praktike mësimore.

13.2. HOSPITIMI NË ORËT E MËSIMIT TË UDHËHEQURA NGA STUDENTËT

Studenti, një javë para se të organizojë dhe të mbajë orën praktike, duhet ta tërheqë njësinë mësimore, ku përcaktohet dita, ora dhe klasa e organizimit të orës praktike. Këshillohet që kandidati, pas tërheqjes së njësisë mësimore (por jo me çdo kusht), të konsultohet me mësuesin, eventualisht "t'i pranojë" disa instruksione prej tij:

- Cili është vëllimi i njësisë mësimore?

- Përveç librit shkollor a mund të përdorë literaturë plotësuese, e cila do të ndihmonte realizimin me sukses të njësisë mësimore;

- Cilat teknika, metoda, forma, mjete mësimore e material tjetër didaktik mund t'i aplikojë?

- Kushtet dhe rrethanat e tjera për punë (nxënësit me çfarë kuantumi të njohurive janë të pajisur, a janë të disiplinuar apo jo, a posedojnë shkallë të caktuar lirie në gjetjen e gabimeve materiale në tabelë, nxënësit e bankave të fundit kërkojnë "ndihmë profesionale" të herëpashershme prej mësuesit, disa prej nxënësve i çojnë gishtat edhe atëherë, kur nuk dinë të japin përgjigje dhe zgjidhje të saktë etj.).

Studenti, para se të fillojë të përgatisë konspektin (në cilësinë e përkujtuesit, madje në dy ekzemplarë identikë; një për vete e një për metodistin) obligohet për konsultim eventual edhe me metodistin e matematikës.

Këshillohet që konspekti të jetë "fotokopje besnike" dhe të përmbajë të gjitha ato që do të zhvillohen, brenda orës së caktuar të mësimit. Ai lypset të jetë "i veshur me petkun estetik" përveç faqes së parë, ku shënohen të dhënat kryesore (shkolla fillore, lënda mësimore, klasa, paralelja, mësuesi, data, tipi i orës, metodat mësimore, mjetet mësimore e materiali didaktik, format mësimore, objektivat dhe në fund emri e mbiemri i studentit), në çdo faqe tjetër vijuese (afërsisht $\frac{1}{3}$ në të djathtë të faqeve) lypset të ketë "vend të lirë" për metodistin për t'i shënuar vërejtjet, sugjerimet, propozimet, këshillat dhe korrigjimet e tjera eventuale.

13.3. PËRGATITJA ME SHKRIM E STUDENTIT PËR

UDHËHEQJEN E ORËS SË MËSIMIT

Në vazhdën e përgatitjes me shkrim të studentëve për organizimin dhe udhëheqjen e orës së mësimit, do ta zbërthejmë njërën prej formave të mundshme (por jo të vetme) të hartimit të konspektit. Për detyrë do të marrim tri njësi të njëpasnjëshme mësimore.

1. Sipërfaqja rrethore e rrethi.
2. Qendra dhe rrezja e rrethit.
3. Rrathët e puthitur.

Meqenëse të tri orët e lartpërmendura të mësimit, përafërsisht "marrin frymë njësoj", në vazhdim vetëm për njësinë e parë mësimore "Sipërfaqja rrethore e rrethi", do t'i shënojmë të dhënat e faqes ballore të konspektit.

ORA E PARË E MËSIMIT

PLANI DITOR			
Data: 18.10.2002 Lënda: Matematikë Klasa: II_1 Njësia mësimore (Tema): Sipërfaqja rrethore e rrethi Tipi i orës: Shpjegim (zhvillim) i mësimit			
Mjetet mësimore dhe materiali didaktik:	- Kompleti i veglave dhe i mjeteve për vizatim dhe konstruktim - Modelet e cilindrit konit, konit të cunguar, rruzullit (me prerje), sferës, por edhe modelet e kubit, prizmave, piramidës; prej druri, teli e kartoni një numër i caktuar i enëve të vizatuara, monedha metalike prej 5, 10, 20, 50 centë, 1€, 2 €,..., petëza rrethore me madhësi dhe ngjyra të ndryshme.		
Objektivat:	- Zbulimi i rrathëve dhe sipërfaqeve rrethore në modelet e trupave gjeometrikë në gjësendet e ndodhura në afërsi të nxënësve dhe tek ato që ndodhen “larg syve” të tyre. - Të veçohet rrethi nga sipërfaqja rrethore. - Zënia fill e konstruksioneve të para gjeometrike - Aftësimi i nxënësve për të përdorur me shkathtësi vizoren dhe kompasin në fletore por edhe në tabelën shkollore.		
Fjalët kyçe:	rrethi, sipërfaqe rrethore, qendra dhe rrezja e rrethit		
Struktura e orës		Teknikat dhe metodat e mësimdhënies	Koha
Evokim	E	Klaster	15`
Realizim kuptimi	**R**	Ilustrativo – demonstruese	20`
Reflektim	**R**	Tekniko – punuese	10`

Evokimi: Mësuesi e ndan paralelen në dyshe dhe u kërkon atyre ta plotësojnë një **Klaster**. Në qendër të klasterit le të jetë nocioni **Cilindri.** (Fig. 192) Disa nga degëzimet (**sipërfaqe, sipërfaqe rrethore, qendra e rrethit, rrezja e rrethit, puthitshmëria…)** kërkohen të plotësohen nga nxënësit. Të gjithë nxënësve të paraleles i'u "ndajmë" nga një "petëz rrethore" dhe i udhëzojmë që të përpiqen të vizatojnë "vijën e lakuar të mbyllur", të cilën do ta emërtojmë **rreth** dhe këtë e shënojmë anash. Pastaj, u themi që të vizatojnë edhe një (duke "arsyetuar" që disa nxënës nuk e kanë vizatuar aq bukur) dhe këtë, së bashku me të gjitha "pikat" brenda rrethit, ta ngjyrosin sipas dëshirës, e të cilin do t'a emërtojnë **sipërfaqe rrethore** dhe këtë e shënojnë përballë vizatimit. (Fig. 193).

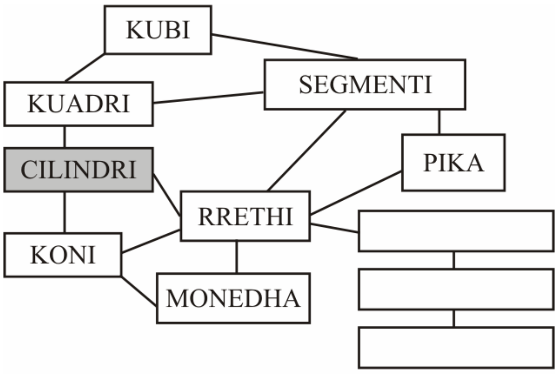


Fig. 192

Realizimi i kuptimit: Në vazhdim "demonstrojmë" modelet e trupave gjeometrikë, duke kërkuar prej nxënësve që t'i ndajnë trupat që përmbajnë vetëm një sipërfaqe rrethore (koni dhe gjysmërruzulli) dhe me nga dy sipërfaqe rrethore (cilindri, "koni i cunguar" dhe "shtresat" e rruzullit). Natyrisht, nxënësit nuk do t'i "ngarkojmë" me emrat e trupave gjeometrikë. Mjafton të dinë që t'i ndajnë trupat që nuk kanë asnjë sipërfaqe rrethore (kubi, prizmat, piramidat), që kanë një dhe ato me dy sipërfaqe rrethore.

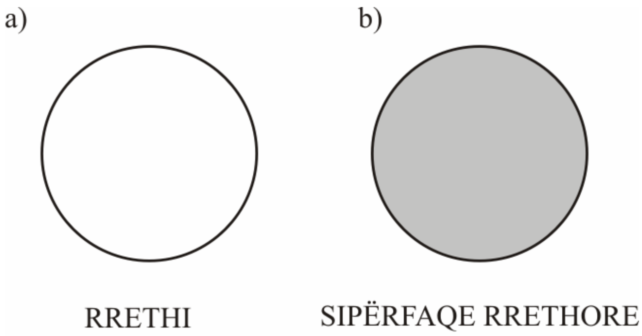


Fig. 193

Në punën me fotografi kërkojmë që t'i emërtojnë "pjesët e sendeve", të cilat përmbajnë rrathë dhe sipërfaqe rrethore: rrotat, timoni, plisi, ora, faqja e monedhës (stema e numri), hëna e plotë, kapaku i enës, fundi i gotës... dhe këto "t'i prekin me gishtin e vet". Pastaj, mësuesi demonstron "konstruksionin" (vizatimin) e rrethit, duke lidhur për majën e lapsit një pe. Skajin tjetër të penit e shtrëngon me gisht. E sjell lapsin rreth skajit të përforcuar, por me kusht që gjatë kësaj "lëvizjeje me laps", peri gjithnjë të jetë i tendosur. Kur lapsi e bën një rrotullim të tërë, ai do të shkruajë një rreth. Fill pas kësaj tregon veglën (mjetin), e cila nevojitet për ta vizatuar rrethin sa më lehtë dhe më saktë, të quajtur KOMPAS. Maja e kompasit, ku gjendet kunji i metaltë, mbështetet mirë në letër (ose në tabelë) dhe rreth tij rrotullohet krahu tjetër, në të cilin gjendet lapsi (shkumësi), derisa vija "të takohet" (të mbyllet).

Mësuesi në këtë orë mësimi merr rolin e "instruktorit", duke ndihmuar e udhëzuar nxënësit në përvetësimin e teknikës së vizatimit të rrathëve me kompas.

Reflektimi:

- Të gjithë nxënësit vizatojnë nga një rreth dhe nga një sipërfaqe rrethore,
- Ç'është rrethi e ç'është sipërfaqja rrethore?
- Përmendi disa gjësende, të cilat përmbajnë sipërfaqe rrethore!
- Te cilat objekte (gjësende) e keni vërejtur rrethin më të vogël, të mundëshëm? Përse ata rrathë përdorën?
- Emërtoni objektin ku e keni vërejtur ndonjëherë sipërfaqen rrethore më të madhe?
- Në natyrë, cilat sipërfaqe rrethore mund t'i shohim, por jo edhe t'i prekim? Përse?
- Ç'është kompasi?
- Si mund të vizatohet (konstruktohet) rrethi në natyrë (pa kompas)?

Për detyrë shtëpie mund të jepet:

Të vizatohen me kompas 6 rrathë, duke ndryshuar madhësinë e hapjes së kompasit.

NJËSIA MËSIMORE.

Qendra dhe rrezja e rrethit

Evokimi: Qëllimisht insistojmë të vizatojmë një rreth në tabelë (pa ia shënuar qendrën) e që në ndërkohë "qëllimisht" na "rrëshqet" kompasi.

Në këtë orë mësimi njihemi me elemente, të cilat përcaktojnë rrethin: **qendra e rrezja e rrethit.** Avancohet "teknika" e vizatimit të rrethit me kompas si dhe synohet "të zbulohet" vendosja e njëllojtë e të gjitha pikave të rrethit.

Paraqitja e tekstit: Qendra dhe rrezja e rrethit (Në fillim nxënësve u themi që në fletore, të marrin kudo një pikë dhe ta emërtojnë me Q. Ta mbështesim kompasin në këtë pikë dhe të vizatojmë një rreth).

- Sa pika ka rrethi? (Një, dy, tre... shumë pika). Me ndihmën e vizores, trekëndëshit, le t'i bashkojmë (më vija të drejta) disa nga këto pika A, B, C, D, E me pikën Q. (Fig. 194).

Pika Q, në të cilën ka qenë i mbështetur kompasi ,quhet **qendra e rrethit**. Pika Q me pikat e rrethit A, B, C, D, E, "lidhet me anën e segmenteve". Secili nga këto segmente quhet **rreze e rrethit.**

Le t'i shënojmë të gjitha rrezet e mundshme të këtij rrethi! A ka mundësi? Pse? Po e zëmë, QA, QB, QC, QD, QE,..., QM,..., QN,..., QS..., QT,..., sepse rrethi ka shumë (pa kufij shumë) pika, prandaj, do të fitojmë shumë (pa kufij shumë) rreze të rrethit.

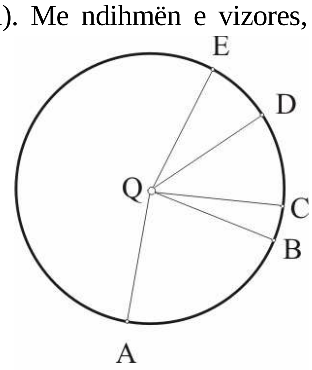


Fig. 194

Në vazhdim vizatojmë një rreth, në të cilin shënojmë 6 pika dhe secilën pikë të shënuar e lidhim me qendrën. Me këtë rast kemi "vizatuar" 6 rreze të rrethit. (Shih fig. 195).

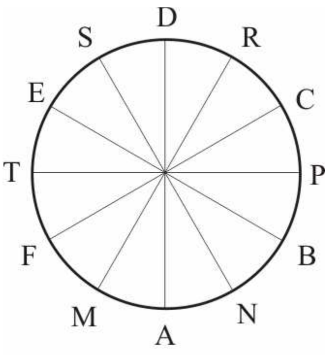


Fig. 195

Ndërmjet çdo dy pikave të shënuara, shënoje edhe një dhe vizatoje rrezen! Çka vërejmë? Secila pikë në rreth ka rrezen e vet. Pasi që çdo rreze paraqet të njëjtin pe të tendosur, i cili është "sjellë", mund të shkruajmë:

Të gjitha rrezet e të njëjtit rreth kanë gjatësi të barabartë.

Nga ky pozicion fillimisht do të ishte me shumë dobi, nëse nxënësit (me ndihmën edhe të mësuesit) do të përfundonin: **"Rrethi formohet me rrotullimin e pikës në rrafsh me distancë të barabartë prej një pike të përhershme".**

Në vazhdim, mund të jepet kjo detyrë: Të shënohet kudo në fletore një pikë Q. Të gjenden të paktën 5 pika, të cilat janë të larguara nga 2 cm. prej pikës së dhënë Q! (Fig. 196).

Merret një pikë arbitrare Q dhe tërhiqet një segment AQ=2cm. Duke mbështetur majën e kompasit në pikën Q dhe me distancë të krahëve të tij QA = 2 cm, vizatojmë rrethin. Tashti kudo në rreth marrim edhe 4 pika të tjera, B, C, D, E. Pikat B, C, D, E, sikurse edhe pika A, i përkasin të njëjtit rreth. Prandaj, të gjitha rrezet: QA, QB, QC, QD, QE kanë gjatësi të barabartë, pra janë njëlloj të larguara (2 cm) nga qendra Q.

Realizimi i kuptimit:

Nxënësit e vëmendshëm lexojnë me kujdes paragrafët e njësisë mësimore: Qendra dhe rrezja e rrethit.

Për realizimin e kuptimit ata do të përdorin teknikën

Di Dua të di Mësoj

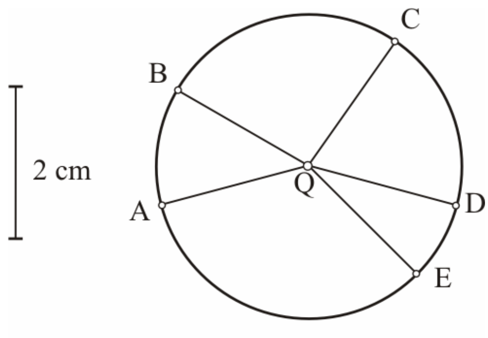


Fig. 196

- Në shtyllën e parë (të tabeles) rreshtohen njohuri që nxënësit tashmë i dinë.

- Në shtyllën e dytë rreshtohen pyetje lidhur me njohuri, për të cilat nxënësit duan të dinë më tepër. – Kur nxënësit nuk ofrojnë përgjigje nga pyetjet e bëra, ata mund të shfrytëzojnë leksionin: Qendra dhe rrezja e rrethit.

- Në shtyllën e tretë rreshtohen njohuri të cilat nxënësit i vlerësojnë si informacione të reja, të mësuara në klasë.

DI	DUA TË DI	MËSOJ
- sipërfaqe - sipërfaqe rrethore - rrethi - qendra e rrethit	- Cilat elemente përcaktojnë rrethin? - Sa pika ka rrethi? - Dy rrathë të ndryshëm, me qendër të përbashkët çfarë formojnë? - Si quhet segmenti që kalon nëpër qendër të rrethit dhe bashkon dy pika të tij? - Krahaso këtë segment me rrezën e rrethit! - Sa rreze përmbanë rrethi? - Si formohet rrethi? - Ç’është unaza rrethore?	- Qendra dhe rrezja e rrethit - Rrethi ka pakufijshumë pika - Rrathë koncentrikë - Diametri i rrethit - Diametri i rrethit është baras me dy reze të tij (d=2r) - Rrethi përmbanë pakufij shumë rreze - Rrethi formohet me rrotullimin e pikës në rrafsh me distancë të barabartë prej një pike të përhershme. - Sipërfaqja rrethore ndërmjet dy rrathëve koneentrikë quhet unazë rrethore.

Reflektimi:
- Cilat elemente përcaktojnë rrethin?
- Cili nga ato përfaqëson segment?
- Rrethi i njëjtë sa qendra mund t’i ketë?
- Rrethi i njëjtë sa rreze mund t’i ketë? Përse? Si e shpjegoni këtë?
- Rrezet e të njejtit rreth çfarë gjatësie kanë?

Për detyrë shtëpie mund të jepet:

Vizatoni dy rrathë: njërin me rreze 2 cm, tjetrin me rreze 3 cm, me të njëjtën qendër O. Hijesoni sipërfaqen rrethore ndërmjet rrathëve. Si quhet kjo figurë gjeometrike? Cilat janë ato objekte ku mund t’a keni vërejtur këtë figurë?

NJËSIA MËSIMORE:
RRATHËT E PUTHITUR

Evokimi: Kontrollohen detyrat e shtëpisë, pastaj, duke vizatuar një rreth, përsërisim "vetinë" e pikave të rrethit, rrezen dhe qendrën e rrethit.

Në vazhdim, nxënësve mund t'u bëjmë këtë pyetje: Po qe se shoferit të një automjeti i plas goma, çka ndërmerr? Nxënësit (me gjasë shumica) përgjigjen: - E zëvendëson me "gomën rezervë". Mësuesi: "Pse ndodh ashtu? Nxënësit: "Sepse gomat e të njëjtit automjet, janë të barabarta".

Mësuesi në tabelë, ndërsa nxënësit në fletore, vizatojnë nga dy rrathë me ndihmën e së njëjtës petëz rrethore dhe njërën e ngjyrosin me të kuqe, kurse tjetrën me të zezë. Mësuesi e ka "rezervë" edhe një "petëz rrethore" të madhësisë së njëjtë, me ngjyrë të bardhë, e cila "lëviz" dhe herë e mbulon "petëzën e kuqe", e herë "të zezën". Nxënësit "zbulojnë" me lehtësi: Meqë "petëza rrethore" e bardhë po e "mbulon" herë petëzën e kuqe rrethore e po e njëjta po e "mbulon" edhe petëzën e zezë rrethore, atëherë edhe petëza e kuqe dhe e zezë, do të kenë mundësi të "mbulohen" ndërmjet veti. Pra, për dy petëza rrethore, po qe se sipërfaqet dhe tehet e tyre përputhen, themi që ata dy rrathë janë të **puthitshëm,** prandaj i quajmë **Rrathë të puthitur.** (Shih fig. 197). Këtë e shënojmë në tabelë, kurse nxënësit në fletore.

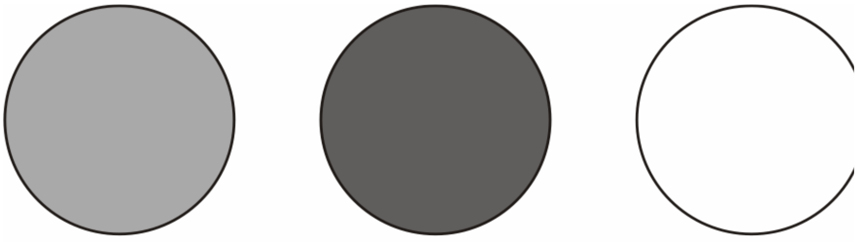


Fig. 197

Realizimi i kuptimit: Në vazhdim mund të përdorim edhe tekstin shkollor.

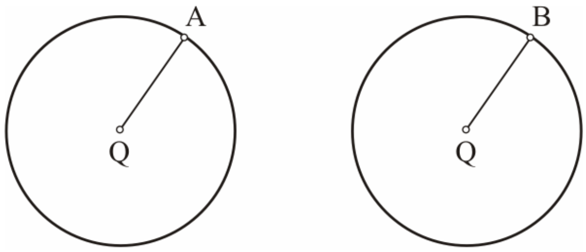


Fig. 198

Mate rrezen e rrathëve të vizatuar! (Fig. 198).

QA = _________ cm

QB = _________ cm.

Nëse këta rrathë i vemë njërin mbi tjetrin, ata do të puthiten. Pra, **rrathët janë të puthitshëm, nëse kanë rreze të puthitshme.**

Vizato tre rrathë, qendrat e të cilëve janë në pikat Q_1, Q_2, Q_3. Për rreze të tre rrathëve, përfitoje segmentin e vizatuar 2cm? (Fig. 199).

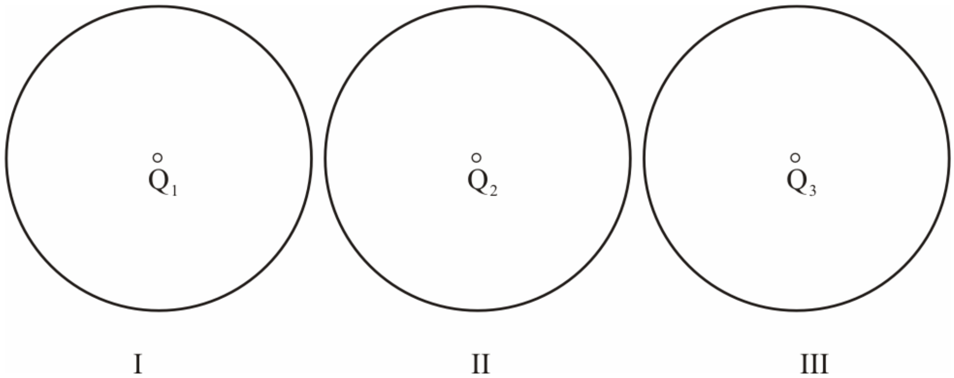


Fig. 199

1. - Si do të jenë të tre rrathët e vizatuar?
- ___________________________
2. Pse?
- ___________________
3. Cili rreth është i puthitshëm me cilin?
- ____

4. Vlerëso, a do të jenë të puthitshëm rrathët që fitohen duke i vizatuar me ndihmën e monedhës metalike 2-euroshe dhe asaj 1-euroshe?
- _____
5. Pse nuk janë?
- ____________________________________
6. Provo, a ke mundësi të matësh rrezet e rrathëve të fituar?
- ______
7. Pse?
- _______________________

Reflektimi:

- Nxënës, për rrethin dhe sipërfaqen rrethore do të mësoni edhe shumë fshehtësi të tjera, kur të rriteni, në klasat më të larta, për të cilat tashti nuk është koha të flasim. Prandaj, njohuritë dhe shkathtësitë, të cilat i keni arritur brenda këtyre tri orëve të mësimit, do t'iu nevojiten në të ardhshmen.

Në përmbyllje do t'i përsërisim njohuritë, të cilat tashmë duhet t'i dini:

1. Ç'është rrethi e ç'është sipërfaqja rrethore?
2. Si quhet vegla, me ndihmën e së cilës i vizatojmë rrathët?
3. Rrethi mund të vizatohet, po qe se janë dhënë...
4. Qendrën e një çfarëdo rrethi (gjatë vizatimit të tij në tabelë) nuk e kemi shënuar dhe në ndërkohë na rrëshqet maja e kompasit! A mund ta vazhdojmë vizatimin?
5. Pikat e rrethit nga qendra e tij janë të larguara...
6. Kur dy rrathë janë të puthitshëm?

7. Po, katër rrathë, kur janë të puthitshëm?

KONSPEKTI PËR ORË TË USHTRIMEVE

Për detyrë do të marrim: Nëpërmjet dy orëve të mësimit të ushtrohen **"Pikat e zeza" të tabelës së shumëzimit**; 54 dhe 56.

EVOKIMI (E), REALIZIMI I KUPTIMIT (R) dhe REFLEKTIMI (R), do t'i kenë shenjat I, II dhe III.

Meqenëse orët e mësimit, të përmendura më lart, janë të "një gjinie", atëherë vetëm për orën e parë **"Shpalosje e rreshtimeve** 6 me 9 dhe 9 me 6", do të shënojmë të dhënat e faqes ballore të konspektit.

ORA E PARË E MËSIMIT

PLANI DITOR	
Lënda mësimore	Matematikë klasa II_2 data 14.05.2002
Njësia mësimore	Shpalosje e rreshtimeve 6 me 9 dhe 9 me 6
Tipi i orës	Ushtrime dhe Vlerësim
Forma e punës	Individuale

Metodat e mësimdhënies	Verbalo-tekstuale Ilustrativo-demonstruese
OBJEKTIVAT: **Qëllimi arsimor**	- Për të sqaruar dhe kuptuar paksa më natyrshëm **Operacionin e shumëzimit** deri 100, në dekadën e fundit të shekullit, që po e lëmë pas, në MEM është futur në zbatim **nocioni i rreshtimit**. - Kuptimi për **rreshtimin** farkohet duke i vendosur elementet e një bashkësie në një tabelë drejtkëndore në **rre-shta**, përkatësisht **shtylla,** me numër të njëjtë elementesh. - Duke pranuar **Modelin e rreshtimit**, nxënësit njihen me **bashkësi të rreshtuara** dhe **të parreshtuara**. Çdo reshtim është i përcaktuar nga përmasat e tij, po e zëmë; 2 me 3 - Mbledhja mund të bëhet: - sipas rreshtave 3+3=6 - sipas shtyllave 2+2+2=6 ose - duke i grupuar shtyllat 2+4=6... - Lënia një gjurmë sa më të thellë për të mjeshtëruar me sukses lidhur me "pikat e zeza" të tabelës së shumëzimit.
Qëllimi edukativ	- Funksioni **edukativ** shpaloset nëpërmjet aftësisë intelektuale të imagjinatës, e cila ka për të prodhuar të gjitha rreshtimet e mundshme.

Qëllimi praktik	- Nëpërmjet rreshtimeve kultivohet dhe shtohet interesimi për të bukurën. - Duke i prekur me dorë këto dhe mënyra të tjera të **shumëzimit** dhe **të mbledhjes** së elemeneve të bashkësisë, nxënësit zbulojnë: **Numri i elementeve të rreshtimit nuk varet nga mënyra e njehësimit (llogaritjes).** - Për disa rreshtime zbatohet **ecuria e copëtimit,** e cila në thelb shpreh **Vetinë e përdasimit të shumëzimit në lidhje me mbledhje.** - Përforcohet kuptimi për shumëzimin që mbështetet në rreshtime si interpretim kryesor dhe interpretimi i tij si mbledhje e përsëritur.

Studenti A.S.

I. **Evokimi**

Në fillim të orës së mësimit kontrollohen detyrat e shtëpisë
- Gjej prodhimin $6 \cdot \overline{6}$; $6\cdot\overline{7}$; $6 \cdot \overline{8}$; $7 \cdot\overline{6}$; $7 \cdot\overline{7}$
- Veço një rreshtim me përmasë 5
(Me gjasë, nxënësit, këto detyra i kanë zgjidhur pa gabime)
Pastaj, pesë nxënës i lexojnë zgjidhjet e tyre një për një.
- Rreshtimi 6 me 6 ka 36 elemente
- Rreshtimi 6 me 7 ka 42 elemente
- Rreshtimi 6 me 8 ka 48 elemente
- Rreshtimi 7 me 6 ka 42 elemente dhe
- Rreshtimi 7 me 7 ka 49 elemente.

II. **Realizimi i kuptimit**: Theksojmë qëllimin e mësimit. Tregojmë se çka do të mësojnë nxënësit në këtë orë (**Numri i elementeve të rreshtimit** 6 me 9 dhe 9 me 6)

Puna e parë është shpërndarja e fletushkave, ku njëri nga nxënësit e një banke i merr për zgjidhje rreshtimet $6 \cdot\overline{9}$ (lexo 6 me 9), ndërkaq tjetri $9 \cdot \overline{6}$ (lexo 9 me 6).

Çdo individ tashmë i merr detyrat e punës:

A) Gjej prodhimin, duke copëtuar rreshtimin A_1 (6 me 9); A_2 (9 me 6)

B) Sa mund të jetë numri i gjithmbarshëm i tyre?*

C) Veço një rreshtim me një përmasë 5!

D) Veço cilat prodhime janë copëtuar në rreshtime të njëjta!

* **VËREJTJE**: Që të mos e harrojnë asnjë rreshtim, nxënësve me kohë do të duhej t'u sqarojmë faktin që kur njëra nga përmasat e rreshtimit po e zëmë 6 me 7 (6·7) copëtohet, atëherë me shkallëzim 7=6+1, 7=5+2, 7=4+3, 7=3+4, 7=2+5, 7=1+6 dhe po këta mbledhorë një për një shumëzohen me përmasën tjetër (6) dhe prodhimet e fituara mblidhen: 6·7= 6·6+6+1, 6·7=6·5+6·2, 6·7=6·4+6·3, 6·7 = 6·3 + 6·4 etj.

F.M.1.

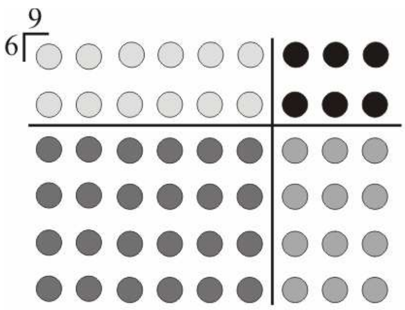


Fig. 200

1

$$6\cdot\overline{9} = 6\cdot 8 + 6\cdot\underline{\quad}$$
$$= \underline{\quad} + \underline{\quad}$$
$$= \underline{\quad}$$

2

$$6\cdot\overline{9} = 6\cdot\underline{\quad} + 6\cdot\underline{\quad}$$
$$= 42 + \underline{\quad}$$
$$= \underline{\quad}$$

3

$$6\cdot\overline{9} = 6\cdot\underline{\quad} + \underline{\quad}\cdot\underline{\quad}$$
$$= 36 + \underline{\quad}$$
$$= \underline{\quad}$$

4

$$6\cdot\overline{9} = \underline{\quad}\cdot 5 + \underline{\quad}\cdot 4$$
$$= \underline{\quad} + 24$$
$$= \underline{\quad}$$

5

$$6\cdot\overline{9} = 6\cdot\underline{\quad} + \underline{\quad}\cdot 5$$
$$= 24 + \underline{\quad}$$
$$= \underline{\quad}$$

6

$$6\cdot\overline{9} = \underline{\quad}\cdot\underline{\quad} + 6\cdot 6$$
$$= \underline{\quad} + \underline{\quad}$$
$$= \underline{\quad}$$

7

$$6\cdot\overline{9} = 6\cdot\underline{\quad} + \underline{\quad}\cdot 7$$
$$= \underline{\quad} + 42$$
$$= \underline{\quad}$$

8

$$6\cdot\overline{9} = 6\cdot 1 + \underline{\quad}\cdot\underline{\quad}$$
$$= \underline{\quad} + \underline{\quad}$$
$$= \underline{\quad}$$

9

$$6\cdot\overline{9} = 6\cdot\underline{\quad} + 6\cdot\underline{\quad} + 6\cdot\underline{\quad}$$
$$= \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad}$$
$$= \underline{\quad}$$

Këtu preje

F.M.2.

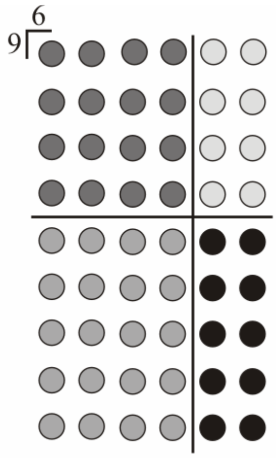


Fig. 201

❶

$$9\cdot\overline{6} = 9\cdot 5 + 9\cdot \underline{\quad}$$
$$= \underline{\quad} + \underline{\quad}$$
$$= \underline{\quad}$$

❷

$$9\cdot\overline{6} = \underline{\quad}\cdot 4 + \underline{\quad}\cdot 2$$
$$= 36 + \underline{\quad}$$
$$= \underline{\quad}$$

❸

$$9\cdot\overline{6} = 9\cdot \underline{\quad} + \underline{\quad}\cdot 3$$
$$= 27 + \underline{\quad}$$
$$= \underline{\quad}$$

❹

$$9\cdot\overline{6} = \underline{\quad}\cdot 2 + 9\cdot \underline{\quad}$$
$$= \underline{\quad} + 36$$
$$= \underline{\quad}$$

❺

$$9\cdot\overline{6} = 9\cdot 1 + \underline{\quad}\cdot \underline{\quad}$$
$$= \underline{\quad} +$$
$$= \underline{\quad}$$

❻

$$9\cdot\overline{6} = 9\cdot \underline{\quad} + 9\cdot \underline{\quad} + 9\cdot \underline{\quad}$$
$$= \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad}$$
$$= \underline{\quad}$$

Këtu preje

Zgjidhjet: $A_1(=54)$ $A_2(=54)$ $B_1(=9)$ $B_2(=6)$ $C_1(6\cdot\overline{9} = 6\cdot 5 + 6\cdot 4)$

$C_2(9\cdot\overline{6} = 9\cdot 5 + 9\cdot 1)$ $D_1(6\cdot\overline{9} = 6\cdot 3 + 6\cdot 3 + 6\cdot 3)$

$D_2(9\cdot\overline{6} = 9\cdot 3 + 9\cdot 3$ dhe $9\cdot\overline{6} = 9\cdot 2 + 9\cdot 2 + 9\cdot 2)$

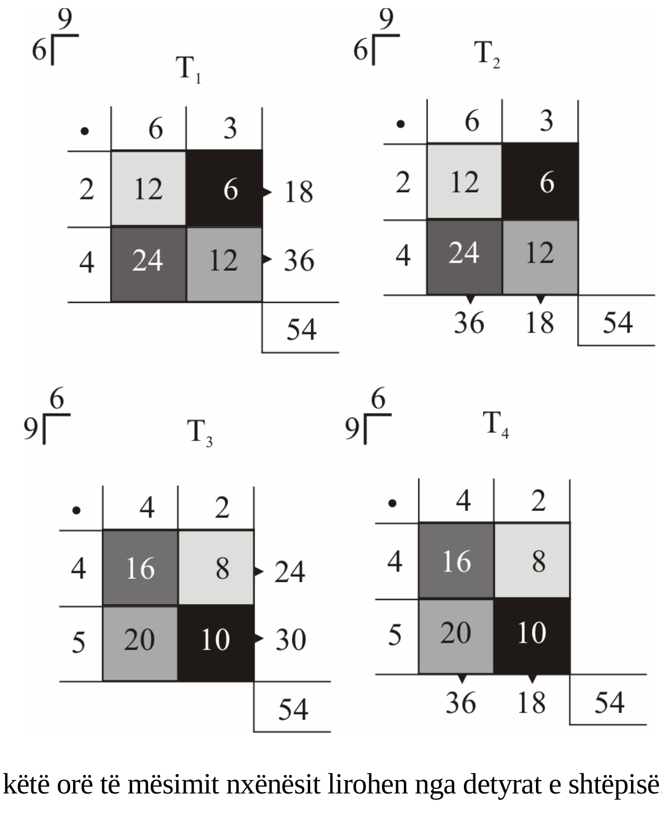
Nëpërmjet Formës së punës individuale 20-minutëshe, nga nxënësit do të duhej të presim copëtim rreshtimesh nga më të ndryshmet. Nxënësi, i cili pas 20 minutash do të paraqitet me më shumë rreshtime të copëtuara, me kusht që nuk i ka shpëtuar ndonjë gabim, do të duhej ta fitojë garën e pashpallur në këtë pjesë të orës së mësimit, duke marrë në fletushkën e tij "mirënjohje" me shkrim: "Të lumtë dora dhe mendja!" apo "Të lumtë dora e vogël!"...

Mësuesi, pasi ta ketë vlerësuar punën e nxënësve, duke veçuar "ranglistën"e tre më të mirëve, fillon të shënojë në tabelë copëtimin e të gjitha rreshtimeve 6 9 dhe 9 6, ndërkaq nxënësit në fletore i bëjnë korrigjimet eventuale.

III. **Reflektimi**: Në përmbyllje të orës së mësimit, nxënësit do të duhej të orvaten që vetë të formulojnë detyrën, dhe të dinë të lexojnë, p.sh.:

- Numri i petëzave, që përmbajnë 6 bashkësi me nga 9 petëza, është 54,
- Nëntë nxënës me vete kanë sjellë në shkollë nga 6 euro. Ata së bashku kanë 54 €.
- Në 6 kuti shkrepseje janë futur nga 9 fije. Po qe se të tëra fijet i vendosim vetëm në një kuti, atëherë, së bashku, do të kemi 54 fije.
- Nëntëfishi i gjashtë rrathëve na jep 54 rrathë, etj.

Krejt në fund, duke ndjekur **ecurinë e copëtimit të të dy përmasave të rreshtimit**, nxënësit do të mundë të aftësohen për llogaritje të prodhimit 6·9 dhe 9·6 edhe nëpërmjet **tabelave**, të cilat mësuesi me gjasë do t'i ketë sjellë në klasë (Shih fig. 200 së bashku me tabelat T_1; T_2 dhe fig. 201 së bashku me tabelat T_3; T_4)

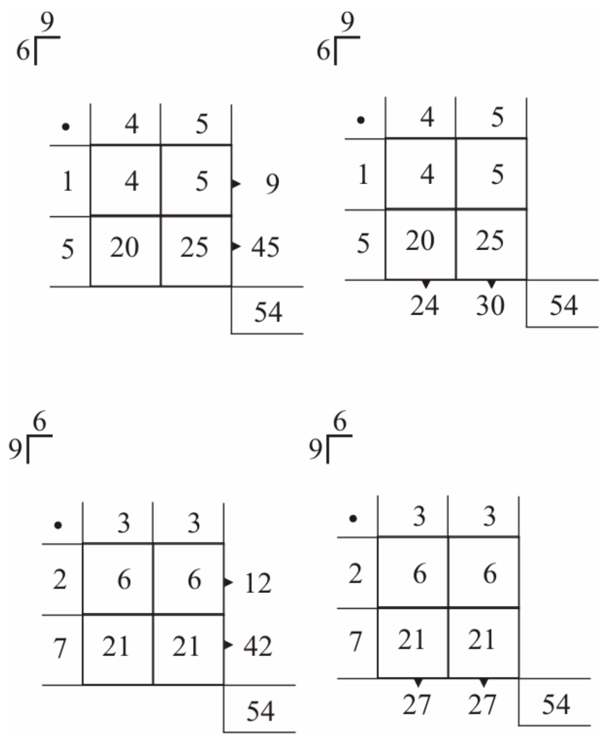


Në këtë orë të mësimit nxënësit lirohen nga detyrat e shtëpisë.

ORA E DYTË E MËSIMIT

Shpalosja e rreshtimeve 7 me 8 dhe 8 me 7
Metodat mësimore: Verbalo-tekstuale
Format mësimore: Indiviuduale dhe në grupe
Materiali didaktik: Tabelat.

I Në fillim të orës së mësimit përsëritet ecuria e copëtimit te të dy përmasave të rreshtimit 6·9 dhe 9·6, nëpërmjet tabelave, po e zëmë:



II Theksojmë qëllimin e mësimit. Tregojmë se çka do të ushtrojmë në këtë orë (**Numri i elementeve të rreshtimit 7 me 8 dhe 8 me 7**).

Le të supozojmë që në çdo bankë janë të ulur nga një gocë dhe nga një çun. Do të zhvillojmë gara ndërmjet dy gjinive, të cilat kanë aftësi përafërsisht të njëjtë. Atëherë do të mund të hidhet shorti, po e zëmë, gocat do t'i marrin fletushkat me rreshtimin $7 \cdot \overline{8}$ (7 me 8), ndërkaq çunat ato me rreshtimin $8 \cdot \overline{7}$ (8 me 7).

Çdo nxënës tashmë i merr detyrat e punës.

A) Gjeje prodhimin, duke copëtur rreshtimin G(7 me 8) Ç(8 me 7)

B) Sa mund të jetë numri i gjithmbarshëm i rreshtimeve?

C) **Iu kam bërë dy hile**! Ku janë ato?

D) Veço cilat prodhime janë copëtuar në rreshtime të njëjta.

F.M.1

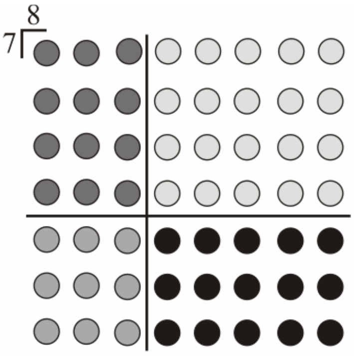


Fig. 202

❶

$$7 \cdot \overline{8} = 7 \cdot \_\_\_ + 7 \cdot \_\_\_$$
$$= 49 + \_\_\_$$
$$= \_\_\_$$

❷

$$7 \cdot \overline{8} = 7 \cdot 6 + \_\_\_ \cdot \_\_\_$$
$$= 48 + \_\_\_$$
$$= 54$$

❸

$$7 \cdot \overline{8} = \_\_\_ \cdot \_\_\_ + 7 \cdot 3$$
$$= 35 + \_\_\_$$
$$= \_\_\_$$

❹

$$7 \cdot \overline{8} = \_\_\_ \cdot 4 + \_\_\_ \cdot \_\_\_$$
$$= 28 + \_\_\_$$
$$= \_\_\_$$

❺

$$7 \cdot \overline{8} = 7 \cdot \_\_\_ + \_\_\_ \cdot 5$$
$$= \_\_\_ + 35$$
$$= \_\_\_$$

❻

$$7 \cdot \overline{8} = \_\_\_ \cdot 2 + 7 \cdot \_\_\_$$
$$= \_\_\_ + 42$$
$$= \_\_\_$$

❼

$$7 \cdot \overline{8} = \_\_\_ \cdot 1 + 7 \cdot \_\_\_$$
$$= \_\_\_ + 49$$
$$= \_\_\_$$

❽

$$7 \cdot \overline{8} = 7 \cdot 2 + \_\_\_ \cdot \_\_\_ + \_\_\_ \cdot \_\_\_ + \_\_\_ \cdot \_\_\_$$
$$= 14 + \_\_\_ + \_\_\_ + \_\_\_$$
$$= \_\_\_$$

Këtu preje

F.M.2

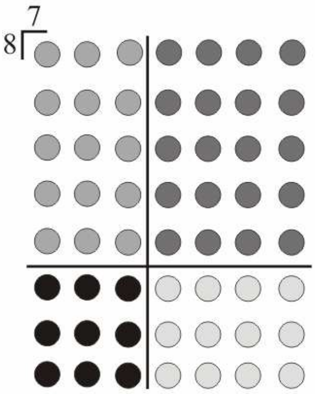


Fig. 203

1

$$8\cdot\overline{7} = 8\cdot \_\_\_ + 8\cdot \_\_\_$$
$$= 48 + \_\_\_$$
$$= 56$$

2

$$8\cdot\overline{7} = 8\cdot 5 + \_\_\_\cdot \_\_\_$$
$$= \_\_\_ + 16$$
$$= \_\_\_$$

3

$$8\cdot\overline{7} = 8\cdot 4 + \_\_\_\cdot \_\_\_$$
$$= 40 + \_\_\_$$
$$= 54$$

4

$$8\cdot\overline{7} = 8\cdot \_\_\_ + 8\cdot 4$$
$$= 24 + \_\_\_$$
$$= \_\_\_$$

5

$$8\cdot\overline{7} = 8\cdot 2 + \_\_\_\cdot \_\_\_$$
$$= \_\_\_ + 40$$
$$= \_\_\_$$

6

$$8\cdot\overline{7} = 8\cdot \_\_\_ + \_\_\_\cdot \_\_\_$$
$$= \_\_\_ + 48$$
$$= \_\_\_$$

Këtu preje

Zgjidhjet: $A_1(=56)$ $A_2(=56)$ $B_1(=8)$ $B_2(=6)$ $C_1(7\cdot 6 \neq 48$ dhe $7\cdot 8 \neq 54)$

$C_2(8\cdot 4 \neq 40$ dhe $8\cdot 7 \neq 54)$ $D_1(7\cdot \overline{8} = 7\cdot 4 + 7\cdot 4$ dhe $7\cdot \overline{8} = 7\cdot 2 + 7\cdot 2 + 7\cdot 2 + 7\cdot 2)$

$D_2($ Tek $8\cdot 7$, asnjë prodhim nuk është copëtuar në rreshtim të njejtë)

Nëpërmjet formës së punës individuale 20-minutëshe dhe formës së punës në grupe 5-minutëshe, do të duhej pritur shpalosjen e të gjitha rreshtimeve 7 me 8 (gocat) dhe 8 me 7 (çunat). Në përmbyllje të garës, përfaqësuesit e grupeve i mbrojnë rezultatet dhe arritjet e punës së grupit dhe, nën kontrollin e mësuesit, verifikohen zgjidhjet e fituara, duke e shpallur në këtë mënyrë grupin, por edhe nxënësin më të mirë.

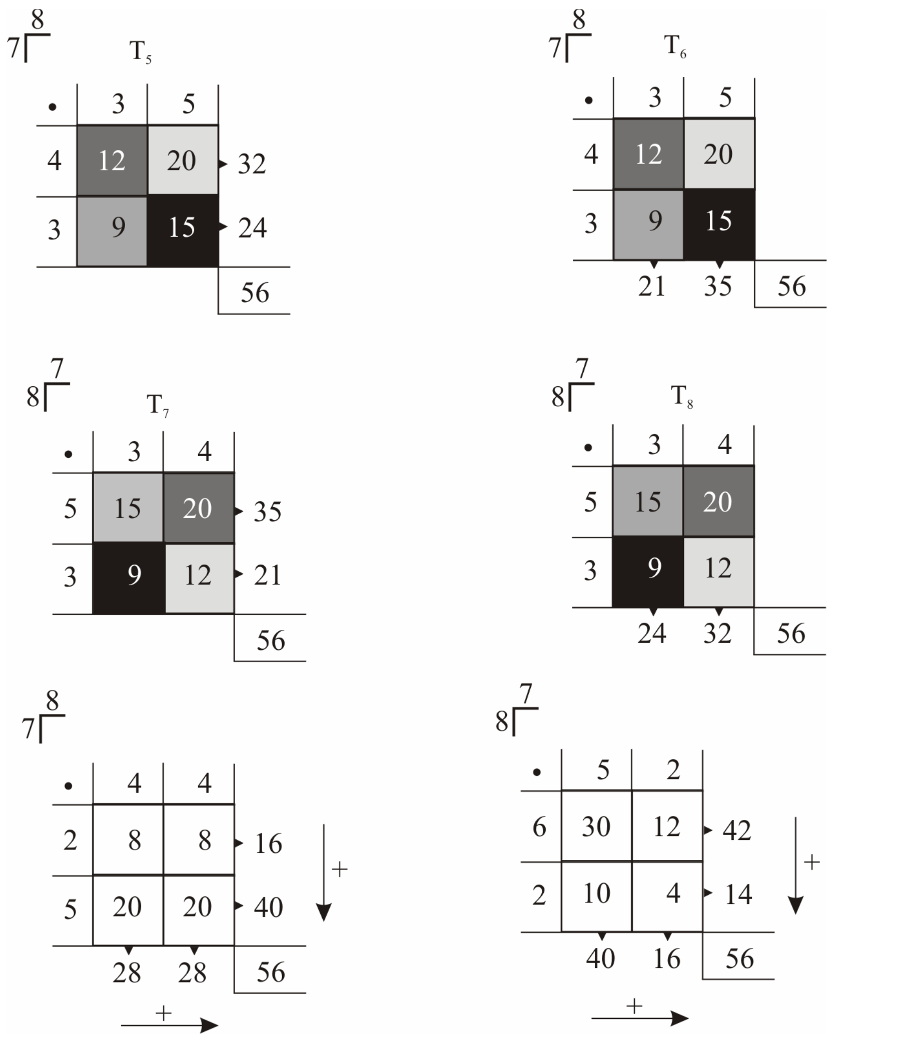
Në vazhdim, mësuesi fillon të shënojë në tabelë copëtimin e të gjitha rreshtimeve $7 \cdot \overline{8}$ dhe $8 \cdot \overline{7}$, ndërkaq nxënësit në fletore i kryejnë plotësimet dhe korrigjimet eventuale.

III **Reflektimi**:

Edhe kësaj radhe do të provojmë që nxënësit vetë të formulojnë detyrën lidhur me këto rreshtime; p.sh.:

- Për zbukurimin e klasës, mësuesja porositi 7 nxënës që të sjellin nga 8 lule secili e që, së bashku, do të kemi 56 lule.
- Njomëza, po qe se për çdo ditë do të lyejë me gëlqere nga 8 pemë, ajo, brenda një jave, ka për të lyer 56 pemë.
- Edi për çdo ditë lexon nga 7 faqe të një libri me përralla. Brenda 8 ditëve, ai do të lexojë tërë librin, i cili ka 56 faqe, etj.

Krejt në fund edhe kësaj radhe, duke i shfrytëzuar tabelat (të cilat mësuesi i ka punuar në shtëpi), do të ndjekim ecurinë e copëtimit të të dy përmasave të rreshtimit, për llogaritje të prodhimeve $7 \cdot 8$ dhe $8 \cdot 7$ (Shih fig. 202 dhe fig. 203 dhe tabelat T_5, T_6, T_7 e T_8). Tashmë këto tabela çdo nxënës do të duhej të dijë t'i lexojë dhe t'i interpretojë, e më vonë edhe t'i përpilojë.



Me disa nga këto tabela, nxënësit do të duhej "të ngopen mirë". E mira e së mirës është që: Tabelat për llogaritje të prodhimeve 6 me 9 ; 9 me 6 ; 7 me 8 dhe 8 me 7 të vendosen përkohësisht nëpër muret e klasës, sepse, në mes të prodhimeve që japin 54 dhe 56 ,"gjithmonë mund të shfaqen ngatërresa".

Për detyrë shtëpie jepet:

Si vetëtima ndreqe prodhimin $9\cdot 6 = 56$; $7\cdot 8 = 56$, $6\cdot 9 =54$ dhe $8\cdot 7 - 54$.

Duke aplikuar ecuri mësimore të njëjta apo ecuri të tjera, metoda, forma mësimore të njëjta apo të tjera..., detyra problemore të ngjashme apo identike, do të mundë të shpalosim edhe **Numrin e elementeve të rreshtimeve**[*] 7 me 9; 9 me 7; 8 me 9 dhe 9 me 8.

13.4. ANALIZA E ORËVE TË MËSIMIT TË UDHËHEQURA NGA ANA E STUDENTËVE

Procesin e mësimdhënies, studentët duhet ta kuptojnë si akt dinamik dhe të ndërlikuar, cilësia e së cilës sado e lartësuar që të jetë, nuk mund të themi që është e përkryer. Njohja jo e mjaftueshme e kursit elementar të matematikës dhe e metodikës së saj, si dhe mungesa e vëmendjes së përqëndruar në orët praktike, kushtëzon që, një numër i caktuar i studentëve, analizës së orëve të mësimit t'u qaset me një formalitet të theksuar, të bëjnë vërejtje jothelbësore, të cekëta e të mangëta. Qëllimi i analizës së orës së mësimit nuk është që studenti të ulet në "bankën e zezë" për gabimet eventuale që i kanë shpëtuar, por krijon parakushte të aftësimit sistematik, për pavarësi në punë, drejt pranimit dhe krijimit të vlerave të reja në procesin e mësimit elementar të matematikës.

Pasi të kryhet ora e mësimit, në ushtrimoren e shkollës fillore, studentët kthehen në ushtrimoren e fakultetit për të filluar orën e re të mësimit nga metodika: "**Analiza e orës së mbajtur**".

Më parë pyetet studenti

- Sikur të kishe pasur mundësi që këtë orë mësimi ta zhvillosh edhe një herë, çka do të kishe ndërruar?

Studenti me gjasë përgjigjet që do të kishte aplikuar ecuri mësimore të tjera ose të njëjta, metoda, forma, mjete të tjera ose të njëjta, konkretizim tjetër apo të njëjtë, detyra problemore të ngjashme ose identike, do të kishte, po e zëmë, qëndrim më korrekt ndaj nxënësve... E arsyeton, nëse mundet, ndonjë gabim material ose metodik që mund t'i ketë shpëtuar pa qëllim.

Vlerësimet e ngjashme të studentit "mësues", kanë rëndësi mjaft të madhe, meqë:

---

[*] VËREJTJE: Lexuesit i është ofruar ideja për të caktuar **numrin e elementeve të rreshtimeve 6·9; 9·6 dhe 8·7, 7·8 duke mos e detyruar askënd që të veprojë sipas saj.**

- përforcohet dhe avancohet kritika e vetëkritika;
- me gjasë, gabime të ngjashme nuk do t'i shpëtojnë në të ardhshmen;
- i pranon dhe i përvetëson disa vlera pozitive, praktike, të cilat do ta nxisin për kreacione të tjera të mësimdhënies.

Analiza e orës së mësimit, pastaj vazhdon, duke u dhënë fjalën studentëve të tjerë, të grupit, një nga një. Ata orvaten që të japin përgjigje, po e zëmë, në këto pyetje:

- A ka pasur vend kontrollimi me çdo kusht i detyrave të shtëpisë?
- Çfarë ka qenë bashkëveprimi i njësisë "së vjetër" me atë "të re" mësimore?
- Çfarë ka qenë aplikimi dhe bashkëveprimi i metodave, formave e mjeteve mësimore?
- Çfarë ka qenë aktivizimi i nxënësve në procesin e mësimdhënies?
- Çfarë ka qenë cilësia e kontrollimit të punës së nxënësve nëpër banka?
- Çfarë ka qenë shfrytëzimi estetik dhe racional i tabelës dhe puna me tekstin shkollor?
- Sa janë aftësuar nxënësit që t'i zgjidhin në mënyrë të pavarur detyrat?
- Çfarë është realizimi i mësimdhënies së planifikuar?
- Cili "episod" i orës ka qenë më interesant (për nxënës) dhe përse?
- A thua, me çfarë përshtypje nxënësit kanë dalë nga ora e mësimit?
- Cilat ecuri mundemi dhe duhet t'i pranojmë, e cilat duhet t'i flakim ?, e të tjera e të tjera.

Vlerësimin përfundimtar të analizës së orës së mbajtur të mësimit e bën metodisti i matematikës.

13.5. MËSIMI I INTEGRUAR (TEMATIK)

Mësimi i integruar në cilësinë e elementit përbërës të pjesës zgjedhore të kurrikulit, ngërthen në vete **përmbajtje të integruar**, e cila buron nga disa lëmenj kurrikularë (**Gjuhë dhe komunikim, Edukatë fizike dhe sportet, Artet e bukura; Shkencat e natyrës; Punëdore; Matematikë…)**

Nga mësimdhënia tematike përfitojnë të gjithë, sensibilizohen dhe aktivizohen jo vetëm mësuesit, nxënësit, por edhe prindërit dhe komuniteti. Mësuesit nxiten për të përdorur teknika, metoda dhe ecuri të reja mësimore, ndërsa te nxënësit zgjohen asociacionet, interesimet dhe kërshëria për t'u vlerësuar si "mendimtarë të aftë dhe origjinalë". Atyre u ofrohen mundësi të reja për të ekspozuar dhe demonstruar njohuritë e tyre.

Nëpërmjet Mësimit tematik, nxënësit hetojnë dhe zbulojnë **lidhjet ekzistuese** ndërmjet **lëmenjve kurrikularë** dhe **lidhjet e këtyre lëmenjve me punën dhe jetën.**

Fëmijët gjatë tërë jetës ballafaqohen me situata dhe qasje të zakonshme e të pazakonshme, me probleme nga më të ndryshmet. Dhe pikërisht, **Mësimi tematik** është në funksion të përgatitjes së fëmijëve në përballimin e sfidave po aq të ndryshme **intelektuale, emocionale, fizike, shëndetësore, morale, sociale, estetike…**

Mësimi tematik përmban tri elemente kryesore të planifikimit:

- **Planifikimi i mësuesit,**
- **Mini mësimet** dhe
- **Mësimi me bashkëpunim.**

Planifikimi i mësuesit

Fillimisht, mësuesi përsiat:

- Cilat janë objektivat dhe qëllimet e mësimit tematik, të caktuar?

- Parashikimi: Çfarë do të organizojë, udhëheqë dhe realizojë çdo nxënës?

- Te cilat aftësi dhe shkathtësi të nxënësve do të fokusohet vëmendja e mësuesit?

Në vazhdim, mësuesi e përzgjedh **temën** për ta trajtuar, e cila reflekton interesimet, prirjet, aspiratat dhe dëshirat e nxënësve, kuptohet duke përfillur moshën e tyre. Tema do të duhej të jetë **interesante, frymëzuese, praktike** dhe **joshëse** për të gjithë nxënësit!

Më pastaj:

- Mësuesi do të komunikojë me prindërit për **temën** e përzgjedhur dhe për qëllimet e përcaktuara;

- Mësuesi nga prindërit kërkon që ta mbështesin dhe të ofrojnë njohuritë e tyre lidhur me temën;

- Mësuesi planifikon kohëzgjatjen e temës dhe vizitat eventuale në terren;

- Mësuesi planifikon kohën e nevojshme për t'u kompletuar me literaturë dhe me burime të tjera informacioni, por edhe për të siguruar ekspertë jashtë shkolle, për të realizuar program të përbashkët pune **(mësimi ekipor).**

Mini mësimet

Nxënësit ndihmohen për të mësuar:

- Si shkruhet një shkresë për të marrë informacione të reja;

- Si të "zbulohen" dhe të formulohen pyetjet dhe nënpyetjet për të pranuar informacione të rëndësisë së veçantë;

- Si të shënohen faktet dhe të dhënat, sa më shpejt që të jetë e mundur;

- Si mbahen, si klasifikohen dhe si moderohen shënimet;

- Si shkruhet një raport i thjeshtë duke shtjelluar të dhënat dhe faktet më të rëndësishme.

Mësimi në bashkëpunim

Mësimi në bashkëpunim përfaqëson atë formë të mësimdhënies në të cilën nxënësit punojnë së bashku në grupe të vogla, për të arritur qëllimet e përbashkëta, të zëmë:

- Zgjidhja e një problemi;

- Zbulimi i një dukurie, ligjësorie;

- Verifikimi praktik i një aftësie, lidhur me temën që studiohet;

Ja edhe disa udhëzime për mësimin në bashkëpunim:

- Përcaktohen objektivat për disa nga lëmenjtë kurrikularë;

- Organizohet nëpërmjet grupeve heterogjene, dhe

- Planifikimi i kohës udhëheqet nga fëmijët.

Në përmbyllje, theksojmë faktin se:

Mësimet tematike të zëmë: **Studimi i bletës; Studimi i bukës; Studimi i peshkut…** e vënë theksin në aktivitete që kërkojnë:

- **mendim kritik (të pavarur);**
- **rrëfim të përjetimit personal;**
- **iniciativë dhe mendjemprehtësi;**
- **vetëkontrollë dhe bashkëpunim** së bashku me
- **lidhje të teorisë me praktikën.**

Të mirat e mësimit tematik (interdisiplinar) për mësuesin dhe nxënësin së bashku janë:

nxitës dhe motivues;
praktik dhe interesantë;
i këndshëm dhe çlodhës.

Njësia tematike e studimit

Bleta

Objektivat e përgjithshëm:

Në fund të "studimit miniatural" të **bletës**, nxënësit do të duhej të jenë të aftë:

- Të përdorin "literaturën bletare" dhe ta njohin **"Teorinë e bletarisë":**
-Të përshkruajnë jetën dhe punën e bletëve;
- Të emërtojnë dhe të argumentojnë të mirat madhore që sjellin bletët me prodhimet e tyre;
- Të përshkruajnë të gjitha shkaqet e mundshme përse bletët thumbojnë dhe përse roisin?
- Të gjykojnë për vënien në rrezik të jetës së personit alergjik, të shkaktuar nga thumbimet e bletës;
- Të dinë ta dallojnë dhe ta veçojnë "mjaltin origjinal" nga "mjalti i falsifikuar";
- Të dinë ç'është "kristalizimi" i mjaltit dhe vlera ushqyese e tij;
- Të dinë që bletaria kërkon bashkëpunim dhe bashkëveprim;
- Të gjykojnë dhe të vlerësojnë që, kur të rriten, bletarinë ta kenë për hobi dhe
- Të gjykojnë që është **kulturë,** po qe se jeni dashamirë **të natyrës** në përgjithësi dhe të **bletarisë** në veçanti.

Në vazhdim, duke "shëtitur" nëpër 6 lëmenj kurrikularë (Gjuhë dhe komunikim; Punëdore; Edukatë fizike; Art figurativ; Shkencat e natyrës dhe Matematikë), "informacionet e seleksionuara" lidhur me jetën dhe "veprat instinktive" të bletës, do t'i vjelim nëpërmjet pyetjeve që konvergjojnë në **Mendim kritik.**

I. GJUHË DHE KOMUNIKIM

1. Nëpërmjet punës në çifte, shkruani një **klaster,** ku në qendër të tij është **bleta!**

Të përmenden prodhime dhe artikuj që kanë shije të ëmbël dhe shumë të ëmbël!

- Çfarë dëshironi të dini për **bletën** dhe **mjaltin**? Përse?
- Cili është **armiku kryesor i bletëve?**
- Lexoni tregime për bletën dhe libra për bletarinë!
- Përse "Teorinë e bletarisë" do të duhej ta dini mirë!
- Lexoni dhe recitoni vjersha lidhur me bletën!
- Nëpër çfarë udhe kanë për të ecur nektari dhe poleni për t'u bërë mjaltë dhe dyllë?
- Shkruani disa informacione se ku është vendndodhja më e favorshme për familjen e bletëve!?
- A mund të ndërrohet vendndodhja e zgjoit? Diskutoni!
- Shkruani tregime kolektive lidhur me bletën!
- Përse disa vajza, por edhe punëtori pagëzohen me emrin bleta?
- Shkruani tregime në çifte lidhur me bletën!
- Shkruani disa vargje për "bletën punëtore"!
- Çfarë kuptoni: "Mjalti për çdo person është i ëmbël, ndërsa për bletërritësin është "i hidhur"?!
- Çfarë do të thotë: "Personi x nxjerr mjaltë nga goja"?
- Shkruani "Fjalë të urta", në të cilat përmendet **bleta** apo **mjalti!**
- Përveç gjuhës dhe komunikimit, cilët janë lëmenjtë e tjerë kurrikularë ku për **bletën**, mund të debatohet?

II. **PUNËDORE**

- Ku gjen zbatim aftësimi politeknik i bletërritësit? Diskutoni!
- Cilat janë ato mjeshtëri dhe shkathtësi pune që i duhen çdo bletërritësi?
- Cilat "orendi shtëpiake" i nevojiten vetë bletës?
- Cilat vegla, mjete pune dhe materiale i nevojiten çdo bletërrritësi?
- Cilat janë ato objekte, gjësende, "orendi", mjete ndihmëse teknike manipulative, të cilat kohë pas kohe kërkojnë meremetim?
- Përse këto objekte dhe mjete pune dëmtohen?
- Cila punë manuele me bletë numërohet ndër më të vështirat?
- Përshkruani si vëhen fletët e dyllit nëpër korniza?
- Në qoftë se bletërritësi planifikon të prodhojë **Mjaltë ekologjik**, cilat janë ato punë që tani e tutje nuk duhet t'i kryejë?
- A keni parë ndonjëherë **Zgjoje primitive?** Si e kanë formën? Kush e ndërton këtë lloj të zgjoit?

Të punohet maska e bletarit!

III. **EDUKATË FIZIKE**

- Interpretoni, “bashkëpunimin” dhe “bashkëjetesën” e bletarisë me sportet!
- Pranë zgjoit cilat lëvizje janë ngacmuese për bletët?
- Cila disiplinë sportive është “bletaria vetë”?
- Në cilat rrethana të kohës dhe të motit nuk bën të zhvillohet “aktiviteti sportiv” me bletë?
- Diskutoni rrethanat dhe situatën, po qe se personi është i djersitur dhe i ndotur apo ka filluar të bjerë muzgu?
- Përse për sportistët e mirëfilltë, të ushqyerit me mjaltë është domosdoshmëri?
- Sipas mendimit tuaj, cilët sportistë konsumojnë mjaltë në sasi më të madhe? Përse?
- Cili është numri i kalorive që ata do të duhej të marrin?
- Çfarë janë supozimet dhe interpretimet lidhur me jetëgjatësinë e bletarëve! Si mendoni ju? Diskutoni!
- Një numër i konsiderueshëm personash të rritur shprehin dëshirë dhe aspiratë të merren me bletari (si hobi), por dëshira e tyre mbetet “në fjalë “ dhe “jo në vepër”! Këtë qasje analizoni dhe interpretoni në disa rrafshe!
- Ky informacion çfarë do të thotë për ty?
- Thumbimet e bletës, ndonëse ndonjëherë dhembin, e shërojnë…
- Si duhet të reagojë bletërritësi, kur bletët flutrojnë përreth kokës së tij?

Në cilat “vende të trupit” të njeriut bletët më “me qejf” thumbojnë”?

IV. **ART FIGURATIV**

- Bletët punëtore, të udhëhequra nga instinktet, kanë prirje për “punë artistike”! Cilat janë ato punë dhe cili është rregulli jetësor i tyre? Komentoni!
- Bletët si e kanë të organizuar jetën?
- Të vizatohet bleta punëtore “brumbulli” dhe mëma!
- Të vizatohen disa nga mjetet dhe veglat e punës së bletërritësit!
- Zakonisht, zgjojet e bletëve me cilën bojë ngjyrosen? Përse?
- Vizatoni parkun e një bletërritësi profesionist!
- Të vizatohen kavanozë me mjaltë të llojeve të ndryshme!
- Ilustroni kopertinën e librit “Doracak për bletarinë”!
- Cilat ngjyra dhe cilat rroba, bletët nuk i durojnë!?

V. **SHKENCA E NATYRËS**

- Çfarë di për **bletën** si insekt?
- Çfarë kanë të përbashkët **bletët** dhe **thneglat?**
- Përse bletët asnjëherë nuk e humbin rrugëtimin?
- Çfarë di për instinktet e bletës?
- Si orientohen bletët në natyrë? – Si e zbulon ajo kullosën?
- Çfarë kuptoni me fluturime orientuese, plaçkitëse dhe pastruese të bletës?
- Bleta, çfarë ndërton? Çfarë ruan? Çfarë prodhon? Si mbrohet?
- Çfarë mendon, përse disa njerëz nuk bën të merren me bletari?
- Bleta kur thumbon? Përse thumbon? Çfarë ndodh me të pasi që të thumbon? Diskutoni gjerësisht!
- Çfarë duhet përdorur që thumbimet të jenë një çikë më të rralla? Si e shpjegoni këtë dukuri?
- Në cilat raste, ato janë të "pamëshirshme"? Interpretoni!
- Thumbimet e bletëve çfarë përmbajnë dhe çfarë shërojnë?
- Çfarë di tjetër për thumbimet? – Në cilat raste ato nuk sulmojnë?
- Ç'është alergjia dhe çfarë rreziku paraqet ajo për jetën e njeriut? Ç'është **roitja?** Përse bletët roisin? Interpretoni!
- Kur dhe kush ka ditur ndër të parët për rëndësinë shëruese të mjaltit?
- Mjalti si ilaç përdoret për mjekimin e 10 sëmundjeve. Për cilat sëmundje është fjala? Përse përdoret përzierja "mjaltë me limon"?
- Sipas hulumtimeve shkencore është vërtetuar që mjalti përmban 32 elemente, të cilat janë të nevojshme për organizëm. Për cilat elemente bëhet fjalë?
- Cilat vitamina i pëmban mjalti?
- Përshkruani llojet e mjaltit lidhur me ngjyrën! Cili nga ato lloje konsiderohet si ilaçi më i mirë?
- Përse kristalizohet mjalti?
- Cilët janë anëtarët e familjes së bletës?
- Përshkruani ndërtimin e trupit të bletës mjaltëse!
- Përse bleta ka më shumë se dy sy; më shumë se një palë këmbë; më shumë se një palë krahë, së bashku me qeskën e helmit?
- Gjatë stinës së dimrit, bletët si e ruajnë ngrohtësinë?
- Në cilin hark kohor dhe në cilën temperaturë minimale ato mund të mbijetojnë?
- Cilat janë pesë prodhimet e bletës? Çfarë kuptoni: pjalmim i kulturave bujqësore?
- Çfarë përmban qumështi i mëmës dhe përse përdoret?
- Përse çdo bletërritës do të duhej ta mbajë **ditarin e punës?**
- Çfarë kuptoni: **bletaria si hobi** dhe **bletaria si profesion**?
- Çfarë di: **bletërritësi** dhe **botanisti; bletaria dhe mjekësia; bletaria** dhe **farmacia**; **bletaria** dhe **veterina; bletaria** dhe **pemëtaria**?
- Çfarë janë njohuritë aktuale lidhur me bletarinë?
- Këto informacione a janë të mjaftueshme për ty?
- Çfarë dëshironi të dini tjetër për bletarinë?
- A planikfikoni të bleni libra-doracakë për **bletarinë?**

VI. **MATEMATIKË (BLETARIA NË NUMRA)**

- Sa kushton afërsisht një zgjua me bletë? Krahasoni me çmimin e një kafshe shtëpiake?!
- Cila do të duhej të jetë distanca hapësinore e vendndodhjes së "zgjoit të njëjtë", i cili e ndërron pronarin me shitje-blerje? Diskutoni gjerësisht!
- Bleta deri në sa km mund të largohet nga zgjoi i saj dhe "pa probleme" të rikthehet?
- Bleta gjatë jetës së saj përafërsisht sa km udhëton (fluturon)?
- Mëmës për zhvilimin e plotë të saj, sa ditë i duhen? Po, bletës?
- Sa është jetëgjatësia e mëmës: Diskutoni!
- Sa është jetëgjatësia e bletës punëtore dhe e brumbujve (meshkujve)? Diskutoni!
- Numri i mizave të një zgjoi si ndryshon nëpër stinë? Interpretoni! 50 000 bletë sa kg peshojnë? Sa bletë peshojnë 1 gram?
- Mëma e një familjeje të fortë gjatë stinës së kullotjes, sa mijë vezë mund t'i bëjë, përkatësisht sa kg bletë mund të prodhojë?
- Një bletë për t'u ngarkuar një herë me nektar, sa lule "viziton"?
- Çfarë rezerva mjalti janë të nevojshëm për një familje bletësh për të dimëruar? Sqaroni dhe interpretoni!
- Në cilët muaj bletët harxhojnë mjaltë më shumë dhe në cilët muaj më pak? Përse ndodh kështu? Paraqitni grafikisht!
- Botanika e bletarisë sa lloje bimësh mjaltëse veçon?
- Bëni paraqitjen tabelare dhe grafike të prodhimit të mjaltit nëpër vite!
- Krahasoni dhe kategorizoni llojet dhe çmimet e mjaltit!
- Çmimi i mjaltit krahasuar me çmimin e sheqerit gjithnjë ruajnë një përpjesë të caktuar. Diskutoni! Përpiloje një detyrë!
- Si shitet mjalti dhe cila është pesha reale e tij?
- Një lugë e madhe, e mesme dhe e vogël me mjaltë, përkatësisht nga sa kalori përmbajnë?
- Një kg mjaltë sa kalori përmban?
- Sa acide organike përmban mjalti?
- Një familje e fortë e bletës sa kg mjaltë shpenzon brenda një viti?
- Familja e fortë në gjysmën e dytë të marsit sa dm^2 hoje mbulon?
- Një fletë dylli, në të dy anët e saj sa hoje përmban? Sa dm^2?
- Ç'është **nukleusi**, afërsisht sa bletë do të duhej të përmbajë?
- Çfarë kuptoni me **Bletoret mbi rrotë**? Diskutoni!
- Në cilin muaj bletët harxhojnë dyfish më shumë ushqim, krahasuar me muajin paraprak.
- Korniza 30 cm x 40 cm, nëse është e mbushur me mjaltë, sa kg peshon?
- 3 dm^2 mjaltë nga të dy anët e huallit, sa kg peshojnë?

Çfarë do të thotë për ty ky informacion i sintetizuar?

- Dhe në fund, çfarë janë preferencat e juaja lidhur me bletarinë?
- Zbuloni urëlidhje midis fakteve, ideve dhe vlerave!
- Cilat janë idetë qendrore lidhur me bletarinë?
- Çfarë ju pëlqen lidhur me bletarinë?
- Cilat dituri faktike do të duhej t'i dini?
- Ky "informacion komplet", çfarë do të thotë për ty?
- Në ç'mënyrë mund t'i përdorësh këto njohuri?
- A është i dobishëm për ty ky informacion?
- A planifikon të shoqërohesh me bletërritësin, më të afërm, së paku një ditë?
- A dëshironi të keni edhe ndonjëherë tjetër disa orë të këtilla?

Shtesë

Metodologjia e Programit **SOROS** (Hap pas Hapi), te ne në Kosovë, filloi të zbatohet në vitin shkollor 2001/02, në 25 paralele të klasave të para, të shkollës fillore (I-V).

Meqenëse fjala është për një **model të ri arsimimi**; "**Krijimi i klasave që e kanë në qendër fëmijën**", kjo rrethanë vetiu, e imponoi këtë **Shtesë**, e cila është me interes për lexuesin.

Fillimisht do të vë në dijeni "në origjinal" me përmbajtjen se çfarë shkruhet në këtë program:

(1) **Situatën arsimore në Kosovë**,
(2) Qëllimin e programit HpH,
(3) **Objektivin e projektit të propozuar**,
(4) **Përfituesit e projektit** dhe
(5) **Përshkrimin e shkurtër të metodologjisë HpH**.

"Arsimi në Kosovë sot ndodhet para reformave, të cilat duhet ta ndërrojnë pozitën e tij në shoqëri dhe raportin e shoqërisë dhe të familjes ndaj tij. **Situata momentale në arsim nuk është e kënaqshme,** në shumë aspekte. Indikatorët evidentë janë:

- cilësia jo e mirë e mësimdhënies dhe e të nxënit,
- pozita e pavolitshme e nxënësve në procesin e mësimdhënies,
- përqëndrimi i mësimdhënies në të mbajturit në mend,
- metodat e vjetruara të mësimdhënies".

"Programi HpH synon ngritjen e cilësisë së mësimdhënies dhe të të nxënit në shkollat e përfshira në këtë projekt".

"Objektivi i projektit të propozuar është zbatimi i metodologjisë së programit HpH prej klasës së parë të shkollës fllore deri në klasën e pestë".

"Përfitues të projektit do të jenë nxënësit dhe mësuesit e shkollave të përfshira në këtë projekt. Ai do të ndikojë pozitivisht edhe mbi mësuesit e tjerë, duke zgjuar interesin e tyre për **metodën e aplikuar**"

"Zbatimi i metodologjisë HpH është i realizueshëm me rastin e trajnimit në 4 nivele të çertifikuesve:

- Trajnimit të vazhdueshëm të së paku 25 mësuesve;
- Trajnimit të 6 trajnerëve për metodologjinë HpH;
- Rregullimin e hapësirës së klasave sipas standardeve të programit HpH;
- Sigurimin e materialit didaktik dhe materialit harxhues;
- Involvimin e familjes dhe të komunitetit në procesin edukativo-arsimor;
- Monitorimin e përhershëm gjatë realizimit të projektit".

Falë vizionit dhe mbështetjes së zotit Soros, Organizata Ndërkombëtare e Burimeve për Fëmijë (**ONBF**), ka ofruar një **Model të ri arsimimi për të krijuar klasa që e kanë në qendër fëmijën**.

Projekti HpH (Projekti **SOROS**) është program, i cili mbështetet në gërshetimin e përvojave evropiane dhe amerikane dhe sot realizohet në 28 shtete të Evropës Qendrore, të asaj Lindore dhe të ish-shteteve të Bashkimit Sovjetik, **i cili përfill dhe ruan traditën dhe standardet arsimore të këtyre vendeve**.

Modeli i **Programit SOROS**, **për shkollën fillore**, udhëhiqet nga **filozofi, parime** dhe **praktika** të njohura prej modelit të **Programit parashkollor, SOROS.**

Projekti HpH nxit dhe motivon qëndrimin kërkimor dhe krijues ndaj metodave mësimore dhe varianteve (teknikave) bashkëkohëse të tyre, të cilat ndihmojnë nxënësin:

- të mendojë në mënyrë reflektive;
- të marrë përgjegjësinë për të mësuarit personal;
- të bëhet i pavarur dhe
- të mësojë gjatë tërë jetës.

Në themel të **Programit SOROS** për fëmijët është **besimi i madh në parimet e demokracisë.** Fëmijët në klasat demokratike inkurajohen për të formuluar e shprehur **opinionet e tyre. pyetjet parashtrohen, diskutimet nxiten**. Mësuesit i drejtojnë fëmijët që të bëjnë edhe **përzgjedhjen e përmbajtjes mësimore.**

Programi SOROS për shkollën fillore vlerëson respektin reciprok, përgjegjësinë midis të rriturve dhe fëmijëve, ndershmërinë, kujdesin dhe vullnetin për punë. Ai ndryshon në mënyrë rrënjësore me modelin "**fabrikë e edukimit**", **në shkollat tradicionale** (f.2).

Qëllimet e Programit **SOROS** pë shkollën fillore përfillin nevojat **zhvillimore, sociale** dhe **intelektuale** të fëmijëve. Kjo garanton që fëmija të konsiderohet në tërësinë e vet, kur mësuesit vendosin lidhur me **programin, instruksionet** dhe **vlerësimin**.

Tradicionalisht vlerësimi i njohurive është fokusuar në aftësitë e nxënësve, duke përdorur **fletët e punës, të shkallëzuara, teste javore** dhe **teste të standardizuara**. Programi **SOROS** vlerëson: "Edhe pse testimi **letër-laps**, nuk mund të hiqet plotësisht, mësuesi do të duhej të jetë i ndërgjegjshëm për defektet e këtij vlerësimi".

"**Vlerësimi autentik**" (preferenca e këtij programi) i kundërvënë "**vlerësimit të kërkuar**" është një formë vlerësimi, i cili reflekton përvojat e mësimit aktual, të cilat mund të dokumentohen nëpërmjet vëzhgimeve, regjistrimeve dhe shembujve të punës aktuale. Vlerësimi autentik duhet:

- Të përqëndrohet më shumë në aftësitë njohëse të çdo nxënësi veç e veç, se sa në gjetjen e gabimeve të tyre;
- Të ofrojë instruksione çfarë të mësohet dhe si të mësohet;
- Të përfshijë refleksion bashkëpunues dhe aktiv ndërmjet mësuesve dhe prindërve si dhe ndërmjet mësuesve dhe nxënësve.

Praktikat e reja të vlerësimit:
- Ndërlidhen me mësimin aktual;
- Bazohen në shumëllojshmëri mjedisesh;
- Përdoren **formate** me “**fund të hapur**”;
- Përfshijnë nxënësit në proces (**vetëvlerësimi i nxënësit**);
- Prindërit dhe nxënësit janë partnerë kryesorë në procesin e vlerësimit.

Praktikat e tashme të vlerësimit e vënë theksin te nevoja për shumëllojshmëri **teknikash vlerësimi**, të zëmë: **Përdorimi i pyetjeve të papërfunduara** garanton shumëllojshmëri përgjigjesh dhe pasqyron nxënësin, çfarë di, realisht. Në Programin SOROS theksohet: “Është më e drejtë që mësuesit të përdorin **rezultatet e testeve për të matur përparimin individual të fëmijës se sa për ta krahasuar përparimin e fëmjëve ndërmjet njëri-tjetrit**. Nxënësit vlerësohen kundruall një standardi zotërimi dhe jo kundruall masës së vlerësimit me fëmijët e tjerë.

Klasa që e ka në **Qendër fëmijën** ndryshon nga **Klasa tradicionale**. Në klasën tradicionale rregullat i caktonte mësuesi dhe nxënësit i ndiqnin ato. Nëse nxënësit i shkelnin rregullat, ata ndëshkoheshin. Fëmijët nuk inkurajoheshin që të zhvillonin **ndjenjën e vetëkontrollit**.

Në klasën që e ka në Qendër fëmijën, nxënësit zhvillojnë **vetëkontrollin** dhe zgjedhjet e shumë qasjeve i bëjnë vetë, për më tepër ata **ndihmojnë krijimin e rregullave në klasë**. Ka rëndësi që fëmijët të kuptojnë se rregullat përcaktohen:
- Për t’i ruajtur njerëzit;
- Për t’i mbrojtur liritë dhe të drejtat e individit dhe
- Për të ofruar sjellje të përshtatshme.

Mësimi në **Klasat që e kanë në qendër fëmijën**, organizohet nëpër **Qendra të mësimit (të leximit, të shkrimit, të shkencës, të matematikës, të manipulatorëve, të artit, të blloqeve**, të gjitha këto për kl. I fillore). Materialet e ngjashme **bazë** grupohen në **Qendrat e mësimit**. Këto Qendra do të duhej të organizohen dhe të vendosen në mënyrë logjike (leximi pranë shkrimit, shkenca pranë matematikës, “zhurma” pranë “zhurmës”, etj.). Edhe pse për këto klasa “**nuk funksionon zilja**”, mësuesja “e di” kur do të duhej të vijë pushimi dhe kur kanë mbaruar “mësimet e ditës”!

Projekti i Programit **SOROS** për **matematikën** e klasës së parë të shkollës fillore përmban 6 **degëzime të lëndës**:

(1) Modelet dhe marrëdhëniet;
(2) Kuptimi i numrit dhe numërimi;
(3) Konceptet e veprimeve me numra të plotë;
(4) Gjeometria dhe kuptimi i hapësirës;
(5) Matjet dhe
(6) Statistika dhe probabiliteti(?!)

Programi i mësimit të matematikës për klasën e parë të shkollës fillore sipas metodologjisë HpH është i ndërthurur me **lojëra** dhe me përdorimin e objekteve konkrete. Loja përbën punën e fëmijëve. **Modeli SOROS për fëmijët e klasës së parë ndërtohet mbi këtë premisë.**

* * *

Për t'u marrë me analizë dhe vlerësim të Programit HpH për shkollën fillore (I-V), do të duhej studimi me kompetencë të veçantë, që nuk është objekt i këtij libri.

Më duhet të theksoj që te ne, gjithnjë ka qenë evidente nevoja e madhe për **Reforma të mirëfillta shkollore. Për suksesin e plotë të tyre nevojitet "fara e shëndoshë", "trualli i përshtatshëm**" dhe "**vullneti i mirë**".

Në propozim-projektin HpH, për shkollën fillore (I-V) shkruan: "**Programi HpH**, **duke mos pretenduar të zgjidhë të gjitha problemet e arsimit, do të jetë një model që synon të ndihmojë Reformën e arsimit në Kosovë**".

Angazhimi i risimtarëve **Kirsten A Hansen, Roxane K. Kaufman, Kate Burke Walsh,** (të cilët punojnë nën ombrellën e bamirësit të përjetësuar **SOROS**), për ta reformuar shkollën fillore dhe meriton çdo respekt. Në historikun e shkollës fillore, në dekadat e ardhshme, shpresojmë që do të shkruhet: **Risimtarët e Modelit të Ri të shkollës fillore (I-V) ndërruan rrjedhat e shkollës tradicionale**.

Në të gjitha vendet e Evropës Lindore dhe të asaj Qendrore ku është futur në zbatim Programi HpH, theksohet: "**Programi përfill dhe ruan traditën dhe standardet arsimore të këtyre vendeve**". Për Kosovën do të shtoja: Programi do të duhej ta përfillë, fillimisht, edhe **mentalitetin shqiptar**.

Në vazhdim do të evidencojmë **përparësitë** që ka Programi HpH:

1^{o} Programi **SOROS** (**HpH**, **Step By Step**) për shkollën fillore është i angazhuar që të merren **vendime programore** që bazohen në atë: **Çka është më mirë për fëmijët**? Interesat dhe kërkesat e fëmijës ndihmojnë për të përcaktuar se **Çfarë duhet mësuar**?

2^{o} Programi HpH është i hartuar në atë mënyrë që nxënësit i imponohet **vetëvendosja** dhe **vetëkufizimi**. Krijimi i sa më shumë shanseve për përzgjedhje në klasë, është faktor për zhvillimin e vendosshmërisë te fëmijët e vegjël.

3^{o} Tipi i shkollës me program HpH, ka gjasë të shndërrohet në shkollë "me qëndrim të zgjatur të nxënësve në të", përkatësisht, të shndërrohet "në shtëpi të dytë të nxënësit". Për realizimin e Programit HpH, në krahasim me programet tradicionale, mësuesja është e angazhuar disa herë më shumë.

4^{o} Organizimi dhe udhëheqja e trajnimeve të vazhdueshme të mësuesve në drejtim të arsimimit dhe të ngritjes profesionale.

5^{o} Programi HpH përfill dhe mbështet rolin dhe rëndësinë e **prindërve** si mësuesit e parë. Kjo vlen si për matematikën, ashtu edhe për lëndët e tjera. Prindërit konsiderohen si **partnerë të mësuesve**, në procesin e arsimimit të fëmijës. Ata janë të mirëpritur dhe nxiten të marrin pjesë në orët e mësimit të matematikës në klasë.

Jo vetëm kaq, përfshirja e të rriturve të tjerë në klasë është e frytshme për fëmijët, për familjet e tyre dhe për mësuesit e klasës. Këta asistentë mund t'u ndihmojnë fëmijëve, veçmas kur ata inkurajohen dhe drejtohen nga mësuesi. (Që të realizohet kjo, lypset që mësuesi të dijë, të tërheqë, të orientojë, të drejtojë dhe të vlerësojë ndihmësit e rritur).

6^o **Mbledhja e mëngjesit** është një trajtesë mësimore e përditshme, e cila ndihmon që **programi mësimor** dhe **social të integrohen** në atë mënyrë që i ndihmojnë **mësuesit** dhe **nxënësit**, që t'i përgjigjen njëri-tjetrit ndërsjellë e më mirë.

7^o Të gjitha detyrat, që dalin nga programi mësimor realizohen në shkollë.

8^o **Mësimi tematik (Mësimi ndërlëndor)** përfshin integrimin e fushave të ndryshme të programit (matematikë, shkrim-këndim, art figurativ, gjeografi, histori…). Kjo është një ide interesante që e merr përmbajtjen nga lëndët e ndryshme mësimore. Nxënësi do të duhej t'i hetojë ndërlidhjet që ekzistojnë ndërmjet disiplinave mësimore si dhe aplikimin e këtyre njohurive në jetën e përditshme.

Mësimet tematike e vënë theksin në ato aktivitete, që kërkojnë **mendim të pavarur, referim të përjetimeve individuale, aftësi dalluese e vendimmarrëse, iniciativë, mendjemprehtësi** dhe **bashkëpunim**.

9^o Fëmijët në klasat demokratike (HpH) bëhen nxënës shumë përgjegjës, lidhur me pyetjet e parashtruara, inkurajohen për të formuluar e për të shprehur opinionet e tyre, krijohet mjedisi, ku të gjithë së bashku janë pjesëmarrës aktivë në kërkimin e përgjigjeve.

10^o Kultivimi dhe zhvillimi i aftësisë për **të menduarit kritik**.

11^o Synimi i krijimit të personalitetit të vetëdijshëm, të pavarur, të lirë dhe të zhvilluar në mënyrë të gjithanshme.

12^o Përparimi i nxënësit përputhet me aftësitë dhe interesin e tij.

13^o Mjedisi, në të cilin mësohen vlerat pozitive, **nxit mendimin e pavarur** dhe **jo thjeshtë bindjen**.

14^o Programi HpH përfill dhe mbështet ecuri alternative për **(vetë)vlerësimin e vazhdueshëm të mësimnxënies**. **Vlerësimi autentik (HpH)** është një formë vlerësimi, që i reflekton përvojat e mësimit aktual, etj.

Në këtë **Shtesë**, me qasje dhe shtrirje fragmentare, kam bërë përpjekje që lexuesi të njihet, sadopak me **Programin HpH për shkollën fillore (I-V)**.

Mangësitë eventuale të Programit HpH, lidhur me **kushtet, rrethanat, ambientin, traditën dhe mentalitetin shqiptar**, si dhe **përparësitë evidente** të tij, të cilat do të duhej të shfrytëzohen, në të mirë të reformimit të shkollës sonë fillore, **koha ka për t'i vlerësuar**, pasi që "**Nga të gjithë kritikët, më i madhi, më gjeniali dhe më i pagabueshmi është koha** (Belinski).

Në truallin tonë tashmë e mbollëm farën e Programit HpH, për shkollën fillore (I-V). Urojmë që kjo farë të jetë e frytshme!

SUMMARY

This book, which is dedicated for the needs of the Faculty of Education and the Pedagogical branch at the Philosophic Faculty in Prishtina, is the republished book of the same title, which was published in 1993 (The time when Albanian school was imprisoned) now supplemented and essentially improved.

According to the well-known reviewers from Kosova, this book contains very high values of a particular importance. So it deserves to be published as a basic book for the Elementary Teaching Method of Mathematics. Besides, this book is characterized with a researching and innovating attitude towards teaching methods, “The original line” of interlacing of definitions for Maths Abstraction, Maths Accuracy, Imagination, Attention, Observation, Memorizing, Intuition, Formality, Verbalizing, Will, Character, Moral Education, Esthetic Education, Education for work, Reflection, Didactic Material, Didactic Principles, Concreting, Algorithm, Differentiated Teaching, Exemplar Teaching,Group Teaching, Teaching Rationalization, Planning of Eucational Work...

This edition represents the synthesis of seven previous continual manuscripts within a 20 years period of time (1980-2000). This wasn’t all of it, although after the year 2000, the author sparked his passion that the book has to submit inevitably substantial changes of the time under the light of the **critic divelopment of the ideas**, together with the reflections and consequences that followed these changes and additions.

This book has been finished with a lot of **efforts**, **sacrifices** and a **hard work,** but also with a lot of **pleasure, optimism** and **belief** in **it’s values to be used.**

Supplementing a vacuum in the field of the Maths Methodology, I can express my pleasure that the new coming generations could have some benefit from this work.

2 June 2002 The author

LITERATURA

1. Berger A.Fischer M. Hoffmann M. "Das Zahlenbuch". Mathematik im 1 Schuljahr, Stuttgart, 1998.
2. Berger A.Fischer M. Hoffmann M. "Das Zahlenbuch". Mathematik im 2 Schuljahr, Leipzig, 1995.
3. Berger A.Fischer M. Hoffmann M. "Das Zahlenbuch". Mathematik im 3 Schuljahr, Leipzig, 1997
4. Dedej K., Frashëri A.: "Matematika 1", për klasën e parë të shkollës 8-vjeçare, Tiranë, 1998.
5. Dedej K., Frashëri A.: "Matematika 2", për klasën e dytë të shkollës 8-vjeçare, Tiranë, 1998.
6. Dedej K., Frashëri A. Rrapo S. Koci E.: "Matematika 3" për klasën e tretë të shkollës 8-vjeçare, Tiranë, 1996
7. Dedej K., Rrapo S. Koci E. Ballhusa S.: "Matematika 4" për klasën e katërt të shkollës 8-vjeçare, Tiranë, 1998.
8. Dravinac N., "Proveravanje znanja i ocenjivanje učenika iz matematike u osnovnim školama", Zagreb, 1970.
9. Džananović R., "Matematika" za I razred osnovne škole, Sarajevë, 1983.
10. Džananović R., "Priručnik za nastavnike" uz udžbenik matematike za I razred osnovne škole, Sarajevë, 1978.
11. Đurović J. Đurović I., "Matematika" za I razred osnovne škole, Zagreb, 1985.
12. Hansen A.K. Kaufmann K.R.Walsh B.K. “Krijimi i klasave me në qendër fëmijën”, Tiranë, 1999.
13. Hyseni N., "Matematika" për kl. IV të shkollës fillore, Prishtinë, 1983.
14. Gorušanin S. Užičanin A., "Priručnik za nastavnike" uz udžbenik matematike za II razred osnovne škole, Sarajevë, 1979.
15. Grup autorësh, "Pedagogjija II", Prishtinë, 1977.
16. Jaka B., "Si të zhvillohet dhe përparohet mësimi elementar i matematikës", "Shkëndija", Prishtinë, 1.11.1983.
17. Jaka B., "Puna me dhjetëshen e dytë", "Shkëndija", Prishtinë, 1.02.1984.
18. Jaka B., "Të shpjeguarit e thyesave në klasat e ulëta të shkollës fillore", "Shkëndija", Prishtinë, 15.03.1984.
19. Jaka B., "Puna me dhjetëshen e parë", "Shkëndija", Prishtinë, 1.09.1984.
20. Jaka B., "Formimi i nocionit të bashkësisë dhe elementeve të bashkësisë", "Shkëndija", Prishtinë, 15.09.1985.
21. Jaka B., "Madhësitë dhe matja e madhësive", "Shkëndija", Prishtinë, 1.03.1986.
22. Jaka B., "Metodika e mësimit të matematikës" për studentët e SHLP-së, Prishtinë, 1987.
23. Jaka, B: "Metodika e mësimit elementar të matematikës", për studentët e SHLP-Dega e Mësimit Klasor, Prishtinë 1993.
24. Jaka, B: "Metodika e mësimdhënies së matematikës", për studentët e SHLP-së Dega e matematikës, FSHMN - Dega e matematikës, të Fakultetit Filozofik - Dega e Pedagogjisë, Prishtinë 1998.
25. Kërneta Lj., Potkonjak M. Potkonjak N., "Pedagogjia", Prishtinë, 1966.
26. Koletić - Filipović, "Metodika elementarne nastave matematike", Zagreb, 1957.
27. Korniza e Kurrikulit të Ri të Kosovës, Prishtinë, 2001
28. Latković M. Lipovac D., Sotirović V., "Metodika početnih matematičkih pojmova" za IV godinu pedagoške akademije, Beograd, 1984.
29. Leninger P. Wallrabenstein, H.ErnstG. "Unser Rechenbuch" 4 Schuljahr, Stuttgart, 1996
30. Markovac I., "Neuspjeh u nastavi matematike" od 1. do 4. razreda osnovne škole, Zagreb, 1978.

31. Markovac - Benčić, "Matematika" za IV razred osnovne škole, Zagreb, 1985.
32. Mijatović K., "Matematika" za III razred osnovne škole, Sarajevë, 1983.
33. Moro M. I. Bantova M.A. Beltjukova G.V., "Matematika" Učebnik dlja pervovo klassa, Moskë, 1983.
34. Moro M. I Bantova M.A., "Matematika" Učebnik dlja vtorovo klassa, Moskë, 1972.
35. Munxhiu A., Musa R., "Matematikë" për klasën III të shkollës fillore, Prishtinë, 1978.
36. "Narudžbenica nastavnih sredstava", 1983/84, Beograd 1983.
37. Nikolić M. Milenko, "Vaspitanje u nastavi matematike u osnovnoj školi", Beograd 1969.
38. Nikolić M. Milenko, "Uvodne teme u metodiku matematičkog obrazovanja", Beograd, 1967.
39. Nikodijeviq B., Marjanoviq M., Latkoviq M., "Matematika" për kl. I të shkollës fillore, Prishtinë, 1982.
40. Nikodijeviq B. Marjanoviq M. Latkoviq M., "Matematika" për kl. II të shkollës fillore, Prishtinë, 1983.
41. Ostojić O., "Teorijske osnove početne nastave matematike" priručnik za učitelje i nastavnike razredne nastave, Titograd, 1980.
42. "Pedagoški rečnik", II tom, Beograd, 1967.
43. Petrović S., Martić J., Petković M., "Didaktičko-metodički priručnik za nastavu matematike" V-VIII razreda osnove škole, Beograd, 1983.
44. Poljak V., "Didaktika", Zagreb, 1980.
45. Prvanoviq S., "Metodika e mësimit të matematikës" për kl. VI të akademisë pedagogjike", Prishtinë, 1978.
46. Pčelko A. S. Bantova M. A. Moro M. I. Piškalo A. M., "Matematika", Učebnik dlja 3 klassa, Moskë, 1982.
47. Radić M., "Priručnik na nastavnike", uz udžbenik matematike za VI razred osnovne škole, Sarajevë, 1984.
48. Radojević P. Radojević V., "Metodika nastave matematike" za IV godinu pedagoške akademije, Beograd, 1984.
49. Rajčić - Pavlović- Koletić, "Nastava matematike u osnovnoj školi". Priručnik za učitelje i nastavnike I deo, Zagreb, 1960.
50. Smilaniq V. Toliçiq J., "Psikologjia fëminore", Prishtinë, 1974.
51. Smolić – Krković "Zašto i kako učiti", Zagreb, 1974.
52. Stankoviq J. "Arithmetikë e gjeometri" për kl. IV të shkollës fillore, Prishtinë, 1955.
53. Steele J.L. Meredith K.S. Temple C.: "Strukturë për zhvillimin e mendimit kritik gjatë kurrikulit, Tiranë, 1998.
54. Steele J.L. Meredith K.S. Temple C.: "Zhvillimi i mendimit kritik", Tiranë, 1998.
55. Steele J.L. Meredith K.S. Temple C.: "Leximi, shkrimi dhe diskutimi në çdo lëndë", Tiranë, 1998.
56. Steele J.L. Meredith K.S. Temple C.: " Të nxënit në bashkëpunim", Tiranë, 1998.
57. Stojanoviq M., Velanoviq D., "Arithmetika" për kl. II të shkollës fillore, Prishtinë, 1953.
58. Stanojeviq M., Velanoviq D., "Arithmetika" për kl. III të shkollës fillore, Prishtinë, 1955.
59. Stefanoviq B., "Psikologjia pedagogjike" për akademi pedagogjike, Prishtinë, 1978.
60. Stevanović M., "Moderna osnovna škola", Beograd, 1978.
61. Udhëzime didaktiko-metodike" për realizimin e planit dhe të programit unik të punës arsimore - edukative në shkollën fillore, Prishtinë, 1978.
62. Vilenkin N.J. Neškov K.I. Shqvarcburd S.I. Qesnokov A.S. Semushqin A.D., "Matematika" učebnik dlja 4-vo klassa srednei školi, Moskë, 1982.
63. Vallnjar N.F. Pshnallo A.M. Jankovskaja N.A., "Tetrad po matematike" 1, Moskë, 1982.
64. Trninić M., "Nastava matematike u osnovnoj školi" I i II deo, Sarajevë, 1968.
65. Trninić M., "Priručnik za nastavnike" uz udžbenik matematike za IV razred osnovne škole, Sarajevë, 1978.
66. Trninić M., "Matematika" za IV razred osnovne škole, Sarajevë, 1983.

Autori ka botuar këta libra:

I METODIKA E MËSIMIT TË MATEMATIKËS
për studentët e SHLP-së – Dega e Matematikës, 1987, Tirazhi 2000 kopje

II METODIKA E MËSIMIT ELEMENTAR TË MATEMATIKËS
për studentët e SHLP-së Dega e Mësimit Klasor, 1993, Tirazhi (500 + 500) kopje

III METODIKA E MËSIMDHËNIES SË MATEMATIKËS
për studentët e SHLP-së – Dega e Matematikës, FSHMN – Dega e Matematikës, Fakulteti Filozofik – Dega e Pedagogjisë, 1998, Tirazhi 500 kopje

IV METODIKA E MËSIMIT ELEMENTAR TË MATEMATIKËS
për studentët e Fakultetit të Edukimit – Dega e Mësimit Klasor - të Fakultetit Filozofik – Dega e Pedagogjisë, 2003, Tirazhi 500 kopje

BEDRI JAKA, prof.

METODIKA E MËSIMIT ELEMENTAR TË MATEMATIKËS

PËR STUDENTËT E FAKULTETIT TË EDUKIMIT - DEGA E MËSIMIT KLASOR,
TË FAKULTETIT FILOZOFIK – DEGA E PEDAGOGJISË

Lektor
Prof. Dr. *Gani Luboteni*

Figurat i punoi
Fitim I. Halili

Radhitja kompjuterike
Nehat Spahiu

Korrektor
Ideal Jaka

Realizimi kompjuterik
Refik Bekteshi

Doli nga shtypi në shkurt të vitit 2003

Madhësia: 23.5 tabakë shtypi
Tirazhi: 500 kopje
Formati: 17 × 24 cm.
Shtypi: GALERIA LUMI 91 - Prishtinë

Katalogimi në publikim-(CIP)
Biblioteka Kombëtare dhe Universitare e Kosovës

510 (075.8)

JAKA, Bedri
Metodika e mësimit elementar të matematikës : Për studentët e Fakultetit të Edukimit-Dega e Mësimit Klasor, të Fakulteti Filozofik-Dega e Pedagogjisë / Bedri Jaka.- Botimi i dytë i plotësuar dhe i përmirësuar.- Prishtinë : Universiteti i Prishtinës : Fakulteti i Edukimit, 2003 (Prishtinë : Galeria Lumi 91) .- 376 fq. : ilustr.; 24 cm.

Parathënie : fq. 11-12 .- Me rastin e botimit të dytë : fq.15-16 -Summary : fq. [372] .- Literatura : fq.373 –375 .